

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-359-35>

УДК: 623.426

КОВТУН АНАТОЛІЙ

Національна академія Національної гвардії України

<https://orcid.org/0000-0002-8427-1005>

e-mail: KAV-60@ukr.net

ТАБУНЕНКО ВОЛОДИМИР

Харківський національний університет Повітряних Сил

імені Івана Кожедуба

<https://orcid.org/0000-0003-1347-5390>

e-mail: tabunenko55@ukr.net

ГУНБІН КОСТЯНТИН

Національна академія Національної гвардії України

<https://orcid.org/0000-0002-8414-2916>e-mail: hunbinkonstantin65@gmail.com**САЛЬНИК ОЛЕГ**

Харківський національний університет Повітряних Сил

імені Івана Кожедуба

<https://orcid.org/0000-0002-2688-1198>

e-mail: salnikb2001@gmail.com

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ КОНСТРУКЦІЙ ТИПУ «ТРАНСПОРТНО-ПУСКОВИЙ КОНТЕЙНЕР - РАКЕТА» ПРИ ТРАНСПОРТУВАННІ

В статті наведено рішення актуальної задачі з дослідження коливань конструкцій типу «транспортно-пусковий контейнер - ракета» при транспортуванні. В сучасних конструкціях мобільних пускових установок, ракета, в процесі виробництва, розміщується в транспортно-пусковому контейнері, з яким пов'язується її подальша експлуатація. Таке розміщення ракети, утворює механічну систему «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета», зв'язок яких між собою створюється силою тертя між їх поверхнями, що утворюють нелінійний неруйнівний зв'язок, який допускає переміщення складових механічної системи відносно один іншого, при цьому змінюються динамічні властивості всієї конструкції. Мета роботи – експериментальне визначення спектру власних частот коливань конструкцій типу «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета», складові яких пов'язані між собою силою сухого тертя. Виходячи з поставленої мети була створена експериментальна установка для дослідження динамічних характеристик таких конструкцій. Результати проведених експериментальних досліджень дозволили отримати рівняння регресії, що дозволили визначити власні частоти та резонансні амплітуди коливань моделі ракети в залежності від сил тертя в опорах, що зв'язують ракету з транспортно-пусковим контейнером, та з місцеположенням опор тертя. Визначено, що для підвищення частоти резонансних коливань консольної частини моделі ракети та зменшення амплітуди резонансних коливань консольної частини моделі ракети необхідно збільшувати силу тертя в опорах між моделлю ракети та транспортно-пусковим контейнером. Практичною цінністю отриманих результатів є дослідження реальних зв'язків між ракетною та транспортно-пусковим контейнером, що забезпечує підвищення збереженості ракет при транспортуванні. Наведені результати експериментальних досліджень динамічних характеристик конструкцій типу «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета» дозволяють на стадії конструювання врахувати вплив сил тертя між елементами конструкцій на динамічні характеристики ракети при експлуатації. Практична цінність отриманих результатів полягає у врахуванні реальних зв'язків між ракетною та транспортно-пусковим контейнером, що забезпечує підвищення збереженості ракет при здійсненні перевезень.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з дослідженням нових ефектів, що виникають при дії вібрації на механічні конструкції типу «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета», які призводять до зміни властивостей та поведінки механічних конструкцій такого типу.

Ключові слова: частота, амплітуда, ракета, транспортно-пусковий контейнер, рівняння регресії

KOVTURN ANATOLY, GUNBIN KOSTYANTYN

National Academy of the National Guard of Ukraine

TABUNENKO VOLODYMYR, SALNYK OLEG

Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University

EXPERIMENTAL STUDIES OF VIBRATIONS OF STRUCTURES OF THE TYPE "TRANSPORT- LAUNCH CONTAINER - ROCKET" DURING TRANSPORTATION

The development of a modern domestic mobile missile complex for operational and tactical purposes is one of the most important tasks facing military scientists. The operation of the components of a mobile launcher with a missile under the action of external loads is a complex process that is difficult to describe in all its variety of features. Therefore, when starting to design complex structures, it is important to determine which factors are significant for them, and which can be neglected without losing their performance. The main design case for ground operation of mobile missile complex units is the case of transportation rocket in a transport-launch container with an attached head part. In modern designs of mobile launchers, the rocket, during the production process, is placed in a transport-launch container (TLC), with which its further operation is associated. Such placement of the rocket forms a mechanical system "Transport and Launch Container - Rocket" (TPK - R), the connection between which is created by the friction force between their surfaces, which form a nonlinear non-destructive connection that allows the components of the mechanical system to move relative to each other, while changing the dynamic properties of the entire structure.

However, when designing mechanical systems "Transport and launch container - Rocket" during transportation, a calculation scheme of connecting the rocket to the TPK with hinged supports is often used, which does not take into account the real conditions of their interaction with each other.

The aim of the work was to experimentally determine the spectrum of natural frequencies of oscillations of structures of the TPK-R type, the components of which are interconnected by the force of dry friction. Based on the set goal, an experimental setup was created to study the dynamic characteristics of structures of the TPK-R type. Results of the conducted experimental studies allow us to draw the following conclusions:

- with the increase in the friction force in the supports, the resonant frequency of the rocket model increases. The first resonant frequency of the rocket model with friction supports is 1.4 times higher than the first resonant frequency of the rocket model on hinged supports;

- TPK-R type structures must be considered as structures with significantly nonlinear dissipative forces.

Analysis of the obtained regression equations allowed us to draw the following conclusions:

- the value of the resonant frequency of the rocket model is most significantly influenced by the friction force in the third support;
- the magnitude of the resonant amplitude of oscillations is most significantly influenced by the friction force in the second and third supports; with its increase, the magnitude of the system response decreases;
- in addition, along with linear effects, the interaction of three factors has a significant impact on the magnitude of the initial response, and this interaction has the opposite effect on the initial response;
- the location of the first support has the greatest influence on the magnitude of the resonant frequency of oscillations of the cantilever part of the rocket model;
- the location of the first and third supports has the greatest influence on the magnitude of the resonant amplitude of oscillations of the cantilever part of the rocket model.

Thus, to increase the frequency and decrease the amplitude of the resonant oscillations of the rocket model, it is necessary to increase the friction force in the supports.

The practical value of the results obtained lies in taking into account the real connections between the rocket and the transport and launch container, which ensures increased safety of the rockets during transportation.

Keywords: frequency, amplitude, rocket, transport-launch container, regression equation

Стаття надійшла до редакції / Received 23.08.2025

Прийнята до друку / Accepted 15.10.2025

Постановка проблеми

Сучасний рівень розвитку озброєння і військової техніки, способів їх бойового застосування привів до зміни характеру ведення бойових операцій і, особливо, способів бойового застосування ракетного озброєння в цих операціях. Однією з особливостей бойового застосування ракетних військ є підвищені вимоги до надійності мобільних ракетних комплексів, яка забезпечується шляхом розробки агрегатів з високою маневреністю. Вимога забезпечення високої маневреності мобільних агрегатів ракетних комплексів ставить за мету забезпечення механічної збереженості ракети при транспортуванні. При цьому досягти цього необхідно не погіршуючи бойових характеристик ракети.

Робота конструкцій ракет під дією зовнішніх навантажень є складним процесом, який важко описати у всьому різноманітті його особливостей. Тому, згідно з результатами роботи [1], приступаючи до розрахунку складних конструкцій, важливо визначити, які чинники для неї є істотними, а якими можна знехтувати без шкоди для оцінки її роботи. В результаті відкидання несуттєвих особливостей реальних конструкцій будують розрахункові схеми, що представляють собою ідеалізовану модель аналізованих конструкцій. Незважаючи на велику різноманітність конструкцій ракет і агрегатів наземного обладнання, їх частини, як об'єкти розрахунків на міцність, жорсткість і стійкість, можуть бути представлені у вигляді балок, оболонок і пластин. До розрахункової схеми балкових конструкцій може бути приведена конструкція ракети при транспортуванні. При цьому основним розрахунковим випадком наземної експлуатації агрегатів мобільного ракетного комплексу є випадок транспортування ракети в транспортно-пусковому контейнері з приєднаною головною частиною.

В сучасних конструкціях мобільних пускових установок, ракета, в процесі виробництва, розміщується в транспортно-пусковому контейнері (ТПК), з яким пов'язується її подальша експлуатація. Таке розміщення ракети, утворює механічну систему «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета» (ТПК – Р), зв'язок яких між собою створюється силою тертя між їх поверхнями, що утворюють нелінійний неруйнівний зв'язок, який допускає переміщення складових механічної системи відносно один іншого, при цьому змінюються динамічні властивості всієї конструкції.

Однак, при проектуванні механічних систем «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета» при транспортуванні, часто застосовують розрахункову схему з'єднання ракети з ТПК шарнірними опорами, що не враховує реальних умов їх взаємодії між собою [1]. Тому дослідження, що пов'язані з урахуванням реальних умов з'єднання ракети з ТПК, є актуальними.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Науковою основою досліджень оцінки рівня динамічного навантаження конструкцій типу «Транспортно-пусковий контейнер – Ракета» є: теорія коливань, теорія ймовірностей та математична статистика, теорія міцності ракетних конструкцій, теорія планування багатофакторного експерименту. Основні залежності, які використовуються при визначенні рівня динамічного навантаження конструкцій, наведені в роботах [1-5].

Велику кількість робіт присвячено дослідженню динамічної поведінки ракет [6-11].

В процесі експлуатації, ракета розміщена в ТПК, транспортується різними типами транспортних засобів, перевантажується з одного несучого засобу на інший, встановлюється в бойове положення і т.і. [12,13]. Для того щоб обґрунтовано вибрати запас міцності ракети, спосіб її кріплення і амортизації, необхідно вивчити умови її наземної експлуатації. Дослідження, які проведені в період наземної експлуатації показують, що при довготривалому вібронавантаженні, в конструкції корпусу ракети проходять процеси, які негативно впливають

на її міцність. Крім того, ракети оснащуються все більш складною електронною апаратурою, що робить їх більш чутливими до вібраційних та ударних навантажень. В поняття експлуатації включається не тільки пуск ракети, а і вся сукупність операцій над нею: ввід в експлуатацію, транспортування, знаходження на бойовому чергуванні, технічне обслуговування, ремонт, зберігання, підготовка до пуску. Однак, при створенні нових зразків ракетного озброєння, в якості лідируючих проектних критеріїв виступають максимальна дальність пуску при заданій масі корисного навантаження або можлива максимальна маса корисного навантаження при заданій дальності польоту ракети. Бажання забезпечити гарантоване значення лідируючого проектного критерія призводить до зниження міцності несучих елементів. Внаслідок чого у ракет, які проходять довгостроковий цикл наземного транспортування, спектр власних частот зміщується в область зовнішньої (дорожньої) дії [14,15]. На практиці це призводить до ситуації, коли ракета, яка задовольняє лідируючим критеріям не задовольняє заданим експлуатаційним вимогам.

В роботі [15] розглядаються різні шляхи виходу із ситуації, коли ракета, яка задовольняє лідируючим критеріям, спроектована без урахування випадків транспортного навантаження. Пропонується 4 виходи із цієї ситуації:

- доопрацювання ракети;
- доопрацювання транспортного агрегату;
- обмеження дальності транспортування;
- зниження швидкості транспортування.

Доопрацювання ракети і транспортного агрегату тягне за собою зміну конструкції, що призводить до додаткових витрат. Обмеження дальності та швидкості транспортування погіршує бойові якості БРК. У зв'язку з цим виникає необхідність включення в набір проектних обмежень на етапах технічної пропозиції та ескізного проектування результатів вирішення задачі аналізу, опису і оцінки загальної динаміки вкладених конструкцій типу ТПК-Р при транспортуванні.

Автори роботи [16] пропонують наступний шлях вирішення задачі:

- 1) Виявити параметри зовнішнього навантаження.
- 2) Визначити спектр власних частот коливань системи.

3) Оцінити, наскільки отриманий спектр власних частот задовольняє системі накладених на нього обмежень.

Аналіз впливу параметрів зовнішнього впливу на характер динамічного навантаження різних типів транспортних засобів, наведено в роботах [2,6,14]. Тому основну увагу необхідно приділити вирішенню другої і третьої задач - визначенню спектру власних частот коливань вкладених конструкцій типу ТПК-Р і оцінці, наскільки отриманий спектр власних частот задовольняє системі накладених на нього обмежень.

Характерною особливістю цих робіт є розгляд спрощеної схеми обпирання ракети. Основні залежності, які використовуються при визначенні рівня динамічного навантаження ракет, наведені в роботах [1,6].

Але у відомих роботах не наведені залежності та данні по визначенню динамічних характеристик ракет при їх транспортуванні з урахуванням реальних зав'язків ракети з транспортно-пусковим контейнером.

Мета статті - експериментально визначити спектр власних частот коливань конструкцій типу ТПК-Р, складові яких пов'язані між собою силою сухого тертя.

Виклад основного матеріалу

На початку повномасштабної агресії з боку РФ, військові частини Збройних Сил України застосовували тактичний мобільний комплекс «Точка-У» [17]. Ракетний комплекс «Точка-У» призначений для ураження малорозмірних цілей в глибині оборони противника. Основні бойові машини комплексу "Точка-У"- самохідна пускова установка і транспортно-заряджаюча машина (Рис.1).



Рис.1. Самохідна пускова установка і транспортно-заряджаюча машина
Джерело: фото з відкритих джерел вільного доступу

Бойове застосування комплексів "Точка-У" практично неможливе, тому що основна частина їх складових елементів була знята з виробництва. В період після 1991 року було прийнято кілька намагань створити свій ракетний комплекс оперативно-тактичного призначення. Але початі розробки були незавершені у зв'язку з відсутністю фінансування. Однак, сучасна ситуація в країні вимагає створення ракетного комплексу оперативно-тактичного призначення.

Ракетні комплекси оперативно-тактичного призначення, що плануються до виробництва, включають розміщення ракет в ТПК рис. 2. Ракета, розміщена в ТПК, має з ТПК оптичний, механічний і електричний

зв'язок. Механічний зв'язок ТПК з ракетою пов'язаний з повздовжньою опорою, яка призначена для закріплення ракети від переміщень в повздовжньому напрямку, і кількох опорних поясів, які є опорами ракети при її переміщенні та, під час старту (русі ракети вздовж ТПК).

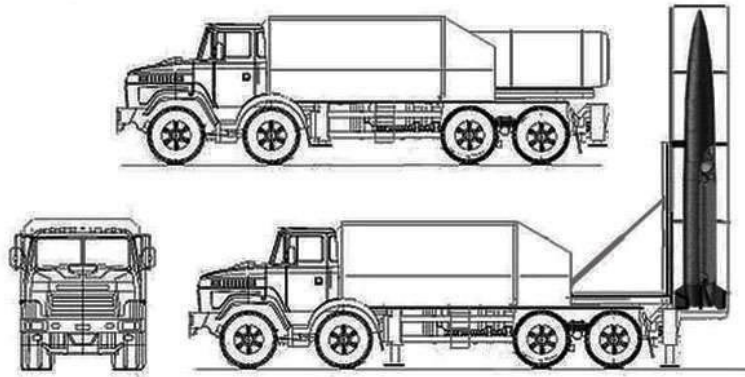


Рис.2. Сучасна самохідна пускова установка з ракетою
Джерело: фото з відкритих джерел вільного доступу

Конструкція самохідної пускової установки (СПУ) або транспортного агрегату (ТА) повинна сприймати всі зовнішні навантаження, які діють в період експлуатації і при цьому функціонувати з параметрами, які наведені в технічній документації. Ракета знаходиться в постійній взаємодії з СПУ. Ця взаємодія проявляється у вигляді зовнішнього вібраційного навантаження її частин і елементів. Характер цього навантаження визначається станом дорожнього покриття, швидкістю руху і динамічними властивостями механічної системи «СПУ – ТПК – Р». В результаті вібрації несучих елементів конструкції СПУ, ТПК з ракетою буде підтверджений дії зовнішнього кінематичного вібраційного навантаження. При недостатній жорсткості елементів кріплення ТПК, під час руху машини, можуть виникати великі прискорення або відносні переміщення окремих точок обладнання та ракети. Можливість появи великих прискорень або відносних переміщень складає головну небезпеку для ракети. Допустимі значення відносних переміщень або прискорень елементів ракети встановлюються умовами її функціонування. Нерідко вібраційне навантаження є причиною послаблення різьбових з'єднань, появи місцевих пластичних деформацій і т.і. Відносні переміщення (прискорення) вібраційного характеру обмежують потрібну несучу здібність і механічну збереженість конструкції ракети.

Як відмічають автори робіт [1,6], при циклічному характері навантаження елементів конструкції можливо утворення місцевих структурних пластичних деформацій та їх поступове накопичення. Якщо при такому навантаженні амплітуда напружень буде більшою ніж границя пружності матеріалу, то це накопичення може бути дуже інтенсивним. В цьому випадку стан конструкції монотонно та не зворотно наближається до граничного в результаті підсумовування пошкоджень, кожне з яких окремо безпечне. Для корпусів ракет характерним є те, що значення фактичної несучої здібності корпусних конструкцій (днищ, обичайок, перехідних відсіків) вище рівня потрібної несучої здібності по втомленій міцності. Тому втомлена міцність лімітує несучу здібність, головним чином, різних держаків, деталей, трубопроводів, опорних кронштейнів, елементів кріплення рухомих частин конструкції, обладнання і агрегатів ракети.

Таким чином, в результаті вібраційної дії в процесі транспортування окремі частини і елементи конструкції ракети можуть знаходитися в наступних граничних станах: по відносним переміщенням, міцності, втомленій міцності, стійкості рівно вісних форм. При досягненні граничного стану настає відмова частини (елементу) конструкції: порушення цілісності, загальна або місцева втрата стійкості, поява неприпустимих деформацій, втомлене руйнування. У зв'язку з цим важливим моментом в процесі забезпечення потрібної несучої здібності конструкції є врахування всіх факторів, які здійснюють вплив на фактичне значення несучої здібності на пасивних етапах експлуатації, до яких відноситься і транспортування системи ТПК-Р різними типами транспортних засобів.

Існує ряд вимог, які пред'являються до транспортування ракет і їх складових частин. В силу своїх конструктивних особливостей корпуси ракет мають недостатню жорсткість, що викликає необхідність прийняття спеціальних заходів для їх збереженості при транспортуванні.

Збереженість ракет зводиться до виконання наступних вимог [7]:

1. Рівень перевантажень при транспортуванні не повинен перевищувати припустимих границь. Вплив вібрації призводить до передчасного зношування складових частин, до появи в них втомленості, руйнування. Тому в апаратурі, призначеної для установки на колісних шасі, не допускається наявності резонансів у діапазоні до 25 Гц. При транспортуванні можуть виникати найбільші по величині прискорення (до 5 g) в області низьких частот, коли перевантаження діють на ракети на протязі значного часу. В області великих частот (порядку 40 Гц і більше) на конструктивні елементи ракет можуть діяти короткодійні перевантаження, що викликаються прискореннями величиною до 20 g.

2. Повинно бути забезпечено надійне кріплення складових частин ракет до транспортного засобу, що одночасно виключає появу неприпустимих напружень в корпусах. Крім того, не повинно з'явитися статично

невизначене навантаження на ракету в опорних ложементтах; кріплення повинно забезпечити волю термічних розширень корпусу; в місцях дотикання корпусу ракети з опорою транспортного засобу не повинні виникати місцеві деформації (питомий тиск по всій опорній поверхні не повинен перевищувати 0,4 МПа). Для виключення загальної деформації корпусу ракети, його прогин між опорами не повинен перевищувати 1/400 від відстані між опорами.

3. Під час транспортування повинний забезпечуватися захист ракети від атмосферних опадів і температурно-вологісний режим.

В сучасних бойових ракетних комплексах, зв'язок опірних кілець ракети з ТПК здійснюється силою сухого тертя, величина якої не ураховується при проектуванні. Тому виникає необхідність у визначенні спектру власних частот коливань механічної системи ТПК-Р із зв'язками сухого тертя між ними та оцінити наскільки отриманий спектр власних частот задовольняє системі накладених на нього обмежень.

Вирішення поставленої задачі по визначенню динамічних характеристик ракети, як елемента конструкції ТПК-Р, здійснювалось експериментальним методом на фізично подібній експериментальній установці, загальний вигляд якої наведено на рис.3.

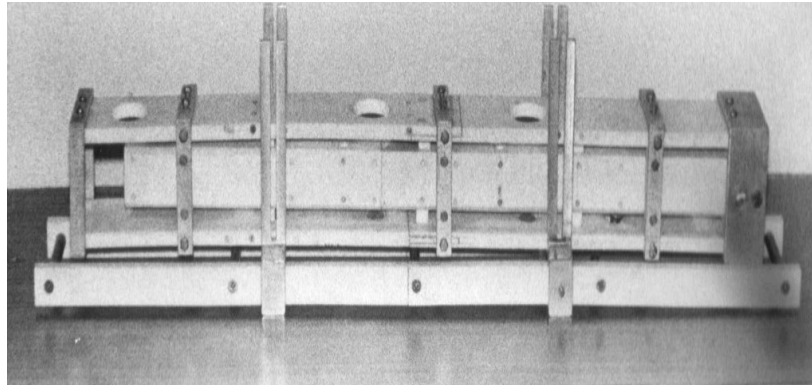


Рис.3. Експериментальна установка
Джерело: авторське фото

При проведенні досліджень використовувалися теорія подібності [18 - 21] та метод активного планування і аналізу експериментів [22 - 25].

Сучасна теорія про подібність явищ отримала широке розповсюдження при дослідженні технічних систем. Основні правила моделювання процесів коливань можуть бути визначені наступними положеннями [18,20]:

- процеси, що досліджуються у натуральному об'єкті та його моделі повинні мати однакові функціональні залежності;
- початкові та граничні умови об'єкті та його моделі повинні бути тотожними;
- однойменні безрозмірні параметри, що входять до функціональних залежностей процесів, що досліджуються, у натурному об'єкті та моделі, повинні бути рівними.

В роботі [21] наведені наступні критерії подібності:

$$\begin{aligned}\pi_0 &= \frac{m_n \cdot L_n^4 \cdot \omega_n^2}{(E \cdot I)_n} = \frac{m_m \cdot L_m^4 \cdot \omega_m^2}{(E \cdot I)_m}, \\ \pi_1 &= \frac{L_n}{L_m} = \frac{Y_n}{Y_m}, \\ \pi_2 &= \frac{E_n}{E_m}, \\ \pi_3 &= \frac{m_n}{m_m}, \\ \pi_4 &= \frac{L_n}{L_m} \sqrt{\frac{W_m}{W_n}},\end{aligned}\tag{1}$$

де m_n – маса натурального об'єкта, кг; L_n – довжина натурального об'єкта, м; ω_n – частота власних коливань натурального об'єкта, Гц; $(EI)_n$ – згінна жорсткість натурального об'єкта, Н м²; m_m – маса моделі, кг; L_m – довжина моделі, м; ω_m – частота власних коливань моделі, Гц; $(EI)_m$ – згінна жорсткість моделі, Н м², W_n – момент спротиву натурального об'єкта, м³; W_m – момент спротиву моделі, м³. За допомогою наведених критеріїв подібності була побудована модель натурального об'єкта (ТПК-Р), яка дозволяла експериментально досліджувати амплітудно-частотні характеристики моделі зі змінними опорами між моделлю ТПК і моделлю ракети.

Автори роботи [18] відмічають, що експериментальні методи, які ґрунтуються на використанні конструктивно-подібних моделей, виявились досить ефективними при дослідженні динамічних властивостей сучасних конструкцій. Ці методи дозволяють визначити власні частоти та форми коливань найскладніших конструкцій, для дослідження яких теоретичні методи ненадійні або зовсім відсутні.

Експериментальна частина дослідження ґрунтувалася на використанні статистичних методів

планування й аналізу експериментів. Ці методи дають змогу підвищити ефективність експериментальних досліджень, які вимагають значних матеріальних затрат і часу. Метод математичного планування експериментів був обраний, оскільки він вносить ряд особливостей в традиційні експериментальні методики, основними з яких є: рандомізація умов експерименту; чіткий порядок проведення експерименту; формалізована обробка результатів експериментів; збільшення кількості факторів, що досліджуються, підвищує точність експерименту; можливість одночасно розглядати зв'язок між великим числом факторів.

При використанні метода багатофакторного планування експерименту (МФПЕ) зв'язок між вхідними $x_1, x_2, \dots, x_n$ і вихідним y параметрами представляють у вигляді поліноміального рівняння:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i \neq j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \sum \beta_{ii} x_i^2, \quad (2)$$

де $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ – коефіцієнти, які характеризують собою вільний член рівняння, лінійні, квадратичні та ефекти взаємодії.

Коефіцієнти поліному можна інтерпретувати як коефіцієнти ряду Тейлора, в який розкладена невідома функція Y в оточеннях деякої точки багатофакторного простору x [22,23]:

$$\beta_i = \frac{\partial Y}{\partial x_i}; \quad \beta_{ij} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i \partial x_j}; \quad \beta_{ii} = \frac{\partial^2 Y}{\partial x_i^2}. \quad (3)$$

Використовуючи данні експерименту, отримують оцінки коефіцієнтів рівняння регресії b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} . Після чого рівняння (2) приймає вид:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 \dots \quad (4)$$

Досягнення мети експериментальних досліджень за допомогою методики МФПЕ вимагає виконання ряду етапів:

- 1) формулюються мета і задачі дослідження;
- 2) з урахуванням апріорної інформації вибираються вихідний відгук y , фактори x_i , що варіюються, і фактори z_i , значення яких підтримуються на постійних рівнях;
- 3) визначається методика експерименту за обладнанням, що використовується;
- 4) вибирається математична модель для опису процесу, що досліджується і встановлюються рівні факторів, що варіюються;
- 5) в поєднанні з вибраною моделлю і задачами досліджень намічається план експерименту;
- 6) визначається кількість паралельних дослідів, порядок їх реалізації;
- 7) проводяться експерименти;
- 8) проводиться обробка експериментальних даних з використанням регресійного аналізу.

Обробка результатів експерименту за допомогою регресійного аналізу була проведена з дотриманням наступних умов:

- результати спостережень досліджуваного параметра y_u ($u=1, 2, \dots, n$) представляли незалежні величини;
- оцінки дисперсії паралельних дослідів були однорідними;
- була відсутня лінійна кореляція між факторами x_i і x_j ($i \neq j, i=1, 2, \dots, k$) і вони вимірювалися з малою похибкою у зрівнянні з похибкою параметра y_u ;
- функція відгуку утворювала неперервну поверхню в багатомірному просторі.

Реалізація метода активного планування складалася з таких основних етапів [22,23]:

- 1) вибору факторів і рівнів їх варіювання;
- 2) кодування факторів;
- 3) складання план-матриці експерименту;
- 4) реалізації плану експерименту;
- 5) перевірки однорідності дисперсій паралельних дослідів, їх відтвореності;
- 6) розрахунку коефіцієнтів рівнянь регресії, їх похибок і значущості;
- 7) перевірки адекватності моделі.

При проведенні експериментальних досліджень фактори варіювались на рівнях $+1(+)$ та $-1(-)$. Кодування значень факторів проводилось по формулі:

$$\tilde{X}_i = \frac{x_i - x_{i0}}{\Delta x_i}, \quad (5)$$

де $\tilde{X}_i$ – кодове значення i -го фактору; x_i – натуральне значення i -го фактору; x_{i0} – початковий (нульовий)

рівень фактору; $\Delta x_i = \frac{x_{i \max} - x_{i \min}}{2}$ – інтервал варіювання i -го фактору.

Були використані матриці планування експериментів для різного числа факторів, наведені в роботі [21]. Для розрахунку оцінок коефіцієнтів рівнянь регресії був застосований метод найменших квадратів. Коефіцієнти рівняння визначалися незалежно один від одного за формулами:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N x_0 \tilde{y}_u}{N}; \quad b_i = \frac{\sum_{u=1}^N x_i \tilde{y}_u}{N}; \quad b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^N x_i x_j \tilde{y}_u}{N}, \quad (6)$$

де N – число дослідів; x_i, x_j – вектори-стовбці матриці плану експерименту; $\tilde{y}_u$ – величина відгука в u -му досліді. Числові значення коефіцієнтів регресії b_i та b_{ij} дозволяють оцінити ступінь дії факторів і їх взаємодії на вихідний відгук.

Для визначення дисперсії S_u^2 і похибок дослідів було проведено 3 паралельні дослідів, відповідно до рекомендацій, наведених в роботі [23]. Для розрахунку дисперсії і похибки паралельних дослідів використовувались формули:

$$S^2_u = \frac{1}{r-1} \sum_{v=1}^r (y_{uv} - \bar{y}_u)^2;$$

$$S_u = \pm \sqrt{S^2_u}, \quad (7)$$

де $u=1, 2, \dots, N$; r – кількість паралельних дослідів.

Якщо результат одного з паралельних дослідів значно відрізняється від решти, він перевірявся одним із статистичних способів і при необхідності відкидався.

Однорідність дисперсій паралельних дослідів оцінювалася за допомогою G -критерію Кохрена:

$$G = \frac{S^2_{u\max}}{\sum_{u=1}^N S^2_u} \quad (8)$$

Гіпотеза про однорідність дисперсій паралельних дослідів приймалася, якщо виконувалась умова:

$$G_p < G_{\text{tabl}}, \quad (9)$$

де G_{tabl} – табличне значення критерію.

Дисперсія відтвореності $S^2(y)$ і похибка експерименту $S(y)$ визначались за формулами:

$$S^2(y) = \frac{1}{\sum_{u=1}^N f_u} \sum f_u S^2_u, \quad (10)$$

де f_u – число ступенів волі u дослідів.

$$S(y) = \sqrt{S^2(y)}. \quad (11)$$

Похибки коефіцієнтів рівнянь розраховуються за формулою:

$$S_{b0} = S_{bi} = S_{bj} = \frac{S(y)}{\sqrt{Nr}}. \quad (12)$$

Оцінка статистичної значимості коефіцієнтів регресії проводилася за допомогою t -критерію розподілення Стюдента:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{S|b_0|}, \quad t_i = \frac{|b_i|}{S|b_i|}, \quad t_{ij} = \frac{|b_{ij}|}{S|b_{ij}|} \quad (13)$$

Адекватність отриманих рівнянь регресії оцінювалася за допомогою F -критерію:

$$F_p = \frac{S^2_{ad}}{S^2(y)}, \quad (14)$$

звідси

$$S_{ad} = \frac{r}{N-\lambda} \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - y_u)^2, \quad (15)$$

де λ – число значимих коефіцієнтів рівняння; $\bar{y}_u$ – розрахункове значення вихідного відгуку; y_u – експериментальне значення вихідного відгуку.

Для визначення табличних значень критеріїв використовуються відповідні таблиці (критерії Кохрена, Стюдента, Фішера) [22,23]. За допомогою методу активного планування експерименту були сплановані, проведені та оброблені результати експериментів з визначення амплітудно-частотних характеристик моделі ТПК і ракети зі змінними опорами.

Метою експериментальних досліджень є:

1.Розробка експериментальної установки для дослідження динамічних характеристик ракети, як елемента конструкції ТПК-Р.

2.Виявлення та оцінка впливу сил сухого тертя між опірними кільцями моделі ракети та моделлю ТПК.

3.Оцінка впливу місця розташування опірних кілець моделі ракети та моделлю ТПК на частоту і амплітуду коливань моделі ракети.

При створенні експериментальної установки досягалась наступна мета:

1.Створення моделі конструкції типу ТПК-Р, що дозволяє забезпечити обпирання моделі ракети з моделлю ТПК як за допомогою відомих способів (шарнірне обпирання, пружне обпирання), так і з допомогою сил сухого тертя.

2.Розробка конструктивних вузлів та елементів, що забезпечують швидку і надійну зміну положення опор моделі ракети і сил сухого тертя в опорах, згідно з планом експерименту.

3.Розробка комплексу для реєстрації та виміру динамічних характеристик моделі ракети.

Виходячи з поставлених цілей була створена експериментальна установка для дослідження динамічних характеристик конструкцій типу ТПК-Р, що включає: модель платформи СПУ (ТА) 1, модель ТПК 2, модель ракети 3, опори моделі ТПК 4, гвинти 5, змінні опори сухого тертя 6, шарнірний вузол кріплення моделі ракети 7, рамки 8, гвинти 9 і 10. Експериментальна установка встановлювалась на платформу центробіжного вібратора механічного типу марки ТОЗ-017 (рис.4).

Для виміру динамічних характеристик моделі ракети застосовано комплекс виміральної апаратури, блок-схема якого представлена на рис.5.

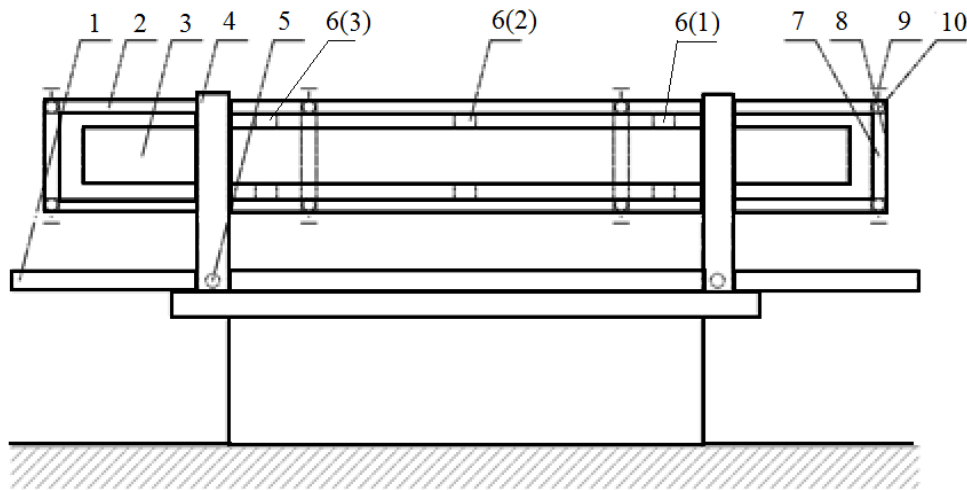


Рис.4. Схема експериментальної установки
Джерело: авторський рисунок

Комплекс вимірювально – реєструючої апаратури містить: тензодатчики, $T_1, T_2, \dots, T_n$, виходи яких пов'язані з входами багатоканального тензопідсилювача 1, який у свою чергу відповідними виходами з'єднаний з входами самописця 3. Живлення тензопідсилювача здійснюється блоком живлення 2. Контроль заданої частоти здійснюється частотометром 4.

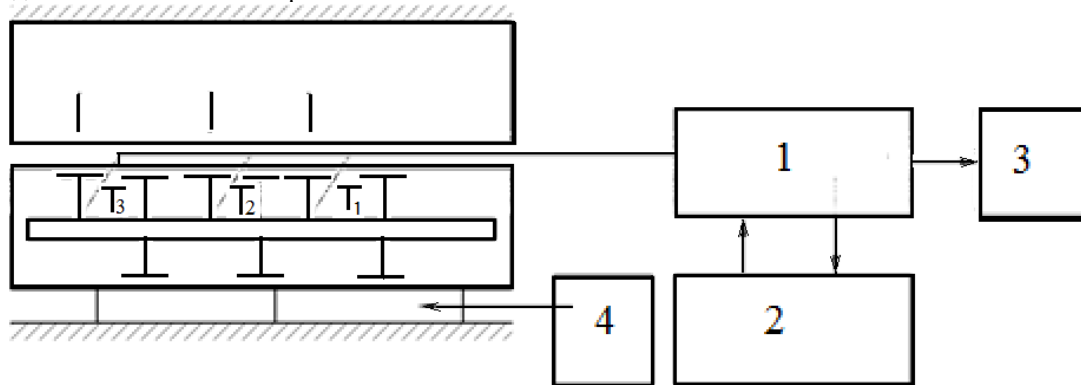


Рис.5. Блок – схема вимірювально – реєструючої апаратури
Джерело: авторський рисунок

При зв'язку моделі ракети з імітатором ТПК за допомогою шарнірних опор, отримані наступні експериментальні результати для резонансної частоти і амплітуди коливань моделі ракети (для двох перших форм коливань):

$$\begin{aligned} f_{P1} &= 18 \pm 1,1 \text{ Гц}, & A_{P1} &= 1,5 \cdot 10^{-3} \pm 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}; \\ f_{P2} &= 24 \pm 1,4 \text{ Гц}, & A_{P2} &= 2 \cdot 10^{-3} \pm 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}, P=0,95. \end{aligned}$$

При врахуванні реальних зв'язків (зв'язків сухого тертя) між моделями ракети і ТПК, розміщених в тих же точках конструкції, що і шарнірні опори, отримані наступні результати:

$$\begin{aligned} f_{P1} &= 26 \pm 1,56 \text{ Гц}, & A_{P1} &= 5 \cdot 10^{-3} \pm 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \\ f_{P2} &= 33 \pm 1,98 \text{ Гц}, & A_{P2} &= 2 \cdot 10^{-3} \pm 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}, P=0,95. \end{aligned}$$

Аналіз отриманих результатів показує, що із зростанням сили тертя в опорах резонансна частота коливань консольної частини моделі ракети зростає. Перша резонансна частота коливань моделі ракети з опорами тертя, приблизно, в 1,4 рази вища першої резонансної частоти коливань моделі ракети на шарнірних опорах. Друга резонансна частота коливань моделі ракети з опорами тертя в 1,37 рази вища першої резонансної частоти коливань моделі ракети на шарнірних опорах.

Отже, конструкції типу ТПК-Р необхідно розглядати як конструкції з суттєво нелінійними дисипативними силами. Для дослідження впливу величини сили тертя в опорах та місця розташування опор тертя між моделлю ракети і ТПК на динамічні характеристики моделі ракети використано метод активного планування експерименту. При дослідженні динамічних характеристик моделі ракети в якості вихідних відкликів вибирались:

- частоти резонансних коливань моделі ракети;
- переміщення консольної частини моделі ракети на резонансних режимах.

В якості факторів, що впливають на відклики, були обрані: $\tilde{x}_1$ – величина сили тертя в першій опорі X_1 ; $\tilde{x}_2$ – величина сили тертя в другій опорі X_2 ; $\tilde{x}_3$ – величина сили тертя в третій опорі X_3 . Значення факторів змінювались і встановлювались на необхідні рівні за намеченим планом. Матриця плану проведення експериментів наведена в роботі [21].

За результатами експериментальних досліджень за допомогою метода багатофакторного активного планування експериментів отримані:

- рівняння регресії для визначення резонансної частоти коливань моделі ракети:

$$f_p = 30,25 + 0,925\tilde{x}_1 + 1,15\tilde{x}_2 + 2,5\tilde{x}_3 - 0,67\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - 0,175\tilde{x}_1\tilde{x}_3 - 0,25\tilde{x}_2\tilde{x}_3 + 0,575\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3;$$
- рівняння регресії для визначення резонансної амплітуди коливань моделі ракети:

$$A^p = 6,79 - 0,64\tilde{x}_1 - 1,16\tilde{x}_2 - 1,2\tilde{x}_3 + 0,9\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + 0,16\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + 0,54\tilde{x}_2\tilde{x}_3 - 0,64\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3,$$
де $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ - величини сил тертя в опорах.

Результати проведених експериментальних досліджень впливу величини сили тертя в опорах на динамічні характеристики моделі ракети і аналіз отриманих на їх основі рівнянь регресії, показали що:

- на величину резонансної частоти коливань моделі ракети найбільш суттєвий вплив здійснює сила тертя в третій опорі;
- на величину резонансної амплітуди коливань найбільш суттєвий вплив здійснює сила тертя в другій і третій опорах, з її зростанням величина відклику системи зменшується;
- крім того, поряд з лінійними ефектами істотний вплив на величину вихідного відклику здійснює взаємодія факторів $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$, причому ця взаємодія здійснює протилежний вплив на вихідний відклик.

Таким чином, для підвищення частоти резонансних коливань консольної частини моделі ракети необхідно збільшувати силу тертя в опорах між моделлю ракети та ТПК (особливо, в третій опорі). Для зменшення амплітуди резонансних коливань консольної частини моделі ракети також необхідно збільшувати силу тертя в опорах (особливо, в другій та третій опорах). Взаємодія факторів $\tilde{x}_1, \tilde{x}_3$ та $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3$, призводить до зниження частоти резонансних коливань консольної частини моделі ракети та підвищення амплітуди резонансних коливань консольної частини моделі ракети.

Крім того проведені експериментальні дослідження залежності резонансної частоти і амплітуди коливань моделі ракети від місця положення опор тертя.

В якості факторів, що впливають на відклики, були обрані: $\tilde{x}_1$ – місце положення першої опори X_1 ; $\tilde{x}_2$ – місце положення другої опори X_2 ; $\tilde{x}_3$ – місце положення третьої опори X_3 . В результаті, отримані:

- рівняння регресії для визначення резонансної частоти коливань моделі ракети:

$$f^p = 26,1 - 1,5\tilde{x}_1 + 1,16\tilde{x}_2 + 1,3\tilde{x}_3 + 0,76\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + 0,11\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + 0,74\tilde{x}_2\tilde{x}_3 + 0,45\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3;$$
- рівняння регресії для визначення резонансної амплітуди коливань моделі ракети:

$$A^p = 5,6 - 0,59\tilde{x}_1 + 0,35\tilde{x}_2 - 0,94\tilde{x}_3 + 0,36\tilde{x}_1\tilde{x}_2 - 0,34\tilde{x}_2\tilde{x}_3 - 0,39\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3,$$
де $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ - координати місцеположення опор тертя (початок відліку розміщено в піддоні моделі ракети).

Результати проведених експериментальних досліджень і аналіз отриманих на їх основі рівнянь регресії, показали що:

- на величину резонансної частоти коливань консольної частини моделі ракети найбільший вплив здійснює місцеположення першої опори. При цьому, із зростанням фактору $\tilde{x}_1$ величина резонансної частоти коливань консольної частини імітатора ракети зменшується. Зростання факторів $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ призводить до зростання величини резонансної частоти коливань консольної частини моделі ракети;
- на величину резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети найбільш суттєвий вплив здійснюють місцеположення першої і третьої опор. Зростання факторів $\tilde{x}_1, \tilde{x}_3$ призводить до зниження величини резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети. В той же час зростання фактору $\tilde{x}_2$ призводить до зростання величини резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети.

Таким чином, конструкції типу ТПК-Р являють собою особливий тип конструкцій, які мають відмінні властивості. При дії вібрації на механічні конструкції типу ТПК-Р, складові яких пов'язані між собою силами сухого тертя, виникають своєрідні ефекти, що призводять до зміни властивостей та поведінки механічних систем такого типу. Одним з таких ефектів є ефект зміни, під дією вимушених коливань, коефіцієнтів сухого тертя. Крім того, можливим є ефект вібраційного переміщення внутрішнього елемента конструкції (ракети) вздовж зовнішнього елемента (ТПК), який залежить від величини сили тертя між внутрішнім та зовнішнім елементами, що потребує подальшого вивчення конструкцій такого типу.

Висновки

У цьому дослідженні шляхом проведення експерименту було визначено спектр частот і резонансних амплітуд коливань конструкцій типу ТПК-Р, складові яких пов'язані між собою силою сухого тертя. Аналіз отриманих експериментальних результатів дозволяє зробити наступні висновки:

1. Із зростанням сили тертя в опорах резонансна частота коливань моделі ракети зростає. Перша резонансна частота коливань моделі ракети з опорами тертя в 1,4 рази вища першої резонансної частоти коливань моделі ракети на шарнірних опорах.
2. Конструкції типу ТПК-Р необхідно розглядати як конструкції з суттєво нелінійними дисипативними силами.

Результати проведених експериментальних досліджень впливу величини сили тертя в опорах на динамічні характеристики моделі ракети і аналіз отриманих на їх основі рівнянь регресії, дозволили зробити наступні висновки:

- на величину резонансної частоти коливань моделі ракети найбільш суттєвий вплив здійснює сила тертя в третій опорі;
- на величину резонансної амплітуди коливань найбільш суттєвий вплив здійснює сила тертя в другій і третій опорах, з її зростанням величина відклику системи зменшується;

- крім того, поряд з лінійними ефектами істотний вплив на величину вихідного відклику здійснює взаємодія факторів $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$, причому ця взаємодія здійснює протилежний вплив на вихідний відклик.

Таким чином, для підвищення частоти та зменшення амплітуди резонансних коливань моделі ракети необхідно збільшувати силу тертя в опорах.

Результати проведених експериментальних досліджень залежності резонансної частоти і амплітуди коливань моделі ракети від місця положення опор тертя і аналіз отриманих на їх основі рівнянь регресії, дозволили зробити наступні висновки:

- на величину резонансної частоти коливань консольної частини моделі ракети найбільший вплив здійснює місцеположення першої опори. При цьому, із зростанням фактору $\tilde{x}_1$ величина резонансної частоти коливань консольної частини імітатора ракети зменшується. Зростання факторів $\tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ призводить до зростання резонансної частоти коливань консольної частини моделі ракети;

- на величину резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети найбільш суттєвий вплив здійснюють місцеположення першої і третьої опор. Зростання факторів $\tilde{x}_1, \tilde{x}_3$ призводить до зниження величини резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети. В той же час зростання фактору $\tilde{x}_2$ призводить до зростання величини резонансної амплітуди коливань консольної частини моделі ракети.

Практична цінність отриманих результатів заключається у врахуванні реальних зв'язків між ракетою та транспортно-пусковим контейнером, що забезпечує підвищення збереженості ракет при здійсненні перевезень. Наведені результати експериментальних досліджень динамічних характеристик конструкцій типу ТПК-Р дозволяють на стадії конструювання врахувати вплив сил тертя між елементами конструкцій на динамічні характеристики ракети при її транспортуванні.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з дослідженням нових ефектів, що виникають при дії вібрації на механічні конструкції типу ТПК-Р, які призводять до зміни властивостей та поведінки механічних конструкцій такого типу. Одним з таких ефектів є ефект зміни, під дією вимушених коливань, коефіцієнтів тертя між опорами ракети та ТПК, другим – ефект вібраційного переміщення внутрішнього елемента конструкції (ракети) вздовж зовнішнього елемента (ТПК), який залежить від величини сили тертя між внутрішнім та зовнішнім елементами, що потребує подальшого вивчення конструкцій такого типу.

Література

1. Гайда П. І., Трофименко П. С., Ляпа М. М. Основи теорії польоту і конструкції ракет: навчальний посібник. Суми : Сумський державний університет, 2011. 248 с.
2. Аврамов К. В., Успенський Б. В. Вимушені коливання тришарової оболонки подвійної кривизни з пружним стільниковим заповнювачем. *Технічна механіка*. 2022. № 4. С. 79 – 94. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2022.04>.
3. Ларін А. А. Дослідження коливань ракет. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія ІФНІТ*. 2012. Вип. 20. С. 164 – 170.
4. Бекшаєв С.Я., Фомін В.С. Основи теорії коливань. Одеса: ОГАСА, 2013. 103 с.
5. Пилипенко О.В. Вирішення сучасних проблем динаміки технічних систем. *Технічна механіка*. 2021. № 2. С. 3 – 19. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.02>.
6. Проектування і конструкція ракет-носіїв /В.В. Близниченко та інш. Д.: Вид-во ДНУ, 2007. 504 с.
7. Акімов Д. В., Гришак В. З., Ларіонов І. Ф., Гоменюк С. І., Клименко Д. В., Чопоров С. В., Гребенюк С. Н. Математичне забезпечення аналізу міцності силових елементів ракетно-космічної техніки. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2017. Вип. 26. С. 5 – 21.
8. Гудрамович В. С. Міцність, надійність і ресурс конструкцій аерокосмічної техніки і енергетики. *Технічна механіка*. 2021. № 2. С. 100 – 106. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.02>.
9. Ніколаєв А.Д., Хорошилов С.В. Визначення параметрів вібрацій космічного апарата на активній ділянці польоту ракети-носія на основі вогневих випробувань рідинного ракетного двигуна. *Технічна механіка*. 2024. № 1. С. 3 – 15. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2024.01>.
10. Дзюба А. П., Сіренко В. М., Дзюба А. А., Сафронова І. А. Моделі та алгоритми оптимізації елементів неоднорідних оболонкових конструкцій. *Актуальні проблеми механіки: монографія/ за ред. М. В. Полякова*. Дніпро: Ліра. 2018. С. 225–243.
11. Ольшанський В.П., Ольшанський С. В. Нестационарні коливання механічної системи лінійно-змінної маси з комбінованим тертям. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. Харків: НТУ «ХПІ». 2013. № 4 (1041). С. 324 – 333.
12. Конохов С. Н., Логачев П. П. Мінометний старт міжконтинентальних балістичних ракет. Дніпро: НАН, НАКА України, Ін-т технічної механіки, ДКБ «Південне». 1997. 211 с.
13. Шийко О. М., Коплик І. В., Остапова О. П., Авдєєва О. М. Математична модель руху системи ракета-контейнер під час мінометного старту. *Системи озброєння і військова техніка*. 2016. № 2. С. 51– 61.
14. Пилипенко О. В., Ніколаєв О. Д., Хоряк Н. В., Башлій І. Д., Долгополов С. І. Динамічні процеси у твердопаливних ракетних двигунах та їх взаємодія з вібраціями конструкції ракети: стан питання та актуальні проблеми. *Технічна механіка*. 2023. № 1. С. 3 – 13. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2023.01>.
16. Гудрамович В. С., Сіренко В. Н., Гарт Е. Л., Клименко Д. В. Питання міцності і стійкості неоднорідних конструкцій ракетно-космічної техніки при урахуванні пластичності і повзучості

Технічна механіка. 2021, № 1, С. 3 – 15. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.01>.

17. Фролов В.П., Моїсєєв А.А. та інш. Оцінка можливості авіаційного перевезення РН «Таурус-П» з України в ЦКП Воллопс. Дніпро: Видавництво ДП «КБ «Південе», 2012. 69 с.
18. Точка-У. Найгіршіша зброя ЗСУ - YouTube. web.archive.org. (дата звернення: 5 квітня 2022).
19. Кепич Т.Ю., Куценко О.Г. Основи теорії подібності та аналізу розмірностей та їх застосування в задачах механіки: навч. посіб. К.: «Київський національний університет імені Тараса Шевченка», 2004. 101 с.
20. Гнисько С.М., Шпилька А.Н. Застосування теорії подібності для аналізу параметрів вібраційних систем в процесах шліфувальної обробки. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*. Полтавський Національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, 2016. № 2 (47). С. 14 – 20.
21. Дудніков С.М. Методологія та організація наукових досліджень. Харків: Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка, 2020. 45 с.
22. Ковтун А.В., Греков В.П., Прокопов В.О. Динаміка складних механічних систем із зв'язками сухого тертя. Харків: МО України, 1996. 116 с.
23. Лапач С.М. Теорія планування експериментів: Виконання розрахунково-графічної роботи: навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка», спеціалізації «Технологія машинобудування». Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. 86 с.
24. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: підручник. Житомир: ЖІТІ, 2001. 612 с.
25. Гліненко Л.К., Смердов А.А., Вибойшик О.М. Моделювання евристичних задач проектування. Львів: ПП "Телемаркет", 1997. 222 с.
26. Зелінський А.М. Основи математичного моделювання. Київ: НМК ВО, 1992. 220 с.

References

1. Hayda P. I., Trofymenko P. Ye., Lyapa M. M. *Osnovy teorii pol'otu i konstruktivnykh raket: navchal'nyy posibnyk*. Sumy: Sums'kyi derzhavnyi universytet, 2011. 248 s.
2. Avramov K. V., Uspenskiy B. V. Vymusheni kolyvanniy trysharovo obolonky podvinoj kryvyzny z pryzhnyim stilnykovym zapovnuvachem. *Tekhnichna mekhanika*. 2022. № 4. S. 79 – 94. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2022.04>.
3. Larin A. A. Doslidzhennya kolyvan' raket. *Visnyk Dnipropetrovs'koho universytetu. Seriya IFNIT*. 2012, vyp. 20. S. 164 – 170.
4. Bekshayev S. YA, Fomin V. M. *Osnovy teorii kolyvan'*. Odesa: OGASA, 2013. 103 s.
5. Pylypenko O.V. Vyryshenniy suchasnykh problem dynamiky tekhnichnykh system. *Tekhnichna mekhanika*. 2021. № 2. S. 3 – 19. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.02>.
6. Proektuvannya i konstruktivna raket-nosiyiv / V. V. Blyznychenko ta insh. Dnipro: Vyd-vo DNU, 2007. 504 s.
7. Akimov D. V., Grishchak V. Z., Larionov I. F., Gomenyuk S. I., Klimenko D. V., Choporov S. V., Grebenyuk S. N. *Matematichne zabezpecheniy analizu mizhnosti silovykh elementiv raketno-kosmichnoy tekhniki. Problemi obchysluval'noy mekhaniki i mitsnosti konstruktivnykh*. 2017. Vip. 26. S. 5 – 21.
8. Gudramovich V. S. Mieznicist', nadiynist' i resurs konstruktsiy aerokosmichnoy tekhniki ta energetyky. *Tekhnichna mekhanika*. 2021. № 2. C. 100 – 106. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.02>.
9. Nikolayev A. D., Khoroshylov S.V. Vyznachenniy parametrv vibratsiy kosmichnogo aparatu na aktivnyy dilyinczii pol'otu rakety-nosiy na osnovi vognevnykh vyprobuvan' ridynnoho raketnogo dvyguna. *Tekhnichna mekhanika*. 2024. № 1. S. 3 – 15. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2024.01>.
10. Dzyuba A. P., Sirenko V. M., Dzyuba A. A., Safronova I. A. Modeli ta alhorytmy optymizatsiyi elementiv neodnorodnykh obolonkovykh konstruktivnykh. *Aktual'ni problemy mekhaniki: monohrafiya / za red. M. V. Polyakova*. Dnipro: Lira. 2018. S. 225–243.
11. Ol'shanskiy V.P., Ol'shanskiy S. V. Nestatsionarny kolyvannya mekhanichnoy sistemy liniyno-zmsnoy masi z kombinovanyim tertiyim. *Visnyk NTU «KHPi»*. Seriya: *Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh*. Kharkiv: NTU «KHPi». 2013. № 4 (1041). S. 324 – 333.
12. Konyukhov S. N., Logachev P. P. Minometnyy start mizhkontinental'nykh balistychnykh raket. Dnipro NAN, NKA Ukrainy, In-t tekhnichnoy mekhaniki, GKB «Pivdenne». 1997. 211 s.
13. Shyyko O. M., Koplyk I. V., Ostapova O. P., Avdyeyeva O. M. *Matematychna model' rukhu systemy raketa-konteyner pid chas minometnoho startu. Systemy ozbroynennya i viys'kova tekhnika*. 2016. № 2. S. 51–61.
14. Pylypenko O. V., Nikolaev O. D., Horjk N. V., Bashliy I. D., Dovgopolo S. I. Dynamichni procesy u tverdopalyvnykh raketnykh dvygunah ta ih vzayemodiy z vibratsiyim konstruktivnykh raket: stan pytanniy ta aktual'ni problemy. *Tekhnichna mekhanika*. 2023. № 1. S. 3 – 13. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2023.01>.
15. Gudramovich V. S., Sirenko V. N., Gart E. L., Klymenko D. V. Pytanniy mitsnosti i stiykosti neodnorodnykh konstruktsiy raketno-kosmichnoy tekhniki pry urahuvanni plastychnosti i povzuchosti. *Tekhnichna mekhanika*. 2021. № 1, C. 3 – 15. DOI: <https://doi.org/10.15407/itm2021.01>.
16. Frolov V.P., Moiseev A.A. ta insh. Otcinka moglyvsti aviatciynogo perevezenniy RN «Taurus-II» z Ukrainy v TCKP Vollops. Dnipro: Vydavnytstvo GKB «Pivdenne», 2012. 69 s.
17. Tochka-U. Nayhriznisha zbroya ZSU - YouTube. web.archive.org. (data zvernennya: 5 kvitnya 2022).
18. Kepykh T. Yu., Kutsenko O. H. *Osnovy teoriiy podobnosti ta analizu rozmimostey ta yikh zastosuvannya v zadachakh mekhaniki: Navchal'nyy posibnyk*. Kyiv: «Kyivskyy natsional'nyy universytet imeni Tarasa Shevchenka», 2004. 101 s.
19. Gnit'ko S. M., Shpil'ka A. N. Zastosuvanniy teoriiy podobnosti dlya analizu parametrv vibratsiynykh system v protsessakh shlifuval'noy obrobky. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2016. №2 (47). S. 14 – 20.
20. Dudnikov S. M. *Metodolohiya ta orhanizatsiya naukovykh doslidzhen'* Kharkiv: Kharkivskyy natsional'niy tekhnichnyy universytet sil's'koho hospodarstva im. P. Vasylenka, 2020. 45 s.
21. Kovtun A. V., Hrekov V. P., Prokopov V. O. *Dynamika skladnykh mekhanichnykh system iz zv'yazkamy sukhoho tertya*. Kharkiv: MO, 1996. 116 s.
22. Lapach S. M. *Teoriya planuvannya eksperymentiv: Vykonannya rozrakhunkovo-hrafichnoy roboty [Elektronnyy resurs]: navch. posib. dlya stud. spetsial'nosti 131 «Prykladna mekhanika», spetsializatsiyi «Tekhnolohiya mashynobuduvannya» KPI im. Ihorya Sikors'koho*. Kyiv: KPI im. Ihorya Sikors'koho, 2020. 86 s.
23. Strutynskyy V. B. *Matematychnye modelyuvannya protsesiv ta system mekhaniki: Pidruchnyk*. Zhytomyr: ZHITI, 2001. 612 s.
24. Hlinenko L. K., Smerdov A. A., Vyboyskyk O. M. *Modelyuvannya evristychnykh zadach proektuvannya*. L'viv: PP "Telemarket", 1997. 222 s.
25. Zelinskyy A. M. *Osnovy matematychnoho modelyuvannya*. Kyiv: NMK VO, 1992. 220 s.