

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2023-317-1-105-110>

УДК 519.6:001.5

**КРАВЦОВ Андрій**

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0003-3103-6594>e-mail: [kravcov\\_84@ukr.net](mailto:kravcov_84@ukr.net)**ЛЕВКІН Дмитро**

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-1980-4426>e-mail: [dimallevkin23@gmail.com](mailto:dimallevkin23@gmail.com)**БЕРЕЖНА Наталія**

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-8740-3387>e-mail: [bereg\\_nat@ukr.net](mailto:bereg_nat@ukr.net)**ЛЕВКІН Артур**

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-5021-5366>e-mail: [levkinar26@gmail.com](mailto:levkinar26@gmail.com)

## МЕТОДОЛОГІЧНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ БІООб'єктових Задач

В статті розроблена методика до математичного моделювання біотехнологічних систем, які містять джерела лазерної дії. В її основу покладені розрахункові та оптимізаційні математичні моделі для пошуку раціональних значень технічних параметрів випромінювачів. Авторами досліджені основні аспекти теорії аналізу і синтезу складних систем, які містять зосереджені, рухомі джерела фізичних полів. Для забезпечення життєздатності клітин зародків потрібний особливо ретельний контроль рівня нагріву зародків не лише в найближчих до місця лазерного розтину точках, а також і в момент завершення лазерної дії. Слід також відзначити, що після закінчення короткочасної дії лазерного випромінювання, потік тепла від межі розтину ембріона переходить в інші його частини. Нестационарний процес теплового розподілу триватиме допоки не встановиться стаціонарний режим, необхідний для підтримки життєздатності ембріона.

Через особливості мікробіологічного об'єкта автори здійснюють математичне моделювання нестационарної, нелінійної, багатовимірної біотехнологічної системи, яка містить дискретне, рухоме джерело лазерної дії. Досить складно здійснити реалізацію прикладних оптимізаційних математичних моделей, які застосовуються для оптимізації модельованої системи. Тому доцільно отримати наближені розв'язки крайових задач з усередненими значеннями теплофізичних параметрів лазерних випромінювачів і без врахування тришарової будови ембріона. Для підвищення рівня життєздатності клітин зародків автори пропонують реалізувати прикладну оптимізаційну математичну модель мінімізації відхилення температури лазерної дії від свого припустимого значення. Це дозволить отримати раціональні технічні параметри випромінювачів, які наближаються до дійсності і задовольняють потребам технічного використання лазерних випромінювачів.

Ключові слова: математичне моделювання, оптимізація, біотехнологічні системи, крайові задачі.

KRAVTSOV Andrii, LEVKIN Dmytro, BEREZHNA Natalija, LEVKIN Artur  
State Biotechnological University, Kharkiv, Ukraine

## METHODOLOGICAL APPROACH TO THE MATHEMATICAL MODELS CONSTRUCTION OF BIOOBJECT PROBLEMS

This article reveals a technique for the mathematical modeling of biotechnological systems that contain sources of laser action. Calculation and optimization mathematical models for finding rational values of the technical parameters of the emitters are the basis for this. The authors researched the main aspects of the theory of analysis and synthesis of complex systems that contain concentrated, moving sources of physical fields. To ensure the viability of embryo cells, it is necessary to carefully monitor the level of embryo heating not only at the points closest to the laser dissection site but also at the end of the laser action. It should also be noted that at the end of the short-term effect of laser radiation, the flow of heat from the border of the embryo dissection passes to other parts of it. The non-stationary process of thermal distribution will occur until a stationary mode is established, which is necessary to maintain the viability of the embryo.

Due to the peculiarities of the microbiological object, the authors perform mathematical modeling of a non-stationary, nonlinear, multidimensional biotechnological system, which contains a discrete, moving source of laser action. It is quite difficult to implement applied optimization mathematical models that are used to optimize the modeled system. Therefore, it is advisable to obtain approximate solutions to boundary value problems with averaged values of thermophysical parameters of laser emitters without considering the three-layer structure of the embryo. To increase the level of viability of germ cells, the authors propose to implement an applied optimization mathematical model for minimizing the deviation of the temperature of laser action from its acceptable value. This will make it possible to obtain rational technical parameters of the emitters, which are close to reality and satisfy the needs of the technical use of laser emitters.

Keywords: mathematical modeling, optimization, biotechnological systems, boundary value problems.

### Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

В основу більшості практично застосовуваних автоматизованих систем контролю покладений метод безпосереднього порівняння з еталоном. При цьому, еталоном може бути як і окремий об'єкт, що сканується одночасно з контрольованим об'єктом, так, і масив задалегідь записаної в пам'ять комп'ютера інформації. Методи відбору необхідної інформації при автоматичному аналізі мікробіологічних зображень можуть відноситися до

двох основних груп: приладові і машинні. Приладові методи припускають використання різних оптичних пристроїв, які дають змогу виділити відмінності на контрольованому об'єкті або методом амплітудної фільтрації (шляхом порівняння зображень, ділянок або точок контрольованої і еталонної структур), або методом просторової фільтрації, або шляхом прямого аналізу дифракційного зображення контрольованого об'єкту (при цьому, використовується та обставина, що світло по різному дифрагує на різних ділянках). Машинні методи контролю припускають використання спеціалізованих або універсальних комп'ютерів, які працюють на основі апріорних відомостей про оптимальні властивості контрольованого об'єкту і оброблених зображення за допомогою деяких алгоритмів. При цьому, аналізоване зображення об'єкту заздалегідь перетворюється в цифрову форму з використанням телевізійних систем або сканованих фотоелектричних перетворювачів зображення.

На відміну від приладових, машинні методи дозволяють контролювати будь-які розбіжності контрольованого і еталонного зображень, окрім того, машинні методи можуть здійснити аналіз отриманої інформації, забезпечити її статистичну обробку і дати рішення про якість об'єкту. Можливості машинних методів перевершують приладові і на їх основі можуть бути створені повністю автоматичні системи, які не вимагають участі людини на стадії класифікації дефектів і ухвалення рішень. Усі машинні методи можуть бути реалізовані на основі евристичної або математичної обробки зображень, тим або іншим способом введені на комп'ютерах.

Евристичний метод припускає використання алгоритмів на основі деяких апріорних відомостей про відмінності між дефектами і структурою об'єкту. Математичний метод в спроможності використати алгоритм розпізнавання двовимірних зображень на основі перетворень Фур'є, при цьому, на комп'ютері порівнюються спектри контрольованого і бездефектного зображень. При чому, якщо інформація про еталонне зображення записана в пам'яті комп'ютера і робиться поточкове порівняння з нею інформації про контрольоване зображення, що отримується за допомогою будь-якої або оптичної сканованої системи, то це вимагає значного об'єму пам'яті.

В статті наведена методика до побудови математичних моделей для мікробіологічного об'єкта (ембріона) під дією сканованих джерел лазерного випромінювання. Для оцінки рівня життєздатності клітин зародків в статті запропоновано реалізувати прикладну оптимізаційну математичну модель мінімізації ухилень значень лазерної дії на ембріон від критично можливих значень. Це дозволить за рахунок використання методу кластерного аналізу підвищити якість біотехнологічного процесу лазерного поділу ембріона.

#### **Аналіз досліджень та публікацій**

Здійснивши всебічний аналіз особливостей чисельних методів, які застосовують для розпізнавання компонентів складних речовин в умовах невизначеності, авторами публікації [1] розв'язані прикладні задачі оптимізації керуючих параметрів технічних систем. З метою зменшення негативного впливу на довкілля в публікаціях [2, 3] досліджені основні аспекти застосування програмних засобів для розв'язання задач стійкого розвитку та прийняття управлінських рішень при проектуванні екологічних систем. Для дослідження динаміки перебігу екологічної ситуації на певній території здійснений моніторинг техногенного навантаження та виникнення можливих ризиків [3]. Отримані в публікаціях [4, 5] вирази для розрахунку критеріїв міцності трибосистем дали змогу її авторам визначити межі стійкості роботи різних конструкцій трибосистем.

Авторами публікації [6] визначені та всебічно обґрунтовані умови побудови коректних крайових задач для систем нелінійних диференціальних рівнянь. Визначені умови керованості та наближеної керованості для складних систем [7, 8]. В публікаціях [9, 10] розв'язана задача впровадження науково-технічних інновацій для забезпечення ефективного розвитку сільськогосподарських підприємств в умовах ринкової економіки. Обґрунтувавши теоретичні, методичні та практичні засади управління розвитком підприємства, авторами публікації [11, 12] сформований організаційно-економічний механізм стабільного розвитку сільськогосподарських підприємств в умовах ринкової економіки.

#### **Формулювання цілей статті**

Метою роботи є запропонувати методику до побудови математичних моделей біоб'єктових задач і оцінки рівня життєздатності клітин зародків ембріона.

#### **Виклад основного матеріалу**

В автоматизованій системі визначення життєздатності ембріонів порівнюються зображення однієї і тієї ж ділянки з інтервалом в 1-3 хвилини. Принцип роботи системи базується на зміні світлопроникнення окремих ділянок живого ембріона, так званих активних зон, пов'язаний з випадковим подрібненням окремих клітин зародків, виникненням і збільшенням бластополости всередині ембріона, протіканням різних біохімічних процесів. Для аналізу власних зображень і визначення характеристик, які визначають життєздатність ембріонів, використана розрахункова математична модель процесу лазерної дії на ембріон:

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = \lambda \Delta T(x, y, z, t) + P(x, y, z, t), \quad (1)$$

де  $T(x, y, z, t)$  – температурне поле;

$x, y, z$  – просторові змінні;

$t$  – координата часу;

$\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності;

$P(x, y, z, t)$  – функція розподілу джерела енергії лазерної дії:

$$P(x, y, z, t) = \begin{cases} P(x, y, z, t), & \text{якщо } (x, y, z) \in \Omega, t \in [0; T]; \\ 0, & \text{якщо } (x, y, z) \notin \Omega, t \notin [0; T], \end{cases} \quad (2)$$

де  $\Omega$  – область дії джерела випромінювання;

$T$  – час дії.

Початкова умова:

$$T(x, y, z, 0) = T(x, y, z). \quad (3)$$

Гранична умова теплообміну з навколишнім середовищем:

$$\frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial v_{01}} + h_{01}(x, y, z)T(x, y, z, t) = T_{01}, \quad (4)$$

де  $v_{01}$  – напрямок до нормалі;

$h_{01}$  – коефіцієнт теплообміну.

Рівності розділу між зовнішньою оболонкою ембріона та навколишнім середовищем:

$$\lambda_3 \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial v_3} = \lambda_4 \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial v_4}, \quad (5)$$

де  $\lambda_3, \lambda_4$  – коефіцієнти теплопровідності зовнішньої оболонки ембріона та навколишнього середовища.

З урахуванням сферичної форми ембріона, в загальному випадку, крайова задача (1)–(5):

$$\rho c \frac{\partial T(\vec{r}, t)}{\partial t} = \nabla(\lambda \nabla T(\vec{r}, t)) + q(\vec{r}, t), \quad (6)$$

де  $q(\vec{r}, t)$  – функція розподілу джерела енергії термічної дії.

Граничні умови на початку та наприкінці дії лазерного променя:

$$\begin{cases} T(\vec{r}, t) \Big|_{t=t_0}^{z=z_0} = T_0; \\ T(\vec{r}, t) \Big|_{t=t_N}^{z=z_N} = T_N. \end{cases} \quad (7)$$

Граничні умови теплового потоку:

$$\left( \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} - A(T_1 - T_{ext}) \right) \Big|_{r=R} = 0, \quad (8)$$

де  $\lambda_1$  – коефіцієнт зовнішньої оболонки ембріона;

$A$  – параметр тепловіддачі зовнішньої оболонки ембріона;

$T_1, T_{ext}$  – температури зовнішньої оболонки ембріона та навколишнього середовища.

Будемо шукати розв'язок крайової задачі (6)–(8) у виді ряду:

$$T(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \frac{1}{r} \sin \frac{\pi nr}{R}. \quad (9)$$

Підставимо  $T(r, t)$  з рівності (9) в диференціальне рівняння (6):

$$b'_n(t) + B_n b_n = \frac{2}{R \rho c} \int_0^R r q(r, t) \sin \left( \frac{\pi nr}{R} \right) dr, \quad (10)$$

де  $B_n = \left( \frac{an^2 \pi^2}{R^2} \right)$ .

$$T(r, t) = \frac{2}{r \pi \rho c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \left( \frac{\pi nr}{R} \right) F_n(r, t), \quad (11)$$

де функція  $F_n(r, t)$ :

$$F_n(r, t) = \int_0^t e^{-A_n(t-u)} \int_0^R r q(r, u) \sin \left( \frac{\pi nr}{R} \right) dr du. \quad (12)$$

З урахуванням сферичної форми ембріона, математична модель (6)–(8):

$$\frac{\partial T}{\partial t} - a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{q(\vec{r}, t)}{\rho c}, \quad (13)$$

де  $T = T(\vec{r}, t)$  – температурне поле;

$\vec{r}$  – глибина проникнення лазерного променя в ембріон;

$t$  – час лазерної дії;

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$  – коефіцієнт теплопровідності;

$q(\vec{r}, t)$  – густина потужності лазерної дії:

$$q(\vec{r}, t) = \begin{cases} q_0, \text{ при } \vec{r} \in [0; r_0], t \in [0; T]; \\ 0, \text{ при } \vec{r} \notin [0; r_0], t \notin [0; T]. \end{cases} \quad (14)$$

Граничні умови теплообміну зовнішньої оболонки ембріона з навколишнім середовищем:

$$\begin{cases} T(\vec{r}, t)|_{r=r_0} = 0; \\ T(\vec{r}, t)|_{r=R} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Для контролю теплового потоку застосовані граничні умови (8).

Коректність наведених крайових задач обґрунтована завдяки виконанню спеціалізованих умов та обмежень на символи псевдодиференціальних операторів в публікаціях [13, 14]. Використовуючи метод відокремлених змінних, шукатимемо розв'язок диференціального рівняння (13) в наступному виді:

$$T(r, t) = u(r)v(t) = e^{ct} \sum_{k=0}^{\infty} c_k r^{k-1}. \quad (16)$$

Підставивши рівність (16) в диференціальне рівняння (13), отримаємо:

$$v'(t)u(r) - av(t)(u''(r) + \frac{2}{r}u'(r)) = 0. \quad (17)$$

Використавши результати публікацій [14, 15], отримали розв'язок диференціального рівняння (13):

$$T(r, t) = 100e^{ct} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c^k r^{2k}}{a^k ((2k+1)!!)^2} - \frac{q_e}{6a} r^2 g(t). \quad (18)$$

Для оцінки життєздатності клітин зародків застосуємо метод кластерного аналізу, який полягає в

наступному: від матриці вихідних даних  $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{pmatrix}$  переходимо до матриці  $Z$  нормованих

значень з елементами:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}, \quad (19)$$

де  $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$  – середнє арифметичне,  $j = 1, 2, 3, 4$ ;

$i = 1, \dots, n$  – номери спостережень;

$$s_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}.$$

Відстань між двома спостереженнями  $z_i$  і  $z_v$ :

$$\rho_{BE}(z_i, z_v) = \sqrt{\sum_{e=1}^n w_e (z_{ie} - z_{ve})^2}, \quad (20)$$

де  $w_e$  – всі показники,  $0 < w_e \leq 1$ .

Запишемо отримані значення у виді матриці відстані:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 0 & \dots & \rho_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Використовуючи матрицю відстані, можна реалізувати алгомеративну ієрархічну процедуру кластерного аналізу. За відстанню між кластерами візьмемо відстань між найближчими елементами або між найбільш віддаленими елементами. Для мінімізації рівня травмованості клітин зародків автори пропонують

реалізувати прикладну оптимізаційну математичну модель мінімізації різниці між значеннями температури лазерного нагріву ембріона і їх припустимими значеннями. Інший приклад розв'язання задач синтезу і аналізу біотехнологічних систем для підвищення якості отриманого з надою молока наведений в статті [16].

### Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У статті досліджені деякі аспекти здійснення параметризації температурного поля ембріона під дією зосереджених, сканованих джерел лазерного випромінювання. Через нестандартну форму ембріона та технічні особливості джерел термічного навантаження досить складно отримати точний аналітичний розв'язок крайової задачі процесу лазерної дії на ембріон. Тому, в статті наведена методика математичного моделювання для розв'язання біооб'єктові задачі лазерного ділення ембріона без врахування його багаточислової внутрішньої будови. Для підвищення якості біотехнологічного процесу автори пропонують реалізувати прикладну оптимізаційну модель мінімізації відхилення температурного поля в ембріоні від наперед заданого припустимого значення.

### Література

1. Любченко В.А. Распознавание структуры сложных веществ в условиях неопределенности / В.А. Любченко, Е.П. Путятин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 2/9. – С. 32–34.
2. Попов О.О. Кількісний аналіз стану довкілля на техногенно забруднених територіях / О.О. Попов, А.В. Яцишин, В.О. Артемчук // Моделювання та інформаційні технології. – 2014. – Вип. 73. – С. 3–16.
3. Попов О. Нові підходи та геоінформаційні засоби вирішення екологічних задач техногенно-навантажених територій / О. Попов, А. Яцишин, В. Артемчук, В. Коваленко // Інформаційні технології та суспільство. – 2021. – Т. 1. Вип. 1. – С. 23–33. – <https://doi.org/10.32689/maup.it.2021.1.3>
4. Aulin V. Influence of high-modulus filler content on critical load on tribocouples made of microheterophase polymer composite materials. / Aulin V., Lysenko S., Hrynkiv A., Derkach, O., Makarenko D. // Problems of Tribology. – 2022. – Vol. 27. № 2/104. – P. 71–79. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2022-104-2-71-79>
5. Voitov A. Experimental verification between the functioning of tribosystems in the conditions of boundary lubrication. Problems of Tribology. 2022. Vol. 27. № 1/103. P. 41–49. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2022-103-1-41-49>
6. Andreieva D.N. [On constructing single-input non-autonomous systems of full rank.](#) / D.N. Andreieva, S.Yu. Ignatovich // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: «Математика, прикладна математика і механіка». – Том. 88. – 2018. – С. 35–43. – DOI: 10.26565/2221-5646-2018-88-04
7. Fardigola L., Khalina K. [Controllability Problems for the Heat Equation in a Half-Plane Controlled by the Dirichlet Boundary Condition with a Point-Wise Control.](#) Journal of mathematical physics, analysis, geometry. 2022. Vol. 18. № 1. P. 75–104. – <https://doi.org/10.15407/mag18.01.075>
8. Fardigola L., Khalina K. [Reachability and Controllability Problems for the Heat Equation on a Half-Axis.](#) Journal of mathematical physics, analysis, geometry. 2019. Vol. 15. №. 1. P. 57–78. <https://doi.org/10.15407/mag15.01.057>
9. Davydenko N., Ivanko A., Nehoda Y., Titenko Z. [Prognostication of Financial Providing of Innovative Activities of Enterprises.](#) Distributed Sensing and Intelligent Systems. Springer, Cham., 2022. P. 241–250.
10. Суска А.А. Удосконалення системи управління ризиками на підприємстві / А.А. Суска, Т.М. Харченко // Вісник Харківського національного аграрного університету ім. В.В. Докучаєва. Серія: «Аграрні науки». – Харків, 2019. – № 2. – С. 254–263.
11. Levkina R. The formation of organizational-economic mechanism for stable development of agricultural enterprises. Technology Audit and Production Reserves. 2013. Vol. 5. № 3(13). P. 16–18. <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2013.18518>
12. Котко Я.М. Механізм управління розвитком підприємств-виробників продукції рослинництва. / Я.М. Котко // Український журнал прикладної економіки. – 2020. – Т. 5. № 3. – С. 387–394. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2020-3-43>
13. Макаров А.А. Задача Коши для экспоненциально-корректных псевдодифференциальных операторов / А.А. Макаров, Д.А. Левкин // Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: «Математика, прикладна математика і механіка». – 2011. – Вип. 64. № 990. – С. 42–47.
14. Мегель Ю.Е. Математическая модель теплового нагрева многослойного микробиологического объекта / Ю.Е. Мегель, Д.А. Левкин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – № 3/4 (57). – С. 4–8.
15. Кравцов А.Г. Методика контролю можливих ризиків у розв'язанні прикладних задач / А.Г. Кравцов, Д.А. Левкін, Н.Г. Бережна // Вісник Хмельницького національного університету. Серія: «Технічні науки». – Хмельницький, 2022. – Issue. 1. Vol. 305. – С. 124–127. – DOI 10.31891/2307-5732-2022-305-1-124-127
16. Palii A.P., Mihalchenko S.A., Chechui H.F. Milking and udder health assesment in industrial farming. Ukrainian journal of Ecology. [Vol. 10. Issue. 2.](#) P. 375–381. – DOI: [10\\_15421/2020\\_112](#)

## References

1. Ljubchenko V.A. Raspoznavanie struktury slozhnykh veshhestv v usloviyakh neopredelennosti / V.A. Ljubchenko, E.P. Putjatin // Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovykh tehnologij. – 2011. – № 2/9. – S. 32–34.
2. Popov O.O. Kilkisnyi analiz stanu dovkillia na tekhnohenno zabrudnenykh terytoriiakh / O.O. Popov, A.V. Yatsyshyn, V.O. Artemchuk // Modeliuvannia ta informatsiini tekhnolohii. – 2014. – Vyp. 73. – S. 3–16.
3. Popov O. Novi pidkholdy ta heoinformatsiini zasoby vyryshennia ekolohichnykh zadach tekhnohenno-navantazhenykh terytorii / O. Popov, A. Yatsyshyn, V. Artemchuk, V. Kovalenko // Informatsiini tekhnolohii ta suspilstvo. – 2021. – T. 1. Vyp. 1. – S. 23–33. – <https://doi.org/10.32689/maup.it.2021.1.3>
4. Aulin V. Influence of high-modulus filler content on critical load on tribocouples made of microheterophase polymer composite materials. / Aulin V., Lysenko S., Hrynkiv A., Derkach, O., Makarenko D. // Problems of Tribology. – 2022. – Vol. 27. № 2/104. – Pp. 71–79. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2022-104-2-71-79>
5. Voitov A. Experimental verification between the functioning of tribosystems in the conditions of boundary lubrication. Problems of Tribology. 2022. Vol. 27. № 1/103. P. 41–49. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2022-103-1-41-49>
6. Andreieva D.N. On constructing single-input non-autonomous systems of full rank. / D.N. Andreieva, S.Yu. Ignatovich // Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu imeni V.N. Karazina. Serii: «Matematyka, prykladna matematyka i mekhanika». – Tom. 88. – 2018. – S. 35–43. – DOI: 10.26565/2221-5646-2018-88-04
7. Fardigola L., Khalina K. Controllability Problems for the Heat Equation in a Half-Plane Controlled by the Dirichlet Boundary Condition with a Point-Wise Control. Journal of mathematical physics, analysis, geometry. 2022. Vol. 18. № 1. R. 75–104. – <https://doi.org/10.15407/mag18.01.075>
8. Fardigola L., Khalina K. Reachability and Controllability Problems for the Heat Equation on a Half-Axis. Journal of mathematical physics, analysis, geometry. 2019. Vol. 15. № 1. P. 57–78. <https://doi.org/10.15407/mag15.01.057>
9. Davydenko N., Ivanko A., Nehoda Y., Titenko Z. Prognostication of Financial Providing of Innovative Activities of Enterprises. Distributed Sensing and Intelligent Systems. Springer, Cham., 2022. P. 241–250.
10. Suska A.A. Udoskonalennia systemy upravlinnia ryzykamy na pidpriemstvi / A.A. Suska, T.M. Kharchenko // Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu im. V.V. Dokuchaieva. Serii: «Ahrarni nauky». – Kharkiv, 2019. – № 2. – S. 254–263.
11. Levkina R. The formation of organizational-economic mechanism for stable development of agricultural enterprises. Technology Audit and Production Reserves. 2013. Vol. 5. № 3(13). P. 16–18. <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2013.18518>
12. Kotko Ya.M. Mekhanizm upravlinnia rozvytkom pidpriemstv-vyrobnykiv produktsii roslynnytstva. / Ya.M. Kotko // Ukrainyskij zhurnal prykladnoi ekonomiky. – 2020. – T. 5. № 3. – S. 387–394. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2020-3-43>
13. Makarov A.A. Zadacha Koshi dlja jeksponencial'no-korrektnykh psevdodifferencial'nykh operatorov / A.A. Makarov, D.A. Levkin // Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu imeni V.N. Karazina. Serii: «Matematyka, prykladna matematyka i mekhanika». – 2011. – Vyp. 64. № 990. – S. 42–47.
14. Megel' Ju.E. Matematicheskaja model' teplovogo nagreva mnogoslujnogo mikrobiologicheskogo ob'ekta / Ju.E. Megel', D.A. Levkin // Vostochno-Evropejskij zhurnal peredovykh tehnologij. – 2012. – № 3/4 (57). – S. 4–8.
15. Kravtsov A.H. Metodyka kontroliu mozhlyvykh ryzykiv u rozv'iazanni prykladnykh zadach / A.H. Kravtsov, D.A. Levkin, N.H. Berezna // Herald of Khmelnytskyi National University. – Khmelnytskyi, 2022. – Issue. 1. Vol. 305. – S. 124–127. – DOI 10.31891/2307-5732-2022-305-1-124-127
16. Palii A.P., Mihalchenko S.A., Chechui H.F. Milking and udder health assesment in industrial farming. Ukrainian journal of Ecology. Vol. 10. Issue. 2. P. 375–381. – DOI: 10\_15421/2020\_112