

ТКАЧОВ АНДРІЙНаціональний технічний університет України
“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”
<https://orcid.org/0009-0008-7450-0733>
e-mail: andrey171995@gmail.com

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ СОНЯЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

У роботі розглянуто метод визначення оптимальної кількості експериментів для побудови моделі сонячного елемента. Це дозволяє визначити точку максимальної потужності (Maximum Power Point, MPP), за якої потужність сонячного елемента є максимальною. Режим роботи сонячного елемента біля цієї точки сприяє підвищенню його коефіцієнта корисної дії. Сонячна енергетика, як відносно нова галузь, стрімко розвивається завдяки появі MPPT (Maximum Power Point Tracking) -контролерів, які значно підвищують ефективність сонячних систем завдяки постійному підтриманню режиму роботи сонячного елемента у точці максимальної потужності. Однак існуючі підходи до визначення MPP демонструють різну точність і потребують різної кількості вимірювань ВАХ, що призводить до додаткових витрат часу та ресурсів при їх реалізації. У роботі проаналізовано методи визначення MPP та виявлено недоліки деяких підходів, зокрема необхідність повторних вимірювань ВАХ при значних змінах освітлення. Запропоновано метод розрахунку мінімально достатньої кількості експериментальних точок для побудови математичної моделі напруги в залежності від освітлення із заданою точністю. В результаті дослідження визначено оптимальну кількість точок, необхідних для забезпечення точності моделі, що відповідає заданій похибці. Це дозволяє підвищити ефективність процесу моделювання та застосування сонячних елементів у реальних умовах. Отримані результати можуть бути інтегровані у сучасні MPPT-контролери, що підвищить ефективність і точність їх роботи. Метод також може бути застосований для розробки нових підходів до моделювання сонячних систем у динамічних умовах експлуатації.

Ключові слова: Сонячний елемент, MPPT, дисперсія, модель, коефіцієнт Стьюдента

TKACHOV ANDRII

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

METHOD FOR DETERMINING THE OPTIMAL NUMBER OF EXPERIMENTS FOR SIMULATING SOLAR CELLS

The work uses a method for determining the optimal number of experiments for building a solar cell model. This allows you to set the maximum power point (Maximum Power Point, MPP), for which the power of the solar cell is maximum. The operating mode of the solar cell near this point impairs the increase in its useful efficiency. Solar energy, as a relatively new industry, is developing rapidly due to the emergence of MPPT (Maximum Power Point Tracking) controllers, which significantly increase the efficiency of solar systems while constantly maintaining the operating mode of the solar cell at the maximum power point. However, existing approaches to determining the MPP demonstrate different accuracy and require different numbers of I/V measurements, which leads to additional time and resource costs in their implementation. The work analyzes methods for determining the MPP and identifies the shortcomings of some approaches, including the need for repeated I/V measurements with significant changes in illumination. A method for calculating the minimum sufficient number of experimental points for building a mathematical model of voltage depending on the formation with a given accuracy is proposed. As a result of the study, the optimal number of points was determined, at least to ensure the accuracy of the model, which corresponds to the specified error. This allows to increase the efficiency of the modeling process and the application of solar cells in real conditions. The results obtained can be integrated into modern MPPT controllers, which will increase the efficiency and accuracy of their operation. The method can also be used to develop new approaches to modeling solar systems in dynamic operating conditions. The results of the work provide new approaches for further optimization of modeling taking into account temperature changes, which provides a more accurate determination of the maximum power point of the solar cell.

Key words: Solar element, MPPT, dispersion, model, Student coefficient

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із практичними завданнями

Сонячна енергетика є однією з провідних галузей у переході на відновлювані джерела енергії, що зумовлено її екологічністю та невичерпністю ресурсу. Однак, підвищення ефективності сонячних систем залишається актуальним викликом. Одним із великих недоліків існування контролерів сонячного елемента що використовувались до MPPT контролерів є режим роботи поза зоною точки максимальної потужності. Вони дозволяли лише погоджувати напругу споживання і напругу сонячного елемента, що призводило до неефективного режиму роботи. MPPT-контролери дозволяють керувати напругою на сонячному елементі для підтримання роботи сонячного елемента в межах області максимальної потужності. З появою MPPT контролерів ефективність сонячних елементів значно виросла, але знаходження точки максимальної потужності, що необхідна для організації роботи таких контролерів є складним проте важливим завданням.

Складність полягає в тому, що точка MPP змінюється зі зміною параметрів середовища, що потребує постійного моніторингу та аналізу вольт-амперних характеристик (ВАХ). Використання математичних моделей для зменшення кількості експериментальних даних є перспективним напрямком, однак це завдання потребує ретельного аналізу точності та адаптації до реальних умов.

Одним із ключових завдань є визначення оптимальної кількості експериментальних вимірів необхідних для побудови математичної моделі сонячного елемента із заданою точністю. Це завдання є важливим з огляду на те, що зменшення кількості вимірювань дозволяє зекономити ресурси, час і уникнути додаткових похибок, спричинених нагріванням сонячного елемента під час багаторазових експериментів.

Метою даного дослідження є визначення оптимальної кількості експериментів для побудови математичної моделі залежності напруги від освітлення із заданою точністю, що дозволить значно спростити та пришвидшити процес вимірювань без втрати якості отриманих результатів.

Аналіз досліджень і публікацій

На основі аналізу існуючих досліджень у галузі визначення точки максимальної потужності (МРР) сонячних елементів було встановлено, що для побудови математичних моделей напруги й струму зазвичай використовується від 3 до 6 вольт-амперних характеристик (ВАХ) з кількістю експериментів від 7 до 10 в кожній гілці ВАХ. Ця кількість залежить від умов освітлення, температури та методу обробки даних. Огляд основних публікацій, присвячених цій тематиці, дозволяє сформулювати ключові підходи та підкреслити важливість оптимізації кількості експериментальних точок.

У статті [1] представлено техніку визначення точки МРР, що базується на вимірюванні струму і температури. Автори досліджують залежність вихідної потужності сонячного елемента від температурних змін і демонструють, що для визначення МРР достатньо трьох ВАХ за різних температур з 6 дослідженнями в кожній гілці ВАХ. Це дозволяє мінімізувати кількість експериментів, але водночас вимагає точного моніторингу температурного профілю, що не завжди можливо в реальних умовах.

Дослідження, описане в [2], зосереджується на створенні системи для побудови ВАХ сонячних панелей у реальних експлуатаційних умовах. У статті наведено приклад використання від 5 до 6 ВАХ для визначення параметрів сонячного елемента. Автори підкреслюють, що ця кількість ВАХ є достатньою для вимірювань і аналізу.

У роботі [3] розглянуто ефективний метод точного вилучення параметрів моделі сонячного елемента на основі однодіодної моделі. Для аналізу використовуються 5 ВАХ, що дозволяє отримати точні параметри при мінімальних витратах часу. Особливу увагу приділено корекції похибок, що виникають через варіації освітлення і температури. Автори підкреслюють, що їхній метод є універсальним і може бути застосований для різних типів сонячних елементів.

У статті [4] запропоновано новий підхід до інтерпретації ВАХ сонячних панелей. Автори використовують лише одну ВАХ, щоб оцінити точку максимальної потужності. Основна ідея полягає у визначенні співвідношень між поточними значеннями напруги та струму з напругою холостого ходу та струмом короткого замикання. Хоча такий підхід є простим і швидким, він має обмеження у точності, особливо за змінних умов освітлення.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є визначення оптимальної кількості експериментів від освітлення для побудови моделі сонячного елемента з заданою точністю.

Виклад основного матеріалу

У контексті сучасних досліджень ефективності сонячних систем, особливу увагу привертає питання підвищення точності визначення точки максимальної потужності (МРР). Це обумовлено тим, що МРР є ключовим фактором, який впливає на загальний коефіцієнт корисної дії сонячних панелей. Неврахування залежності МРР від змін освітлення і температури може призводити до значних втрат енергії, що особливо критично для автономних і промислових систем.

У цьому дослідженні розглянуто одну з важливих задач — дослідження оптимальної кількості експериментальних вимірів що необхідна для побудови моделі сонячного елемента із заданою точністю. Це дозволяє знизити час і ресурси, необхідні для експериментальних досліджень, а також мінімізувати вплив систематичних похибок, пов'язаних із нагріванням сонячного елемента під час багаторазових вимірювань.

Для забезпечення реалістичності моделі використовується введення випадкового гаусівського шуму, що імітує вплив зовнішніх факторів та недосконалостей вимірювальної апаратури. Таким чином, метою роботи є не лише визначення залежності похибки від кількості експериментів, а й надання висновків щодо використання кількості експериментів для досягнення заданої точності.

Типова ВАХ рівномірно освітленого сонячного елемента і точка максимальної потужності зображена на Рис.1.

Для типових сонячних елементів напруга точки максимальної потужності приблизно однаково віддалена від напруги холостого ходу і дорівнює:

$$U_{mpp} \approx k * U_{osc}, \text{ де } U_{mpp} - \text{напруга максимальної потужності а } U_{osc} - \text{напруга холостого ходу. (1)}$$

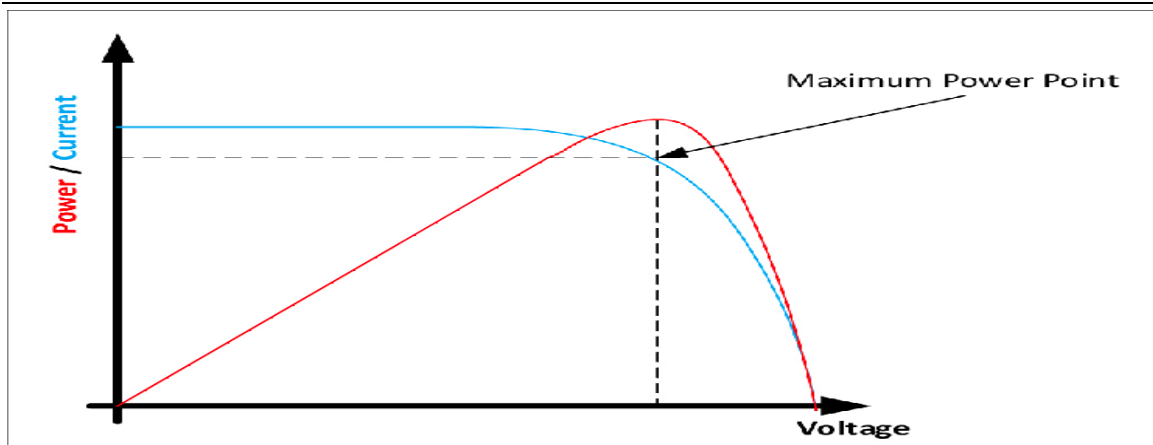


Рис.1. Типова ВАХ і залежність потужності від напруги сонячного елемента

Коефіцієнт k є відносно сталим при використанні освітленостей середніх і високих потужностей. Це дозволить спростити пошук точки максимальної потужності маючи лише математичну модель напруги холостого ходу від освітлення[5].

За основу досліджень цієї роботи було взято сонячний елемент, напруга холостого ходу від освітлення якої представлена в Табл.1. Вважаючи що напруга холостого ходу має логарифмічну залежність від освітлення, а струм холостого ходу – лінійну[6], було обчислено апроксимаційну модель цього сонячного елемента. Модель цього сонячного елемента представлена у формулі 2.

Табл.1.

Значення напруги холостого ходу і освітленості

E, Вт/м ²	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
U, мВ	524.962	545,815	562,213	573,726	581,113	586,328	588,82	591,218	592,454	594,506	597,983

$$V_{hh} = 24 * \ln(E) + 435, \text{ де } E - \text{освітленість} \quad (2)$$

За цією залежністю були обчислені значення напруги холостого ходу для значень $E - 50, 100, 150., 1000$ Вт/м². Для того, щоб оцінити точність вимірювань і побудувати залежність похибки від кількості експериментів, на кожному з обчислених точок був доданий випадковий гаусівський шум нормального розподілу. Гаусівський шум із середнім значенням 0 і дисперсією 5 мВ був доданий для моделювання неідеальності експериментальних даних. Це відповідає 1% від амплітудного значення напруги холостого ходу. Визначення гаусівського шуму вказує що 70 відсотків випадкових значень матимуть відхилення до 5мВ, а решта 30 відсотків матиме відхилення до 10мВ.

Приклад побудованого графіку з накладанням шуму зображений на Рис.2.

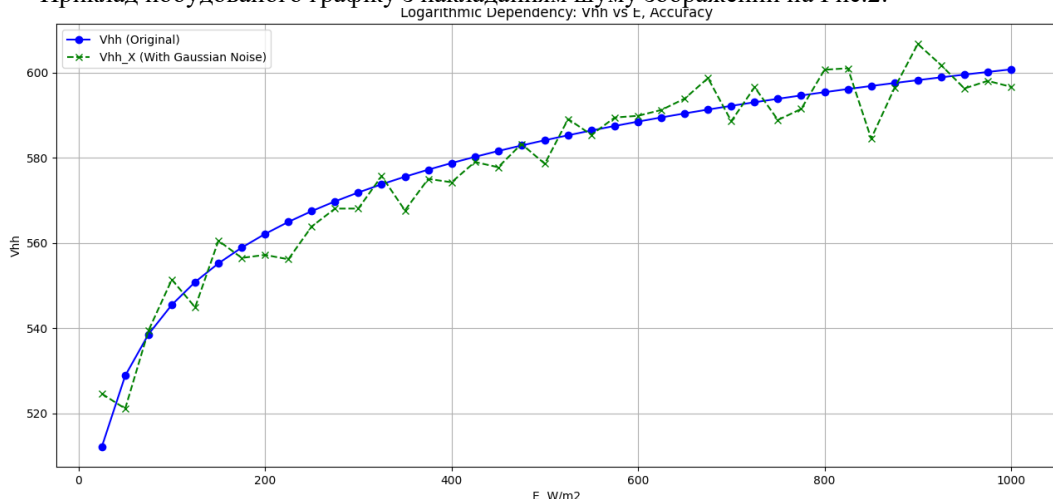


Рис.2. Графік залежності напруги від освітлення із доданим гаусівським шумом

Для оцінки точності вимірювань від кількості експериментів, дані були розділені на декілька блоків з різною кількістю експериментів (від 6 до 40), і для кожного з них було розраховано дисперсію за формулою (3), і побудовано графік для одної із вибірок. Цей графік зображений на Рис. 2.

$$\sigma^2 = \frac{(\sum_{i=0}^N (X_i - X)^2)}{N-1} \quad (3)$$

де X_i – це вимірне значення, X – математичне сподівання а N – кількість експериментів

Аналізуючи графік на Рис.2. неможливо обчислити і обґрунтувати необхідну кількість експериментів, бо розрахована точність має випадковий характер.

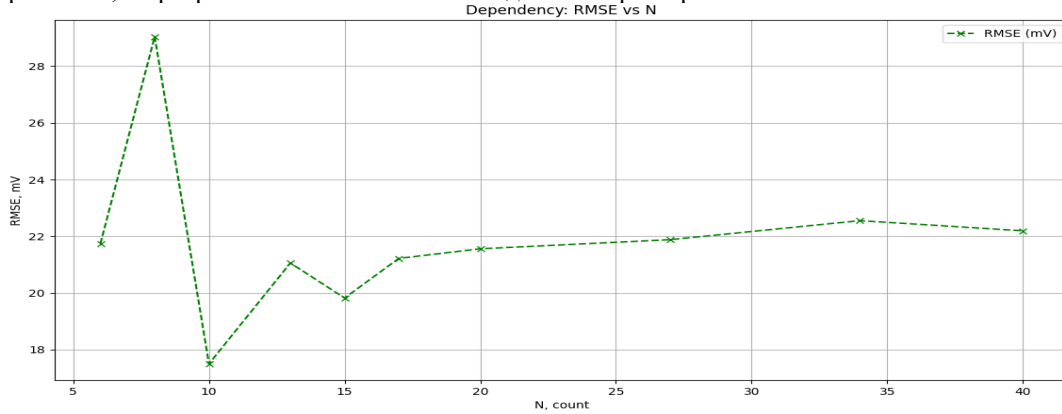


Рис. 3 Графік залежності дисперсії від кількості експериментів для довільної вибірки

Для достовірної оцінки оптимальної кількості результатів було статистично побудовано 1000 випадкових вибірок і побудовано графік залежності дисперсії від кількості експериментів. Цей графік зображений на Рис.4. Математичне сподівання усіх дисперсій приблизно дорівнює дисперсії гаусівського шуму.

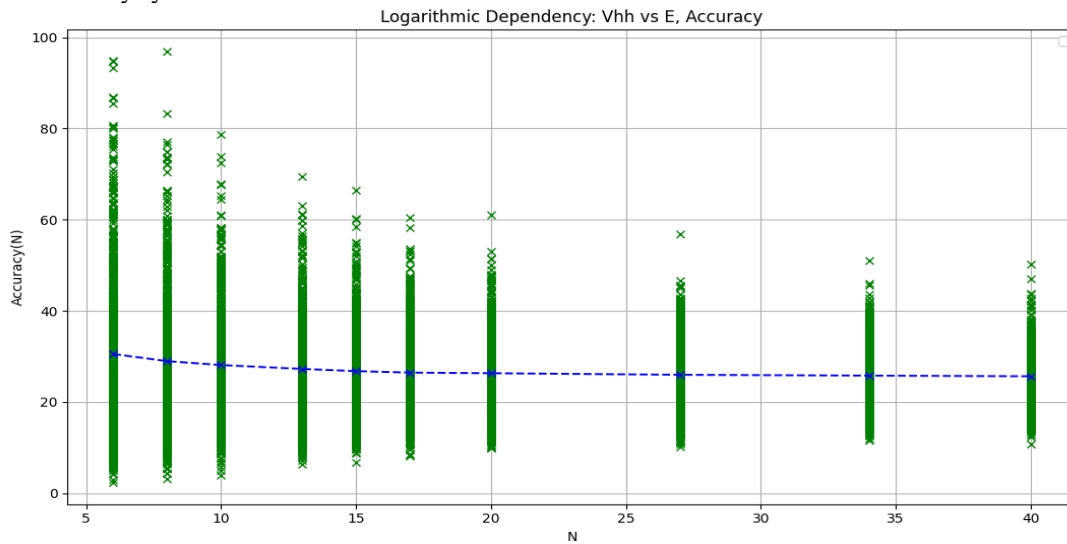


Рис. 4 Залежність дисперсії напруги від кількості експериментів для 1000 вибірок

Нехай ВАХ СЕ описується логарифмічною залежністю за формулою (2). Тоді дисперсія цієї залежності з урахуванням доданого шуму має вигляд:

$$U_{xx}(E) = U(E) + e \tag{4}$$

$D(U_{xx}) = D(U(E) + e)$, де e це доданий гаусівський шум із середнім 0 та дисперсією σ , а D – дисперсія.

Оскільки доданий шум має визначену генеральну дисперсію σ^2 , підставимо це значення у формулу (9). Отриманий вираз представлено формулою (10).

$$D(U) = D(U(E)) + \sigma^2 \tag{5}$$

$$D_c(U) = \frac{\sum_{i=0}^N D(U)}{N} = \frac{\sum_{i=0}^N (D(U(E)) + \sigma^2)}{N} \tag{6}$$

$$D_c(U) = \frac{\sum_{i=0}^N D(U(E))}{N} + \frac{\sum_{i=0}^N \sigma^2}{N} \tag{7}$$

Так як моделювання відбуваються відносно теоретичної функції, то всі криві відносно яких додається шум однакові. Тобто дисперсія $U(E)$ дорівнює 0. Тоді отримана середня дисперсія має вигляд

$$D_c(U) = \frac{\sum_{i=0}^N \sigma^2}{N} \tag{8}$$

Для всіх точок додано шум однакової дисперсії, тому дисперсія кожного з експериментів є однаковою і дорівнює дисперсії шуму σ^2 . Отже математичне сподівання усіх дисперсій буде прямувати до дисперсії шуму.

З графіку на Рис.3 можна побачити також що амплітуда відхилень стає меншою з використанням більшої кількості експериментів. Це значення має назву вибіркової дисперсії. Амплітуду вибіркової дисперсії можна представити формулою (4). Залежність вибіркової дисперсії від кількості експериментів представлена на Рис.4.

$$(N - 1) \frac{\sigma_B^2}{\sigma^2} = X_{(n-1)}^2 \quad (9)$$

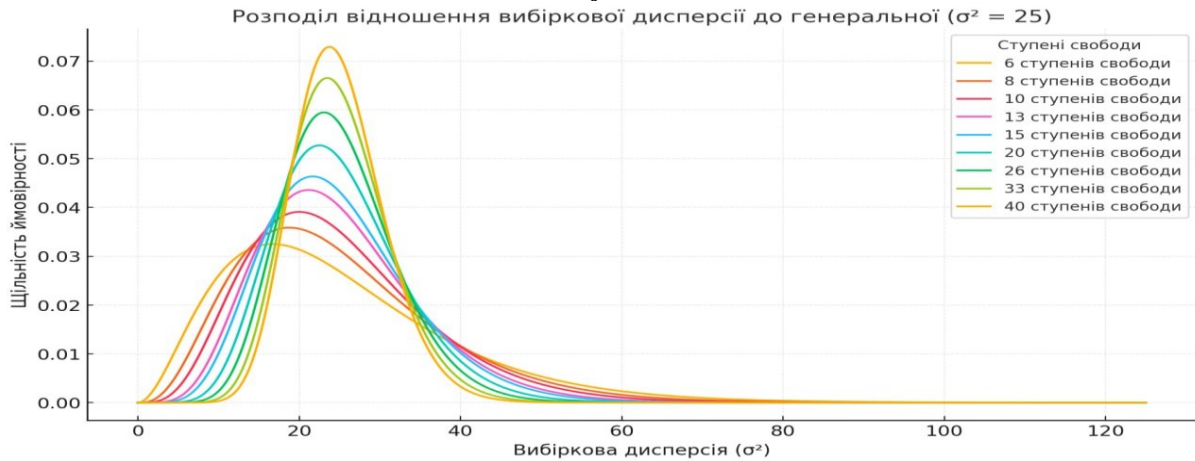


Рис.5. Залежність вибіркової дисперсії від кількості експериментів

Виходячи з того, що досліджується модель ВАХ сонячного елемента, тобто фізичний пристрій, сумарна похибка під час вимірювань має вигляд:

$$\delta_x = \sqrt{\delta_{\text{сист}}^2 + \delta_{\text{вип}}^2} \quad (10)$$

Для спрощення досліджень вважатиметься що систематичні похибки усунуто, тобто залишаються лише випадкові похибки. В свою чергу випадкові похибки має три складові: похибка вимірювання, похибка моделювання і похибка приладу. За умови що систематична похибка усунута результат формули розрахунку похибки матиме вигляд

$$\delta_x = \sqrt{\delta_{\text{вип}}^2 + \delta_{\text{прил}}^2 + \delta_{\text{мод}}^2} \quad (11)$$

Для спрощення обчислень, буде вважатися що сума двох похибок (приладу і моделювання) як мінімум вдвічі менша за випадкові похибки, що в результаті дасть можливість спростити формулу похибки. Дійсно, якщо сума двох інших похибок матиме половину від основної то результат формули буде

$$\delta_x = \sqrt{\delta_{\text{вип}}^2 + \frac{1}{2} \delta_{\text{вип}}^2} = \sqrt{\frac{5}{4}} \delta_{\text{вип}} = 1.12 \delta_{\text{вип}} \quad (12)$$

За умови використання обмеженої кількості дослідів (до 30-40 експериментів) формула відносно випадкової похибки можна представити у вигляді закону розподілу випадкових похибок Стьюдента за формулою:

$$\delta_x = t_{pm} * \sigma_B \quad (13)$$

Значення коефіцієнтів Стьюдента від різної ймовірності надійного результату представлений в Табл.2. Так як нас цікавить надійний результат з заданою похибкою, був вибраний коефіцієнт Стьюдента з ймовірністю надійного результату що дорівнює 0.999. Для кількості експериментів 10 і більше цей коефіцієнт має значення 3.7 – 4.5.

Таблиця 2

Коефіцієнти Стьюдента для різних ймовірностей надійного результату

n/Pd	0.8	0.9	0.95	0.99	0.995	0.999
6	1.476	2.02	2.57	4.03	4.77	6.86
8	1.415	1.9	2.36	3.50	4.03	5.40
10	1.383	1.83	2.26	3.25	3.69	4.78
14	1.350	1.77	2.16	3.01	3.37	4.22
16	1.341	1.75	2.13	2.95	3.29	4.07
18	1.333	1.74	2.11	2.90	3.22	3.96
20	1.328	1.73	2.09	2.86	3.17	3.88
30	1.316	1.70	2.04	2.75	3.20	3.65
40	1.306	1.68	2.02	2.70	3.12	3.55

З врахуванням коефіцієнтів, і дисперсії виправленого вибіркового середнього квадратичного відхилення,

$$\sigma_B = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (14)$$

формула похибки матиме вигляд:

$$\delta_x = t_s * \sigma_B = \frac{t_s * \sigma}{\sqrt{N}} \quad (15)$$

$$N = \frac{t_s^2 * \sigma^2}{\delta_x^2} \quad (16)$$

Враховуючи наведені коефіцієнти, була обчислена середня похибка для різної кількості результатів. Отримані дані наведено в Табл.3.

Таблиця 3

Отримані похибки за використання різної кількості експериментів

N	t _s	δ
6	6.86	14.002
8	5.40	9.54
10	4.78	7,557
13	4.22	6,004
15	4.07	5,25
17	3.96	4,802
20	3.88	4,337
27	3.65	3,51
34	3.60	3,086
40	3.55	2,806

Враховуючи те, що розрахунки проводились для визначення кількості експериментів для досягнення похибки в 1%, то використання 15-17 експериментів є достатньо для моделювання залежності напруги холостого ходу від освітленості. Враховуючи формулу (1), з побудованої моделі напруги холостого ходу від освітленості можна обчислити напругу точки максимальної потужності.

Висновки з даного дослідження

В результаті проведеного дослідження було доведено що використання 15-17 експериментів від освітлення є достатнім для досягнення точності результату, середнє відхилення шуму якого дорівнює 1% при заданій дисперсії шуму в 1%. Запропонований підхід дозволяє оптимізувати процес вимірювань, що може бути інтегровано в сучасні МРРТ-контролери для підвищення їхньої ефективності. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на аналіз впливу температурних змін на точність моделі та розробку універсальних алгоритмів для реальних умов експлуатації сонячних систем.

Література

1. Eduardo, M. V., Robson, L. M., & Enio, R. R. (н.д.). MPPT technique based on current and temperature measurements. Отримано з https://www.researchgate.net/publication/281874746_MPPT_Technique_Based_on_Current_and_Temperature_Measurements
2. Amiry, H., Benhmida, M., Bendaoud, R., Hajjaj, C., Bounouar, S., Yadir, S., Raïs, K., & Sidki, M. (н.д.). Design and implementation of a photovoltaic I-V curve tracer: Solar modules characterization under real operating conditions. *Energy Conversion and Management*. Отримано з <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0196890418305235>
3. Fang, K., Sun, X., Liang, Y., Lin, W., Xu, C., Huang, G., & Yu, F. (2021). An effective method to accurately extract the parameters of single diode model of solar cells. *Nanomaterials*, 11(10), 2615. <https://doi.org/10.3390/nano11102615>
4. Hernday, P. (2024). *Interpreting I-V*. Отримано з <https://www.solmetric.com/wp-content/uploads/2024/01/SolarPro-I-V-feature-article-Hernday.pdf>
5. Dmitry, B., Saad, T., Yoash, L., & Belikov, J. (2019). Improved fractional open circuit voltage MPPT methods for PV systems. *Electronics*, 8(3), 321. <https://doi.org/10.3390/electronics8030321>
6. Eberly College of Science. (н.д.). 26.3 - Sampling distribution of sample variance. Отримано з <https://online.stat.psu.edu/stat414/lesson/26/26.3>
7. Демків, Т. М., Конопельник, О. І., & Шопа, Я. І. (2008). *Основи теорії похибок фізичних величин*.

References

1. Eduardo, M. V., Robson, L. M., & Enio, R. R. (н.д.). MPPT technique based on current and temperature measurements. Otrymano z https://www.researchgate.net/publication/281874746_MPPT_Technique_Based_on_Current_and_Temperature_Measurements
2. Amiry, H., Benhmida, M., Bendaoud, R., Hajjaj, C., Bounouar, S., Yadir, S., Raïs, K., & Sidki, M. (н.д.). Design and implementation of a photovoltaic I-V curve tracer: Solar modules characterization under real operating conditions. *Energy Conversion and*

Management. Otrymano z <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0196890418305235>

3. Fang, K., Sun, X., Liang, Y., Lin, W., Xu, C., Huang, G., & Yu, F. (2021). An effective method to accurately extract the parameters of single diode model of solar cells. *Nanomaterials*, 11(10), 2615. <https://doi.org/10.3390/nano11102615>
4. Hernday, P. (2024). Interpreting I-V. Otrymano z <https://www.solmetric.com/wp-content/uploads/2024/01/SolarPro-I-V-feature-article-Hernday.pdf>
5. Dmitry, B., Saad, T., Yoash, L., & Belikov, J. (2019). Improved fractional open circuit voltage MPPT methods for PV systems. *Electronics*, 8(3), 321. <https://doi.org/10.3390/electronics8030321>
6. Eberly College of Science. (n.d.). 26.3 - Sampling distribution of sample variance. Otrymano z <https://online.stat.psu.edu/stat414/lesson/26/26.3>
7. Demkiv, T. M., Konopelnyk, O. I., & Shopa, Ya. I. (2008). *Osnovy teorii pokhybok fizychnykh velychyn*.