## DOI 10.31891/2307-5732-2024-341-5-71 УДК 621.891

ВИЧАВКА АНАТОЛІЙ

Хмельницький національний університет https://orcid.org/0009-0009-1467-9337 e-mail: <u>vichavka@ukr.net</u> ДИХА ОЛЕКСАНДР Хмельницький національний університет https://orcid.org/0000-0003-3020-9625

-mail: tribosenator@gmail.com

# ВИЗНАЧЕННЯ КОНТАКТНОГО ТИСКУ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ НАПРЯМНІЙ КОВЗАННЯ З ПЕРЕКОСОМ ОСЕЙ

Визначений вплив розмірів напрямної і кута перекосу на величину максимальних контактних тисків у циліндричній напрямній ковзання. Представлена розрахункова схема контакту з перекосом циліндричної напрямної. Для вирішення контактної задачі використовується наступна система вихідних рівнянь: умова рівноваги в контакті, умова суцільності в контакті, геометрична умова і залежність для контактного тиску. В результаті розв'язку системи отримаємо інтегральне рівняння для кута контакту і контактного тиску в будь-якому перерізі напрямної. Інтеграл у загальному рішенні зводиться до елементарних функцій із результатами наведеними в таблиці. Для функції переміщень у вигляді транеції при заданому куті перекосу та довжині лінії контакту наведені графіки визначення переміщень в контакті і відповідно контактного тиску.

Ключові слова: напрямна ковзання, несувісність осей циліндрів, контактний тиск, точний розв'язок, систематизація задач, діаграма переміщень.

#### VICHAVKA ANATOLII, DYKHA OLEKSANDR Khmelnytsky National Univesity

### DETERMINATION OF CONTACT PRESSURE IN CYLINDRICAL DIRECTIONAL WITH AXIS MISALIGNMENT

The basis of the solution of the problems of skewness in the sliding resistance is the assumption that each cross-section is in a state of plane deformation according to the stiffness of the characteristics, and the continuity of the functions of the transition from the cross-section to the cross-section is ensured by the geometric continuity of the shaft and bushing along the axis of the cylinders. The exact analytical solution to the problem of contact of elastic cylinders with a skew of finite dimensions in a spatial formulation is unknown. Almost all known solutions are approximate and are based on reducing the spatial problem to a set of plane deformations related by the condition of commonality of the layer deformations with the shaft deformations.

The influence of the guide dimensions and the skew angle on the magnitude of the maximum contact pressures in a cylindrical sliding guide is determined. The calculation scheme of contact with skew of a cylindrical guide is presented. To solve the contact problem, the following system of initial equations is used: the condition of equilibrium in contact, the condition of continuity in contact, the geometric condition and the dependence for contact pressure. As a result of solving the system, we obtain an integral equation for the contact angle and contact pressure in any section of the guide. The integral in the general solution is reduced to elementary functions with the results given in the table. For the function of displacements in the form of a trapezoid at a given skew angle and length of the contact line, graphs of determination of displacements in contact pressure are given. The value of contact pressure is decisive for calculating the wear of the guide along the length with skew of the axes.

Keywords: sliding guide, misalignment of cylinder axes, contact pressure, exact solution, systematization of problems, displacement diagram

#### Аналіз останніх досліджень

Циліндричні напрямні ковзання - це технічні пристрої, що входять до складу опор обертових осей і валів. Вони сприймають радіальні та осьові навантаження, прикладені до валу або осі, і передають їх на раму, корпус або інші частини конструкції. При цьому вони також повинні утримувати вал у просторі, забезпечувати обертання, хитання або лінійний рух з мінімаль-ними втратами енергії. Від якості підшипників багато в чому залежить якість підшипників, ефективність і довговічність машини. У цьому огляді представ-лені результати досліджень підшипників, опубліковані в світових спеціалізо-ваних наукових журналах за останні 3 роки.

У статті [1] використано адаптивний метод моделювання параметрів контакту для дослідження прогресу зношування радіальних підшипників ковзання, що контактують з поворотним валом. Змішане формулювання Лагранжа–Ейлера було використано для моделювання умов контакту між підшипником і валом, а еволюція локального зносу моделюється за допомогою рівняння Арчарда. Моделювання також демонструє, як контактний тиск змінюється під час процесу зношування та як зазор впливає на цю зміну.

Дослідження [2] спрямоване на прогнозування зносу підшипників ковзання під час усталеної роботи в режимі змішаного змащування, починаючи з критичної оцінки загальновживаних законів зносу. Представлено новий чисельний метод, який розраховує знос підшипника цапфи за макроскопічною шкалою та шкалою нерівності контакту.

У дослідженні [3] було вивчено придатність нового біметалічного матеріалу з вісмутової бронзи для можливої заміни свинцевої олов'яної бронзи за допомогою спеціального пристрою для випробувань упорних підшипників, який імітує умови контак-ту в головному упорному підшипнику дробарок мінеральних речовин. Ви-пробувальні підшипники з масляним змащенням мають контакт плоского ти-пу з масляними канавками та постійний ексцентричний рух проти пластини із загартованої сталі під періодичним збільшенням осьового тиску. Випробування продовжували до раптового зростання тертя, що вказує на поломку підшипника та ризик неминучого заклинання.

Технічні науки

Стаття [4] досліджує продуктивність гідродинамічної системи циліндричних напрямних ковзання на основі ферорідини з урахуванням різних комбінацій ма-теріалів вала та підшипника. Спочатку було проведено дослідження комбінації чорних і кольорових металів для валу та підшипника відповідно в присутності ферорідини. Після цього було проведено аналіз комбінації чор-них і чорних металів. Були виміряні тиск плівки та підвищення температури для різних швидкостей і навантажень.

Метою дослідження [5] було виявлення характерних параметрів, таких як швидкість ковзання, число Герца та момент або коефіцієнт тертя, коли відбувається перехід режимів змащування для різних типів підшипників ко-взання.

У роботах [6-7] досліджується вплив теплообміну між вільними поверхнями передньої та задньої колодок і простором між областями колодок високошвидкісних циліндричних напрямних ковзання з нахилом. Результати вказують на значний вплив теплообміну вільної поверхні від-ривної прокладки на максимальні температури металу прокладки, а також потенціал для оптимізації на основі загальної схеми потоку. Крім того, всебічно обговорюються обмеження, розширення та вдосконалення пред-ставленого дослідження.

У [8] розроблена перехідна модель зчеплення зі змішаним змащенням і зношуванням (модель зчеплення MLW) для дослідження змішаного змащування та зношування підшипників цапф, а також проведено експеримент з зносу для підшипників цапф, щоб підтвердити достовірність розробленої чи-сельної моделі. У чисельній моделі зчеплення перехідна взаємодія між по-ведінкою змішаного змащення та зносом розглядається шляхом включення розподілу глибини зносу, який визначається розробленою моделлю зносу втоми від тертя, до рівняння плівкового зазору.

У статті [9] на основі стохастичного методу та турбулентної моделі виведено стохастичні моделі одновимірної поздовжньої шорсткої поверхні, одновимірної поперечної шорсткої поверхні та ізотропної шорсткої поверхні. Результати добре узгоджуються з відповідними експерименталь-ними даними. Крім того, запропоновані стохастичні моделі турбулентного змащування також придатні для деталей пар тертя, таких як підшипник ковзання та опорний підшипник.

Досліджено динамічну контактну поведінку напрямних ковзання під час пуску [10]. Гідродинамічна сила мастила та контактна сила нерівності отримані шляхом вирішення моделі змішаного змащення. Визначається рух центру цапфи, час контакту та швидкість відриву підшип-ника. Обговорюються ефекти відносного кліренсу та часу прискорення.

У цій статті [11] обговорюється подальший розвиток аналітичної моделі для розрахунку мінімальної товщини плівки та швидкості переходу в підшипниках ковзання з урахуванням деформацій підшипників. Розробка була зосереджена на узагальненні існуючої моделі для включення будь-яких відносних ексцентриситетів і співвідношення ширини/діаметра

Гідростатична підтримка є широко використовуваним методом для покращення обмеженої здатності нести навантаження опорних підшипників із нахилом під час перехідних режимів роботи гідрогенераторів з вертикаль-ним валом [12].

#### Постановка проблеми

Точне аналітичне рішення задачі про контакт пружних циліндрів з перекосом кінцевих розмірів у просторовій постановці невідомо. Практично всі відомі рішення наближені і грунтуються на приведенні просторового завдання до сукупності плоских, пов'язаних умовою спільності деформацій шару з деформаціями валу. У відомих роботах на ділянці перекосу вал передбачається прямолінійним. Для відносно широких опор необхідно враховувати згинання валу в межах опори. У цьому випадку завдання ускладнюється, зважаючи на необхідність вирішувати задачу про балку на пружній, у загальному випадку, нелінійній основі. У цій роботі під час вирішення контактної задачі для перекошених циліндрів основою прийнято рішення плоскої контактної завдання, отримане методом еквівалентної податливості.

#### Мета та завдання

Мета даної роботи полягала в визначенні числових характеристик контактного тиску в циліндричних напрямних ковзання з перекосом осей.

Для досягнення поставленої мети вирішувались наступні завдання:

– провести систематизацію завдань з урахуванням перекосу валу з урахуванням, що на контактні тиски значною мірою впливає спосіб закріплення та припрацювання опори.;

 визначити контактні параметри та переміщення вздовж лінію контакту вала і втулки з урахуванням кута перекосу і епюри розподілу лінійних переміщень в контакті.

#### Виклад основного матеріалу

Розглянемо силову взаємодію валу та кільцевого шару, жорстко закріпленого за зовнішнім контуром з урахуванням наступних умов:

1) геометричні осі валу та кільцевого шару розташовані під деяким кутом ү ;

2) вал на деякій площадці контакту припрацьовано до шару;

3) вал і шар можуть мати відхилення від правильної циліндричної форми. Це можуть бути як відхилення загального виду типу корсетність, бочкоподібність, так і лінійні, типу конусність. Рішення виконаємо за таких припущень:

1. Просторову задачу розглядатимемо як сукупність плоских задач, пов'язаних умовою спільності деформацій. У кожному у-му перерізі (рис 1) циліндрів зв'язок між навантаженням  $Q_y$ та максимальними радіальними переміщеннями $U_{ou}$  приймається з вирішення плоскої задачі методом еквівалентної

податливості. Обгрунтованість такого припущення випливає з того, що, залежність між радіальними навантаженнями і переміщеннями в осісиметричній плоскій задачі для втулки при лінійному законі зміни навантаження вздовж осі - однакові. Зауважимо, що тут йдеться про збіг інтегральних залежностей, а не про збіг напружених станів.

2. Розподіл максимальних тисків уздовж валу приймається лінійним, якщо циліндричній поверхні валу, що утворюють, після навантаження лінійні. Це припущення еквівалентно прийняттю гіпотези Вінклера та методу еквівалентної податливості для контакту валу та кільцевого шару у просторовій постановці. Допущення добре виконується для випадків, коли вал перекриває шар у поздовжньому напрямку і модуль пружності валу істотно вище від модуля пружності шару. На користь цього припущення говорить той факт, що податливість тонкого шару в крайових та середніх перерізах (при плоскому напруженому та плоскому деформованому стані) практично (з точністю до 1%) однакові.

На основі прийнятих припущень реалізовано наступний план розв'язання задачі:

1) визначається залежність контактних тисків  $\sigma(\varphi, y)$ та навантаження  $Q_y$  від геометричних та фізичних параметрів у кожному у-му перерізі, розглядаючи його незалежно від інших перерізів; 2) залежності $\sigma(\varphi, y), Q_y$  поширюються попри всі перерізи введенням функцій для відповідних геометричних параметрів; 3) межі області контакту знаходяться з умови рівноваги валу під дією зовнішніх сил та контактних тисків.

$$Q_n = \int_0^l Q_y dy. \tag{1}$$

Розглянемо у-е поперечний переріз сполучення. Позначимо радіальні переміщення точок валу через $u_1(\varphi, y)$ , шару - через $u_2(\varphi, y)$ , сумарні переміщення - через $u_2(\varphi, y)$ . Тоді, маємо умови суцільності у контакті:

$$u_2(\varphi, y) = u_1(\varphi, y) + u_2(\varphi, y).$$
<sup>(2)</sup>

У разі контакту валу з припрацьованим підшипником знайдено вираз для сумарної функції у вигляді:

$$\begin{aligned} u_1(\varphi) + u_2(\varphi) &= (u_0 + \Delta + \delta) \cos \varphi - \Delta, \qquad \varphi_{u_l} < \varphi < \varphi_0, \\ u_1(\varphi) + u_2\varphi) &= u_0 \cos \varphi, \qquad \qquad 0 < \varphi < \varphi_{u_l}. \end{aligned}$$

Тути<sub>0</sub> –максимальне зближення циліндрів;

 $\Delta = R_2 - R_1$  радіальний зазор;

*R*<sub>2</sub> –радіус підшипника до приробітку;

 $R_1$  – радіус валу;

 $\delta$  –зближення циліндрів від приробітку;

 $2\phi_0$  –повний кут контакту; $2\phi_m$  –кут приробітку.

У просторовій задачі з перекосом та відхиленнями від правильної форми величини $u_0, \Delta, \delta, \varphi_{uu}, \varphi_0$ залежатимуть від осьової координати у. Позначимо їх через $u_{0y}, \Delta_y, \delta_y, \varphi_{uuy}, \varphi_{0y}$ , тоді маємо у у - м перерізі:

$$\begin{array}{l} u\left(\varphi,y\right) = \left(u_{oy} + \Delta_{y} + \delta_{y}\right) \cos\varphi \cdot \Delta_{y}, \varphi_{uy} < \varphi < \varphi_{oy}, \\ u\left(\varphi,y\right) = u_{oy} \cos\varphi, \qquad \qquad 0 < \varphi < \varphi_{uy}. \end{array}$$

$$(3)$$

Зв'язок між кутами та основними геометричними параметрами знайдена у вигляді:

$$\cos\varphi_{oy} = \frac{\Delta_y}{u_{oy} + \Delta_y + \delta_y}, \cos\varphi_{uy} = \frac{\Delta_y}{\Delta_y + \delta_y}.$$
(4)

Розподіл тисків по куту  $\varphi$  у цьому випадку:

$$\sigma(\varphi, y) = \frac{(u_{oy} + \Delta_y + \delta_y) \cos \varphi - \Delta_y}{k_1 + k_2}, \quad \varphi > \varphi_{u_i y}$$
  
$$\sigma(\varphi, y) = \frac{u_{oy} \cos \varphi}{k_1 + k_2}, \qquad \varphi < \varphi_{u_i y}.$$
(5)

3 умови рівноваги валу в у - м перерізі можна отримати вираз для кута контакту:  $Q_y(k_1 + k_2) = \langle a \rangle_{0} = c \langle a \rangle_{0} = c \langle a \rangle_{0}$ 

$$\frac{q_{y}(\kappa_{1} + \kappa_{2})}{R_{2y}\Delta_{y}} = (\varphi_{oy} \sec \varphi_{oy} - \sin \varphi_{oy}) - -(\varphi_{uy} \sec \varphi_{uy} - \sin \varphi_{uy}).$$
(6)

Максимальні контактні тиски у у - м перерізі:

$$\frac{\sigma_{oy}(\kappa_1 + \kappa_2)}{4} = \sec \varphi_{oy} - \sec \varphi_{uy}. \tag{7}$$

Другий крок рішення це завдання функцій  $u_{0y}, \Delta_y, \delta_y$ , буде показано під час вирішення конкретних завдань. Підставляючи вирази (7) за умови (2), з урахуванням співвідношень (5), отримуємо:

$$\frac{Q_n(k_1+k_2)}{R_2} = \int_0^l \Delta_y \left[ (\varphi_{oy} \sec \varphi_{oy}) - (\varphi_{uy} \sec \varphi_{uy} - \sin \varphi_{uy}) \right] \, dy, \tag{8}$$

де

$$sec \varphi_{oy} = A_{y}, \quad \varphi_{oy} = arcsec A_{y}, \\ sin \varphi_{oy} = \sqrt{1 - A_{y}^{-2}}, \\ A_{y} = \frac{u_{oy} + \Delta_{y} + \delta_{y}}{\Delta_{y}}, \\ sec \varphi_{uy} = B_{y}, \quad \varphi_{uy} = arcsec B_{y} \\ sin \varphi_{uy} = \sqrt{1 - B_{y}^{-2}}, \quad B_{y} = \frac{\Delta_{y} + \delta_{y}}{\Delta_{y}}.$$

Herald of Khmelnytskyi national university, Issue 5, 2024 (341)

Технічні науки

У разі, якщо функції $u_{0\nu}$ ,  $\Delta_{\nu}$ ,  $\delta_{\nu}$ , лінійні, можна записати:

$$u_{0y} = u_{00} \pm \gamma_{1y} \quad \Delta_y = \Delta_0 + \gamma_{2y} , \ \delta_y = \delta_0 \pm \gamma_{3y}, \tag{9}$$

де $u_{00}, \Delta_0, \delta_0, -$ значення параметрів контакту при $y = 0; \pm$  означає прямий та зворотний нахили по відношенню до осі циліндрів;

*γ*<sub>1</sub> –кут між поздовжніми геометричними осями валу та шару;

 $\gamma_2$  –кут між твірними циліндрів валу і шару (конусність) при $\gamma_1 = 0$ ;

γ<sub>3</sub> –кут між твірними циліндричної поверхні припрацювання і початковими твірними циліндричної поверхні шару.

Рівняння (7) та (8) дозволяють визначити контактний тиск у будь-якому перерізі сполучення з урахуванням вказаних умов. Взяття інтеграла у випадку елементарних функціях важко. З використанням загального рішення доцільно застосування чисельний алгоритм. У деяких випадках інтеграл береться і спрощуються формули. Далі розглянемо випадок перекосу валу в опорах із жорстко закріпленим корпусом

Практично неможливо створити розрахункові залежності, які б придатні всім типів підшипників. Вид розрахункових залежностей визначається насамперед умовами контактування: наявністю мастила, способом закріплення корпусу тощо. У зв'язку з цим нижче наводиться систематизація підшипників ковзання за умовами контакту.

За характером мастила підшипники поділяються на: 1) підшипники з граничним та сухим тертям; 2) пілшипники, що працюють в умовах гідродинамічного мастила.

За місцем закріплення втулки: 1) втулка підшипника закріплена у корпусі; підшипники із прямою парою тертя; 2) втулка підшипника закріплена на валу; підшипники зі зворотною парою тертя.

За характером закріплення корпусу підшипника: 1) корпус підшипника закріплений жорстко; 2) корпус підшипника може самовстановлюватися.

За характером обертання: 1) обертається вал; 2) обертається підшипник.

Залежно від виду епюр максимальних переміщень точок контуру та епюр максимального зносу по площадці контакту при лінійних функціях розподілу переміщень та зносу можливі 6 основних різновидів епюр (табл. 1)

В даному розділі розглядаються підшипники ковзання з граничним і сухим тертям, з втулкою, закріпленою в корпусі, жорстко закріплений корпус, обертається вал. Для випадків 1, 2, 4 (табл. 1) інтеграл (3.57) у загальному рішенні зводиться до елементарних функцій. Розглянемо ці випадки. Таблиця 1

Епюра переміщень та зносу Умови контакту  $\Phi$ ункції $u_{0y}, \delta y$  $u_{00}$  $u_{0y} = \gamma y$  $\delta_0 = 0$ l < Ly  $u_{0v}$ γ  $u_{0y} = u_{00} + \gamma y$  $\delta y = 0$  $u_{01}$ l = L $u_0$ l = Lна АВ  $u_0$  $u_{0l}$  $u_{0y} = u_{0l}$  $l_0 < l < L$  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  $\delta y = \gamma_1 y - u_{0l}$ δ  $\delta_v$ на ВС  $u_{0y} = \gamma y$ lo  $\delta y = 0$ 

Схема контакту в напрямній з перекосом

Контакт валу та шару за відсутності приробітку. Для нововиготовленого підшипника за відсутності приробітку в лінійних співвідношеннях (9) $\gamma_2 = 0, \delta_0 = 0, \gamma_3 = 0$  (табл. 3.6 випадки 1, 2) мають вигляд:

$$u_{0y} = u_{00} + \gamma y,$$

$$A_{11} = A$$
(10)

Цим співвідношенням відповідає контакт циліндрично правильних валу та втулки, за наявності перекосу осей на куту (рис. 1). Для кінцевих циліндрів при лінійному законі розподілу максимальних переміщень вздовжуепюра переміщень може бути або трапеція, або трикутник. Розглянемо окремо ці два випадки.



Рис.1. Схема силової взаємодії валу та шару при перекосі осей

Підставимо співвідношення (10) у загальне рішення (8) Після інтегрування та перетворень отримуємо:

$$\overline{Q}_{n} = \frac{\Delta}{2\gamma l} \Big[ (a^{2} + 2) \operatorname{arcsec} a - 3\sqrt{a^{2} - 1} - (l^{2} + 2) \operatorname{arcsec} b + 3\sqrt{b^{2} - 1} \Big],$$
(11)  
$$\overline{Q}_{n} = \frac{Q_{n}(k_{1} + k_{2})}{R_{2}l\Delta}; \quad a = \frac{u_{00}}{\Delta} + \frac{\gamma l}{\Delta} + 1; \quad b = \frac{u_{00}}{\Delta} + 1.$$

При заданому куті перекосуγта довжині лінії контакту*l*рівняння можна вирішити щодо*u*<sub>00</sub> (графічно чи ітераційним методом). Графік функції (11) представлено на рис. (2 а). Максимальні радіальні переміщення іншому кінці шару при у =l визначається залежно (10):

$$u_{ol} = u_{\infty} + \gamma l. \tag{12}$$

Найбільші контактні тиски визначимо за формулою (5), яка легко при $\varphi = 0, \delta_y = 0$ наводиться до вигляду:

$$\sigma_{ol} = \frac{u_{0l}}{k_1 + k_2}.$$
 (13)

2. Епюра максимальних контактних переміщень-трикутник.

У разі трикутної епюри розподілу максимальних переміщень вздовж у довжина лінії контакту може бути або дорівнює, або менше розміру шару по твірній L. У першому випадкуl = zі за відомого кута перекосу залежно (10) маємо:

$$u_{ol} = \gamma L$$
  
та максимальні контактні тиски знаходяться за залежністю:  
 $\sigma_{ol} = \frac{\gamma L}{k_1 + k_2}.$  (14)

З лінійності епюри переміщень і максимальних тисків випливає, що якщо епюра максимальних тисків трикутник, то максимальний тиск при наявності перекосу більше максимальних тисків без перекосу в 2 рази. Цю обставину можна використати для оцінки впливу перекосу на величину тисків.

Якщо довжина лінії контакту менша за ширину корпусу l < L, то вона, як правило, невідома. Для визначення довжини лінії контакту із залежності (11) при $u_{00} = 0$ отримуємо формулу:

$$\frac{Q_n(k_1+k_2)}{lR_2\Delta} = \frac{\Delta}{2\gamma l} \left\{ \left[ \left( \frac{\gamma l}{\Delta} + 1 \right)^2 + 2 \right] \operatorname{arcsec} \cdot \left( \frac{\gamma l}{\Delta} + 1 \right) - 3\sqrt{\left( \frac{\gamma l}{\Delta} + 1 \right)^2 - 1} \right\}.$$
(15)

або

$$\frac{2Q_n(k_1+k_2)\gamma}{R_2\Delta^2} = \left[\left(\frac{\gamma l}{\Delta}+1\right)^2+2\right] \operatorname{arcsec} \cdot \left(\frac{\gamma l}{\Delta}+1\right) - 3\sqrt{\left(\frac{\gamma l}{\Delta}+1\right)^2-1}.$$
(16)

Рівняння (16) можна вирішувати щодо *l*графічно (2 б) чи методом ітерацій. Після визначення максимальні переміщення визначають із співвідношення:

$$u_{ol} = \gamma l,$$
  
а максимальний контактний тиск по залежності  
 $\sigma_{ol} = \frac{u_{ol}}{k_1 + k_2}.$  (17)

Оскільки вид епюри заздалегідь невідомий, починаємо розрахунок з використання залежності (3.60). Якщо в процесі розрахунку виявиться, що $u_0/\Delta \leq 0$ , Розрахунок ведеться за формулою (16).



Припрацьований підшипник. Тепер розглянемо інший випадок, коли співвідношення (9) має вигляд:  $u_{0y} = u_{00} + \gamma_y, \ \Delta_y = \varDelta_0 = \varDelta, \ \delta \ y = \delta_0 = \varDelta.$  (18)

Ці співвідношення відповідають випадку, коли приробіток поверхонь валу і шару здійснювалася за відсутності перекосу, але контактують циліндри з перекосом (випадок 3, табл. 1)

Із загального рішення (18) після інтегрування та перетворень з урахуванням співвідношень (19) отримуємо зв'язок навантаження з іншими параметрами контакту у вигляді:

$$\frac{Q_{n}(k_{1}+k_{2})}{R_{2}L^{d}} + \varphi_{u_{l}0} \sec \varphi_{u_{l}0} - \sin \varphi_{u_{l}0} = \\
= 2 \frac{A}{\gamma l} [(c^{2}+2) \arccos c c - 3\sqrt{c^{2}-1} + \\
+ 3\sqrt{d^{2}-1} - (d^{2}+2) \arccos c d], \\
c = \frac{u_{00}+\gamma l+\delta+\Delta}{4}, \quad d = \frac{u_{00}+\Delta+\delta}{4}.$$
(19)

Для визначення переміщення $u_{00}$  необхідно поставити значення кута приробітку $\varphi_{u0}$  на краю шаруу = 0. При заданому $\varphi_{u0}$ величина $\delta$ визначається за такою формулою (4). При виконанні розрахунку кут перекосу вважається відомим. За рівнянням (18) величина $u_{00}$  визначається методом ітерацій чи графічно. Найбільші переміщення будуть при y = l та визначаються із співвідношень (19). Максимальний тиск знаходимо за (17).

#### Висновки

1. В основі рішення задач про перекос в опорі ковзання лежить припущення про те, що кожен переріз за жорсткістю характеристик перебуває в стані плоскої деформації, а безперервність функцій переходу від перерізу до перерізу забезпечується геометричною безперервністю валу і втулки вздовж осі циліндрів.

2. Запропонована систематизація завдань з урахуванням перекосу валу показала, що на контактні тиски значною мірою впливає спосіб закріплення та припрацювання опори. Для жорстко закріпленої опори отримано розрахункові залежності як випадку опори з урахуванням припрацювання. При цьому на контактний тиск впливає вигляд епюри максимальних контактних тисків.

#### Література

1. Ali Rezaeia, WimVan Paepegema, Patrick De Baets, Wouter Ost. Adap-tive finite element simulation of wear evolution in radial sliding bearings. Wear. Volume 296, Issues 1–2, 660-671, (2012).

2. Florian König, Achraf Ouald Chaib, Georg Jacobs, Christopher Sous. A multiscale-approach for wear prediction in journal bearing systems – from wear-ing-in towards steady-state wear. Wear, Volumes 426–427, Part B, 2019, 1203-1211

3. V. T. Oksanen, A. J. Lehtovaara, M. H. Kallio. Load capacity of lubricat-ed bismuth bronze bimetal bearing under elliptical sliding motion. Wear, Volumes 388–389, 2017, 72-80

4. Nimeshchandra S. Patel, D. P. Vakharia, G. M. Deheri, H. C. Patel. Ex-perimental performance analysis of ferrofluid based hydrodynamic journal bear-ing with different combination of materials...Wear, Volumes 376–377, Part B, 2017, 1877-1884.

5. Lidia Galda, Jaroslaw Sep, Artur Olszewski, Tomasz Zochowski. Exper-imental investigation into surface texture effect on journal bearings performance. Tribology International, Volume 136, 2019, 372-384

6. Surojit Poddar, N. Tandon. Detection of particle contamination in journal bearing using acoustic emission and vibration monitoring techniques. Tribology International, Volume 134, 2019, 154-164.

7. Thomas Hagemann, Christopher Zeh, Hubert Schwarze. Heat convection coefficients of a tilting-pad journal bearing with directed lubrication. Tribology In-ternational, Volume 136, 2019, 114-126.

8. Guo Xiang, Yanfeng Han, Jiaxu Wang, Jiefu Wang, Xiaokang Ni. Cou-pling transient mixed lubrication and wear for journal bearing modeling. Tribolo-gy International, Volume 138, 2019, 1-15.

journal bearing and thrust bearing.

9. Shaoyu Zhu, Jun Sun, Biao Li, Xiaoyong Zhao, Guixiang Zhu. Stochastic models for turbulent lubrication of bearing with rough surfaces. Tribology Inter-national, Volume 136, 2019, 224-233.

10. Shuhui Cui, Le Gu, Liqin Wang, Bo Xu, Chuanwei Zhang. Numerical analysis on the dynamic contact behavior of hydrodynamic journal bearings dur-ing start-up. Tribology International, Volume 121, 2018, 260-268.

11. T. Illner, D. Bartel, L. Deters. Determination of the transition speed in journal bearings under consideration of bearing deformation. Tribology Interna-tional, Volume 82, Part A, 2015, 58-67.

12. Fillon, M., Wodtke, M. & Wasilczuk, M. Friction (2015) 3: 266. https://doi.org/10.1007/s40544-015-0092-47.

#### References

1. Ali Rezaeia, WimVan Paepegema, Patrick De Baets, Wouter Ost. Adap-tive finite element simulation of wear evolution in radial sliding bearings. Wear. Volume 296, Issues 1–2, 660-671, (2012).

2. Florian König, Achraf Ouald Chaib, Georg Jacobs, Christopher Sous. A multiscale-approach for wear prediction in journal bearing systems - from wear-ing-in towards steady-state wear. Wear, Volumes 426-427, Part B, 2019, 1203-1211

3. V. T. Oksanen, A. J. Lehtovaara, M. H. Kallio. Load capacity of lubricat-ed bismuth bronze bimetal bearing under elliptical sliding motion. Wear, Volumes 388–389, 2017, 72-80

4. Nimeshchandra S. Patel, D. P. Vakharia, G. M. Deheri, H. C. Patel. Ex-perimental performance analysis of ferrofluid based hydrodynamic journal bear-ing with different combination of materials. Wear, Volumes 376–377, Part B, 2017, 1877-1884.

5. Lidia Galda, Jaroslaw Sep, Artur Olszewski, Tomasz Zochowski. Exper-imental investigation into surface texture effect on journal bearings performance. Tribology International, Volume 136, 2019, 372-384

6. Surojit Poddar, N. Tandon. Detection of particle contamination in journal bearing using acoustic emission and vibration monitoring techniques. Tribology International, Volume 134, 2019, 154-164.

7. Thomas Hagemann, Christopher Zeh, Hubert Schwarze. Heat convection coefficients of a tilting-pad journal bearing with directed lubrication. Tribology In-ternational, Volume 136, 2019, 114-126.

8. Guo Xiang, Yanfeng Han, Jiaxu Wang, Jiefu Wang, Xiaokang Ni. Cou-pling transient mixed lubrication and wear for journal bearing modeling. Tribolo-gy International, Volume 138, 2019, 1-15.

journal bearing and thrust bearing.

9. Shaoyu Zhu, Jun Sun, Biao Li, Xiaoyong Zhao, Guixiang Zhu. Stochastic models for turbulent lubrication of bearing with rough surfaces. Tribology Inter-national, Volume 136, 2019, 224-233.

10. Shuhui Cui, Le Gu, Liqin Wang, Bo Xu, Chuanwei Zhang. Numerical analysis on the dynamic contact behavior of hydrodynamic journal bearings dur-ing start-up. Tribology International, Volume 121, 2018, 260-268.

11. T. Illner, D. Bartel, L. Deters. Determination of the transition speed in journal bearings under consideration of bearing deformation. Tribology Interna-tional, Volume 82, Part A, 2015, 58-67.

12. Fillon, M., Wodtke, M. & Wasilczuk, M. Friction (2015) 3: 266. https://doi.org/10.1007/s40544-015-0092-4