

ЧУПРИНКА ВІКТОР

Київський національний університет технологій та дизайну

<http://orcid.org/0000-0001-6869-3091>e-mail: Chuprinka_V_1@ukr.net**НАУМЕНКО БОГДАН**

Київський національний університет технологій та дизайну

<https://orcid.org/0009-0002-6905-9206>e-mail: bohdanych2011@gmail.com**ОСИПЕНКО ВОЛОДИМИР**

Київський національний університет технологій та дизайну

<http://orcid.org/0000-0002-1077-1461>e-mail: Vvo7@ukr.net

ГЕНЕРУВАННЯ ДОПУСТИМОЇ МНОЖИНИ РОЗКЛАДОК ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ СХЕМ РОЗКРОЮ МАТЕРІАЛІВ ПРЯМОКУТНОЇ ФОРМИ НА ДЕТАЛІ ГАЛАНТЕРЕЙНИХ ВИРОБІВ

В роботі розглянута одна із основних задач, яка виникає при розробці алгоритмів та програмного продукту для автоматизованого проектування розкрійних схем матеріалів прямокутної форми на деталі галантереї, а саме генерування множини допустимих розкладок.

Ця задача зводиться до пошуку параметрів подвійної прямокутної решітки, яка визначає схему розміщення деталей в згенерованій допустимій розкладці. В роботі представлені алгоритми пошуку параметрів цієї решітки, а саме алгоритми пошуку:

- вектора зсуву наступної деталі відносно відносно попередньої в ряду розкладки;
- вектора зсуву наступного ряду з однаково орієнтованими деталями відносно попереднього ряду;
- вектора зсуву решітки для деталей, що повернуті на 180 градусів відносно решітки для деталей в базовому положенні.

Запропоновані алгоритми визначення параметрів подвійної прямокутної решітки дозволили розробити програмний продукт для генерування множини допустимих розкладок для деталей галантереї, який, автоматизованого проектування розкрійних схем матеріалів прямокутної форми на деталі галантереї який став одним із основних модулів програмного продукту проектування раціональних схем розкрою матеріалів прямокутної форми на деталі галантерейних виробів.

Ключові слова: раціональний розкладка, галантерейні вироби, алгоритм, програмний продукт, цільне розміщення, подвійна решітка.

CHUPRYNKA VIKTOR, NAUMENKO BOGDAN, OSYPENKO VOLODYMYR
Kyiv National University of Technology and Design

GENERATION OF AN ALLOWABLE SET OF SCHEDULES FOR AUTOMATED DESIGN OF RATIONAL SCHEMES FOR THE DEVELOPMENT OF MATERIALS OF A RECTANGULAR FORM ON DETAILS OF HARDWARE PRODUCTS

The work proposes a solution to one of the problems of designing a rational cut, namely, the generation of a set of admissible layouts. For this, a mathematical model and structural components of the problem of generating a set of admissible layouts were described. This made it possible to reduce the problem of generating a set of admissible layouts to the task of finding a set of double lattices of a rectangular shape, the parameters of which determine the layout of parts in the generated admissible layout.

The paper presents the algorithms for searching the parameters of these double rectangular arrays, namely the search algorithms:

- the displacement vector of the next part relative to the previous one in the layout row;
- displacement vector of the next row with identically oriented parts relative to the previous row;
- lattice displacement vector for parts rotated by 180 degrees relative to the lattice for parts in the basic position.

Algorithms were proposed for this:

- dense arrangement of, however, oriented parts in a row of the generated layout;
- dense arrangement of adjacent rows in the generated layout.

The proposed algorithms for determining the parameters of the double rectangular grid made it possible to develop a software product for generating a set of admissible layouts for haberdashery details, which, automated design of cutting schemes of rectangular materials for haberdashery parts, which became one of the main modules of the software product for designing rational schemes for cutting rectangular materials for haberdashery parts products

Implementation of the developed software product in production will allow:

- optimize cutting schemes, reducing the amount of waste. It is not only environmentally friendly, but also economically beneficial;
- effectively use materials during cutting, which helps reduce production costs;
- introduce the use of automated cutting complexes, which minimizes the impact of the human factor, improves accuracy and compliance with technological requirements;
- to reduce the amount of waste, which contributes to the preservation of the environment and is an important aspect of modern production.

All these are important factors of competitiveness in the market.

Keywords: rational layout, haberdashery, algorithm, software product, dense placement, double grid.

Постановка проблеми у загальному вигляді
та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Автоматизоване проектування розкрійних схем у галантерейній галузі має кілька важливих переваг:

1. *Раціональне використання матеріалів*: Автоматизація дозволяє оптимізувати розкрійні схеми, зменшуючи кількість відходів. Це не лише екологічно, але й економічно вигідно.
2. *Зниження собівартості виробів*: Ефективне використання матеріалів та автоматизація процесу сприяють зниженню витрат на виробництво.
3. *Гнучкість виробництва*: Автоматизовані системи дозволяють швидко адаптуватися до змін у моді, забезпечуючи можливість швидкого перепланування виробництва під нові моделі взуття та галантереї.
4. *Підвищення якості виробів*: Використання автоматизованих комплексів для розкрою мінімізує вплив людського фактора, що покращує точність та відповідність технологічним вимогам.
5. *Екологічна відповідальність*: Зменшення кількості відходів сприяє збереженню навколишнього середовища, що є важливим аспектом сучасного виробництва.

Загалом, автоматизація розкрійних процесів у галантерейній галузі легкої промисловості сприяє покращенню ефективності виробництва, підвищенню якості продукції та зниженню її собівартості, що є важливими факторами конкурентоспроможності на ринку.

Аналіз досліджень та публікацій

Проблема двовимірного пакування є типом задач комбінаторної оптимізації, що спрямована на компактне розміщення плоских геометричних об'єктів на матеріалі заданого розміру з метою мінімізації зайнятого простору або максимізації використання матеріалу. Ця проблема визнана NP-складною і в основному вирішується за допомогою евристичних алгоритмів. Однак програмне забезпечення, що реалізує ці алгоритми, не завжди дає задовільні результати за прийнятний час.

Багато вчених досліджували проблеми двовимірного нерегулярного пакування з метою знаходження оптимальних рішень. З 2010 року автори [1, 2] досліджували проблеми неправильної 2D упаковки, але здебільшого представляли математичні моделі замість вичерпного розгляду проблем.

В роботі [3] запропонували стратегію щільного розміщення на основі кодування кривої та відповідності ознак. Ці алгоритми дають хороші результати для конкретних проблем, але їх надійність і застосовність потребують додаткової перевірки.

В роботі [4] для генерації секцій розкрійних схем запропоновано модифікацію генетичного алгоритму. Недоліком цього алгоритму є те, що не завжди вдається отримати задовільні результати за обмежений проміжок часу.

Розробка ефективного двовимірного алгоритму нерегулярного щільного розміщення плоских геометричних об'єктів є важливим завданням, яке може значно покращити використання матеріалів та зменшити витрати на обробку. Зменшення споживання матеріалів не тільки знижує виробничі витрати, але й має позитивний вплив на навколишнє середовище [5]. Тому дослідження проблеми щільного розміщення плоских геометричних об'єктів має велике технологічне та суспільне значення.

Однак, розглянуті підходи не враховують специфіку підготовчо-розкрійного виробництва та є не зовсім ефективними при проектуванні схем розкрою матеріалів, що мають прямокутну форму, на галантерейні деталі [6]. Задача пошуку оптимальних схем розкрою рулонних матеріалів на деталі галантерейних виробів відноситься до NP-задач, які за поліноміальний час вирішувати не вдається [7].

Тому є актуальним розробка методу проектування раціональних схем розкрою матеріалів, що мають прямокутну форму, на галантерейні деталі, та який би враховував специфіку підготовчо-розкрійного виробництва у шкіргалантерейній галузі легкої промисловості.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є розробка математичного забезпечення для генерування множини допустимих розкладок [8], які є складовими частинами секцій, з яких генеруються раціональні схеми розкрою матеріалу на деталі галантереї та реалізація його в програмному забезпеченні.

Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити наступні задачі :

- описати математичну модель та її структурні компоненти задачі генерування множини допустимих розкладок;
- реалізувати поставлену задачі в програмний продукт.

Виклад основного матеріалу

Автоматизоване проектування допустимої множини розкладок. Задача генерування множини допустимих розкладок плоских геометричних об'єктів в прямокутній області зводиться до математичної моделі прямокутної решітки, яка включає три вектори: a_1 , a_2 , q , де вектор a_1 визначає положення однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів у ряду, вектор a_2 визначає положення однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів у сусідньому ряду, а q – вектор зсуву для плоских геометричних об'єктів, повернутих на 180 градусів (рис. 1).

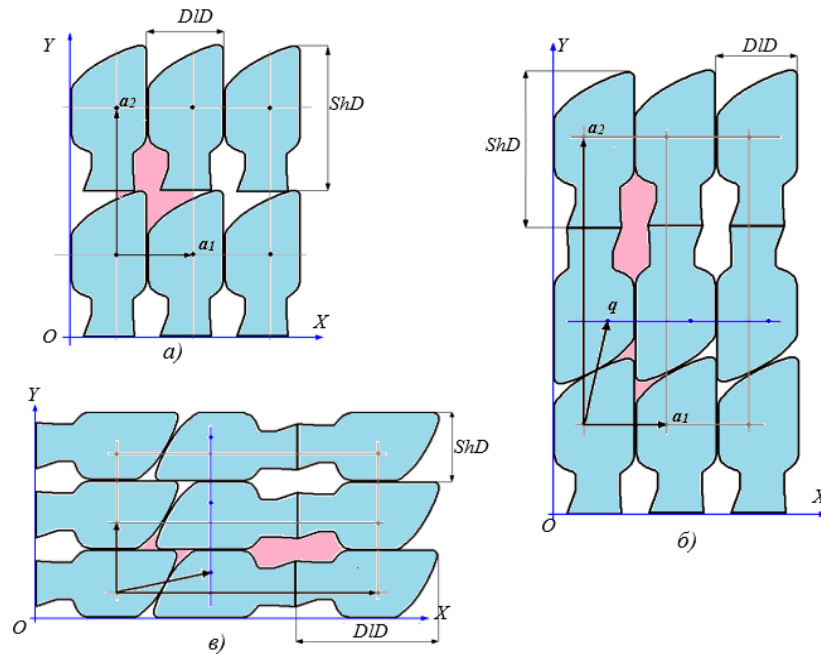


Рис. 1. Одинарна та подвійні решітки

Основні характеристики задачі:

1. Вектори a_1 та a_2 :

- вектори взаємно перпендикулярні;
- кожен з векторів паралельний одній з осей координат;
- вектор a_1 визначає напрямок рядів однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів;
- вектор a_2 визначає напрямок рядів, де чергуються плоскі геометричні об'єкти у вихідному положенні та повернуті на 180 градусів.

2. Положення рядів:

- якщо вектор a_1 паралельний осі OX то ряди однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів розташовуються вздовж осі OX , а ряди з чергуванням деталей вздовж осі OY (рис. 1, б);
- якщо вектор a_1 паралельний осі OY , то ряди однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів розташовуються вздовж осі OY , а ряди з чергуванням деталей вздовж осі OX (рис. 1, в);

3. Одинарна та подвійна решітка:

- в одинарній решітці ряди однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів направлені вздовж осей OX та OY (рис. 1, а);
- в подвійній решітці враховується також вектор зсуву q для плоских геометричних об'єктів, повернутих на 180 градусів відносно вихідного положення (рис. 1, б, в).

Для знаходження цих векторів та координат полюсів плоских геометричних об'єктів, потрібна інформація про зовнішній контур плоского геометричного об'єкту.

Для вирішення поставленої задачі необхідно визначити a_1 , a_2 , q . Для визначення вектора a_1 , необхідно враховувати деякі геометричні аспекти, пов'язані з положенням та орієнтацією деталей відносно координатних осей. Розглянемо процес детальніше:

1. Описання плоского геометричного об'єкту – прямокутником:

- визначаємо прямокутник, який обмежує плоский геометричний об'єкт, таким чином, що його сторони паралельні осям координат і мають хоча б одну точку дотику з контуром плоского геометричного об'єкту (рис. 2);
- позначимо довжину сторони прямокутника, паралельної осі OX , як DiD (довжина деталі);
- позначимо довжину сторони прямокутника, паралельної осі OY , як ShD (ширина деталі).

2. Щільне суміщення плоских геометричних об'єктів:

- для щільного суміщення двох однакових і однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів вздовж координатних осей вводимо поняття лівої (GL) і правої (GR) границь деталі для осі OX , та нижньої (GN) і верхньої (GV) границь для осі OY ;
 - ліва (GL) (рис. 2, б) і нижня (GN) (рис. 2, в) границі деталі – це ділянки контуру плоского геометричного об'єкту які знаходяться праворуч (OX) або вище (OY) точок дотику з контуром плоского геометричного об'єкту, відповідно;
 - права (GR) (рис. 2, а) і верхня (GV) (рис. 2, г) границі контуру плоского геометричного об'єкту – це ділянки контуру деталі, які знаходяться ліворуч (OX) або нижче (OY) точок дотику з контуром плоского геометричного об'єкту, відповідно.

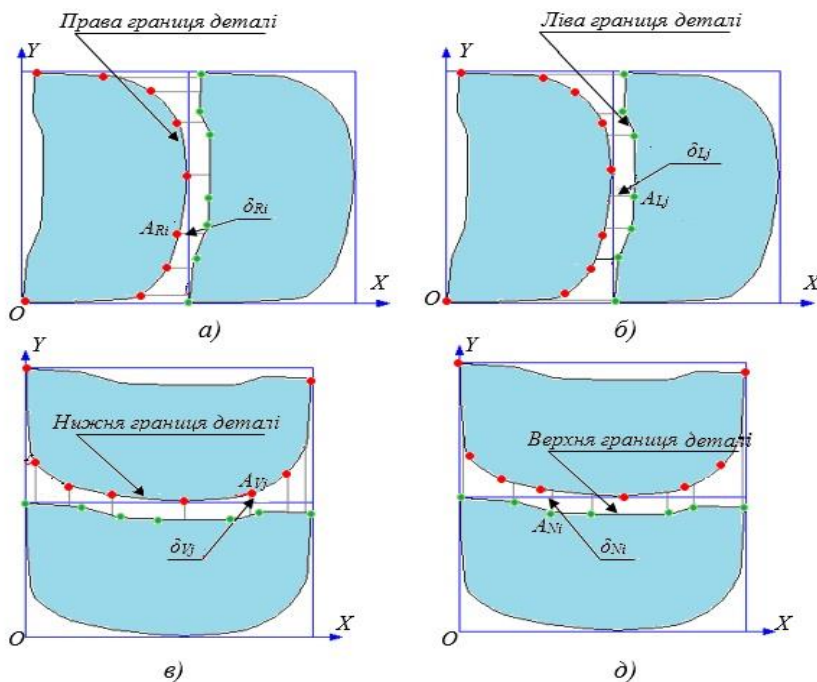


Рис. 2. Щільне суміщення двох однакових та однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів в ряду

3. **Обчислення вектора a_1 :**

- при щільному суміщенні двох однакових плоских геометричних об'єкту вздовж осі OX , їх положення буде таким, що права границя (GR) першого, плоского геометричного об'єкту і співпадатиме з лівою границею (GL) другого плоского геометричного об'єкту. Це означає, що відстань між центрами двох деталей вздовж осі OX буде дорівнювати DID ;
- аналогічно, при щільному суміщенні вздовж осі OY , відстань між центрами двох плоских геометричних об'єктів вздовж осі OY буде дорівнювати ShD .

Визначимо ліву та нижню границю плоского геометричного об'єкту як лому лінію відповідно з координатами вершин $A_{Li}(X_{Li}, Y_{Li}), i = 1, 2, \dots, t_L$ та $A_{Ni}(X_{Ni}, Y_{Ni}), i = 1, 2, \dots, t_N$.

Визначимо праву та верхню границю плоского геометричного об'єкту як лому лінію відповідно з координатами вершин $A_{Ri}(X_{Ri}, Y_{Ri}), i = 1, 2, \dots, t_R$ та $A_{Vi}(X_{Vi}, Y_{Vi}), i = 1, 2, \dots, t_V$. (рис. 2).

Для щільного суміщення в ряду однакових та однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів вздовж вісі OX (OY) опишемо навколо цього плоского геометричного об'єкту прямокутник таким чином, щоб його сторони були паралельні осям координат в прямокутній системі координат. Щоб щільно сумістити в ряду однакових та однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів вздовж вісі OX (OY) спочатку необхідно сумістити перший плоский геометричний об'єкт із другим таким чином, що права(верхня) границя прямокутника, що описаний навколо першого в ряду плоского геометричного об'єкту співпала із лівою(нижньою) границею прямокутника, що описаний навколо другого плоского геометричного об'єкту (рис. 2).

Розмістимо перший плоский геометричний об'єкт в прямокутній системі координат XOY таким чином, що ліва границя описаного навколо нього прямокутника співпадає з додатною піввіссю OY , а нижня границя цього прямокутника – з додатною піввіссю OX координатної системи координат XOY (рис.2). Тоді координати полюса першого плоского геометричного об'єкту $P_{11}(Xp_{11}, Yp_{11})$ можна визначити через опорну функцію $H=H(\theta)$ для цього плоского геометричного об'єкту таким чином:

$$\begin{cases} Xp_{11} = H(\pi) \\ Yp_{11} = H(3\pi/2) \end{cases} \quad (1)$$

Щоб щільно сумістити перший та другий плоскі геометричні об'єкти в ряду вздовж осі OX (OY) потрібно визначити координати вершин для правої границі першого плоского геометричного об'єкту та лівої границі другого плоского геометричного об'єкту (верхньої границі першого плоского геометричного об'єкту та нижньої границі другого плоского геометричного об'єкту) після суміщення прямокутників.

Координати вершин правої границі першого плоского геометричного об'єкту та лівої границі другого плоского геометричного об'єкту після суміщення прямокутників можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} X_{Ri}^1 = X_{Ri} + Xp_{11} = X_{Ri} + H(\pi); \\ Y_{Ri}^1 = Y_{Ri} + Yp_{11} = Y_{Ri} + H(3\pi/2); \\ X_{Lj}^2 = X_{Lj} + Xp_{11} = X_{Lj} + H(\pi) + DID; \\ Y_{Lj}^2 = Y_{Lj} + Yp_{11} = Y_{Lj} + H(\pi); \end{cases} \quad \text{де } \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, t_R; \\ j = 1, 2, \dots, t_L \end{matrix} \quad (2)$$

Координати вершин верхньої границі першого плоского геометричного об'єкту та нижньої границі другого плоского геометричного об'єкту після суміщення прямокутників, можна представити наступним чином:

$$\begin{cases} X_{Vi}^1 = X_{Vi} + Xp_{11} = X_{Vi} + H(\pi); \\ Y_{Vi}^1 = Y_{Vi} + Yp_{11} = Y_{Vi} + H(3\pi/2); \\ X_{Nj}^2 = X_{Nj} + Xp_{11} = X_{Ni} + H(\pi); \\ Y_{Nj}^2 = Y_{Nj} + Yp_{11} + ShD = Y_{Nj} + H(\pi) + ShD; \end{cases} \quad \text{де } \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, t_V; \\ j = 1, 2, \dots, t_N. \end{matrix} \quad (3)$$

Для знаходження щільного суміщення першого та другого однакових та однаково орієнтованих плоских геометричних об'єктів в ряду відносно вісі OX (OY) (рис. 2, а-б (рис. 2, в-г)) знайдемо величину зсуву δ_{12} другого плоского геометричного об'єкту вздовж вісі OX (OY) відносно попереднього його розміщення першого плоского геометричного об'єкту (рис. 3, а (рис. 3, б)).

Величину зсуву δ_{12} другого плоского геометричного об'єкту вздовж вісі OX відносно попереднього його розміщення для щільного його суміщення з першим плоским геометричним об'єктом визначається наступним чином:

$$\delta_{12} = \min(\delta_R, \delta_L), \quad \text{де } \begin{matrix} \delta_R = \min_{i=1, 2, \dots, t_R} (\delta_{Ri}) \\ \delta_L = \min_{i=1, 2, \dots, t_L} (\delta_{Li}) \end{matrix} \quad (4)$$

Для знаходження δ_{Ri} (δ_{Li}) проведемо промені із кожної точки правої границі першого плоского геометричного об'єкту (лівої границі другого плоского геометричного об'єкту), які паралельні осі OX , до перетину із лівою границею другого плоского геометричного об'єкту (правою границею першого плоского геометричного об'єкту) (рис. 2, а-б). Довжини відрізків δ_{Ri} (δ_{Li}) визначаються наступним чином:

$$\delta_{Ri} = |X_{Ri} - X_0| = \left| X_{Ri} + \frac{B_1 \cdot Y_{Ri} + C_1}{A_1} \right|, \quad (5)$$

де $Y_{Ri} \in [Y_{Lj}, Y_{Lj+1}]$ ма $Y_{Lj} \neq Y_{Lj+1}$

$$\begin{matrix} A_1 = Y_{Lj+1} - Y_{Lj}; & B_1 = X_{Lj} - X_{Lj+1}; \\ C_1 = X_{Lj} \cdot Y_{Lj+1} - X_{Lj+1} \cdot Y_{Lj} \\ i = 1, 2, \dots, t_R; & j = 1, 2, \dots, t_L. \end{matrix} \quad (6)$$

$$\delta_{Lj} = |X_{Lj} - X_0| = \left| X_{Lj} + \frac{B_2 \cdot Y_{Lj} + C_2}{A_2} \right|, \quad (7)$$

де $Y_{Lj} \in [Y_{Ri}, Y_{Ri+1}]$ ма $Y_{Ri} \neq Y_{Ri+1}$

$$\begin{matrix} A_2 = Y_{Ri+1} - Y_{Ri}; & B_2 = X_{Ri} - X_{Ri+1}; \\ C_2 = X_{Ri} \cdot Y_{Ri+1} - X_{Ri+1} \cdot Y_{Ri} \\ i = 1, 2, \dots, t_R; & j = 1, 2, \dots, t_L. \end{matrix} \quad (8)$$

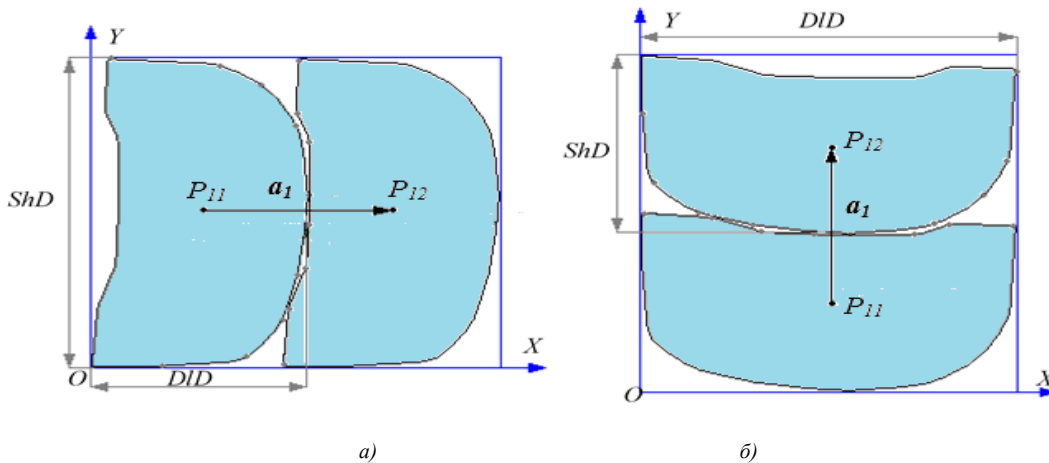


Рис. 3. Щільно суміщені перші два плоскі геометричні об'єкти в ряду

Величину зсуву δ_{12} другого плоского геометричного об'єкту вздовж вісі OY відносно попереднього його розміщення для щільного розміщення з першим плоским геометричним об'єктом визначимо наступним чином:

$$\delta_{12} = \min(\delta_V, \delta_N), \quad \text{де } \begin{matrix} \delta_V = \min_{i=1, 2, \dots, t_V} (\delta_{Vi}) \\ \delta_N = \min_{i=1, 2, \dots, t_N} (\delta_{Ni}) \end{matrix} \quad (9)$$

Щоб знайти δ_{Vi} (δ_{Ni}) проведемо промені із кожної точки верхньої границі першого плоского геометричного об'єкту (нижньої границі другого плоского геометричного об'єкту), які паралельні осі OY , до перетину із нижньою границею другого плоского геометричного об'єкту (верхньою границею першого плоского геометричного об'єкту) (рис. 2, в-г). Довжини відрізків δ_{Vi} (δ_{Ni}) визначаються наступним чином:

$$\delta_{Vi} = |Y_{Vi} - Y_0| = \left| Y_{Vi} + \frac{A_3 \cdot X_{Vi} + C_3}{B_3} \right|, \quad (10)$$

де $X_{Vi} \in [X_{Nj}, Y_{Nj+1}]$ та $Y_{Nj} \neq Y_{Nj+1}$

$$A_3 = Y_{Nj+1} - Y_{Nj}; \quad B_3 = X_{Nj} - X_{Nj+1};$$

$$C_3 = X_{Nj} \cdot Y_{Nj+1} - X_{Nj+1} \cdot Y_{Nj}$$

$$i = 1, 2, \dots, t_V; \quad j = 1, 2, \dots, t_N.$$

$$\delta_{Nj} = |Y_{Nj} - Y_0| = \left| Y_{Nj} + \frac{A_4 \cdot X_{Nj} + C_4}{B_4} \right|,$$

де $X_{Nj} \in [X_{Vi}, Y_{Vi+1}]$ та $Y_{Vi} \neq Y_{Vi+1}$

$$A_4 = Y_{Vi+1} - Y_{Vi}; \quad B_4 = X_{Vi} - X_{Vi+1};$$

$$C_4 = X_{Vi} \cdot Y_{Vi+1} - X_{Vi+1} \cdot Y_{Vi}$$

$$i = 1, 2, \dots, t_V; \quad j = 1, 2, \dots, t_N.$$

Для визначення величину зсуву другого плоского геометричного об'єкту δ_{12} використаємо вирази (4-13). Обчислимо вектор решітки a_1 через величину зсуву другого плоского геометричного об'єкту δ_{12} .

Із рис. 4 очевидно, що $a_1 = (Xp_{12} - Xp_{11}, Yp_{12} - Yp_{11})$.

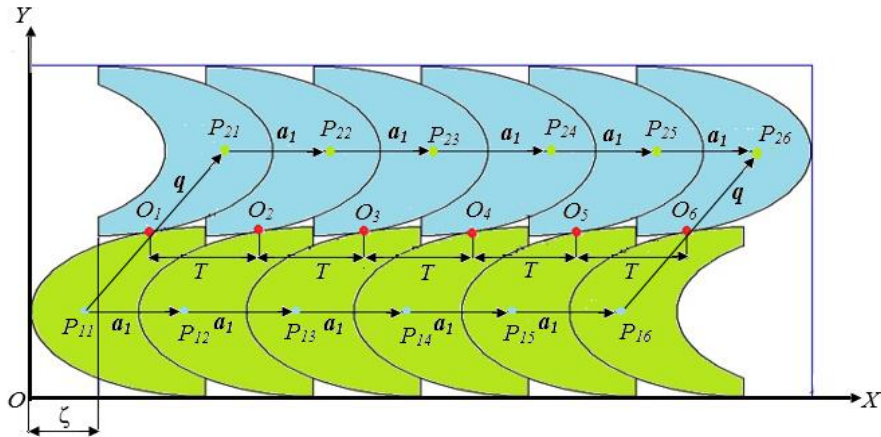


Рис. 4. Щільно суміщені ряди

У випадку, коли зсув другого плоского геометричного об'єкту в ряду вздовж осі OX , маємо: $Xp_{12} = Xp_{11} + D1D - \delta_{12}, Yp_{12} = Yp_{11}$. Тоді $a_1 = (Xp_{12} - Xp_{11}; 0) = (D1D - \delta_{12}; 0)$.

У випадку, коли зсув другого плоского геометричного об'єкту в ряду вздовж осі OY , маємо: $Xp_{12} = Xp_{11}, Yp_{12} = Yp_{11} + DhD - \delta_{12}$. Тоді $a_1 = (0; Yp_{12} - Yp_{11}; 0) = (0; Shd - \delta_{12})$.

Щоб знайти вектор зсуву q решітки W , коли напрямком рядів вдовж вісі OX , потрібно щільно сумістити два сусідні ряди в розкладці (рис.4).

Очевидно, що $O_1B_1O_2B_2O_3B_3O_4B_4O_5B_5O_6B_6$ - верхня границя нижнього ряду розкладки та - нижня границя верхнього ряду розкладки $O_1A_1O_2A_2O_3A_3O_4A_4O_5A_5O_6A_6$. Із рис. 4 видно ці границі є періодичними кривими з періодом T , де $T = |a_1|$.

Точки $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ є точками дотику нижнього ряду та верхнього ряду в розкладці.. Так як вони одночасно належать нижньому ряду та верхнього ряду в розкладці, то вони також повторюються з періодом T (рис. 4). Тоді щоб щільно сумістити сусідні ряди в розкладці достатньо розгляну відповідні фрагменти ломаних ліній $O_1B_1O_2B_2O_3B_3O_4B_4O_5B_5O_6B_6$ та $O_1A_1O_2A_2O_3A_3O_4A_4O_5A_5O_6A_6$ довжиною T , між P_{11} та P_{12} (рис. 5).

Щоб попередньо сумістити ряди в розкладці необхідно описати навколо кожного із рядів розкладки, що суміщаються, прямокутники та щільно сумістити ці прямокутники (рис. 5).

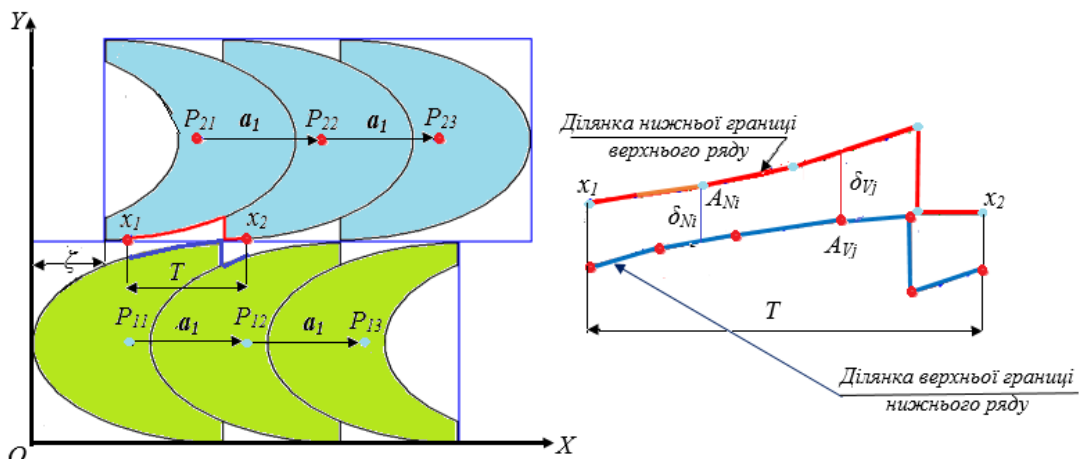


Рис. 5. Щільне суміщення рядів

Коли ряди розміщуються вздовж вісі OX , величина зсуву δr_{12} , яка забезпечує щільне суміщення першого та другого ряду, визначається наступним чином:

$$\delta r_{12} = \min(\delta r_V, \delta r_N), \quad \text{де} \quad \begin{aligned} \delta r_V &= \min_{i=1,2..t_V} (\delta r_{Vi}) \\ \delta r_N &= \min_{i=1,2..t_N} (\delta r_{Ni}) \end{aligned} \quad (14)$$

Коли ряди розміщуються вздовж вісі OY , величина зсуву δr_{12} , яка забезпечує щільне суміщення першого та другого ряду, визначається наступним чином:

$$\delta r_{12} = \min(\delta r_R, \delta r_L), \quad \text{де} \quad \begin{aligned} \delta r_R &= \min_{i=1,2..t_R} (\delta r_{Ri}) \\ \delta r_L &= \min_{i=1,2..t_L} (\delta r_{Li}) \end{aligned} \quad (15)$$

Величини $\delta r_{Ri}, \delta r_{Li}, \delta r_{Ni}, \delta r_{Vi}$ можна визначити аналогічно величинам $\delta_{Ri}, \delta_{Li}, \delta_{Ni}, \delta_{Vi}$ використавши вирази (5 - 13).

Вектор зсуву q решітки W можна визначити через координати полюсів перших плоских геометричних об'єктів в першому та другому рядах розкладки наступним чином:

$$q = (Xp_{21} - Xp_{11}, Yp_{21} - Yp_{11}), \quad (16)$$

де:

- коли ряди розкладки розміщуються подовж вісі OX (рис. 1.б)

$$\begin{aligned} Xp_{21} &= H(0) + \zeta \\ Yp_{21} &= H(\pi/2) + ShD - \delta r_{12}; \end{aligned} \quad (17)$$

- коли ряди розкладки розміщуються подовж вісі OY (рис. 1.в)

$$\begin{aligned} Xp_{21} &= H(0) + DID - \delta r_{12} \\ Yp_{21} &= H(\pi/2) + \zeta \end{aligned}, \quad (18)$$

де ζ – величина зсуву другого ряду розкладки відносно першого. Коли ряди в розкладці розміщуються вдвож осі OX , то значення ζ повинно задовольняти наступним умовам $-DID/2 \leq \zeta \leq DID/2$, а коли ряди в розкладці розміщуються вдвож осі OY , то значення ζ повинно задовольняти наступним умовам: $-ShD/2 \leq \zeta \leq ShD/2$.

Для визначення вектор a_2 решітки W щільно сумістимо третій ряд із другим рядом розкладки (рис. 6). Щоб щільно сумістити другий ряд з третім рядом попередньо опишемо прямокутник навколо щільно суміщених перших двох рядів та прямокутник навколо третього ряду та щільно сумістимо ці прямокутники (рис. 6.а).

Якщо ряди розміщенні подовж вісі OX , то величина зсуву δr_{23} третього ряду вздовж вісі OY , яка забезпечить щільне суміщення його з першим та другим рядами, може бути визначена наступним чином:

$$\delta r_{23} = \min(\delta r_V, \delta r_N), \quad \text{де} \quad \begin{aligned} \delta r_V &= \min_{i=1,2..t_V} (\delta r_{Vi}) \\ \delta r_N &= \min_{i=1,2..t_N} (\delta r_{Ni}) \end{aligned} \quad (19)$$

Якщо ряди розміщенні подовж вісі OY , то величина зсуву δr_{23} третього ряду вздовж вісі OX , яка забезпечить щільне суміщення його з першим та другим рядами, може бути визначена наступним чином:

$$\delta r_{23} = \min(\delta r_R, \delta r_L), \quad \text{де} \quad \begin{aligned} \delta r_R &= \min_{i=1,2..t_R} (\delta r_{Ri}) \\ \delta r_L &= \min_{i=1,2..t_L} (\delta r_{Li}) \end{aligned} \quad (20)$$

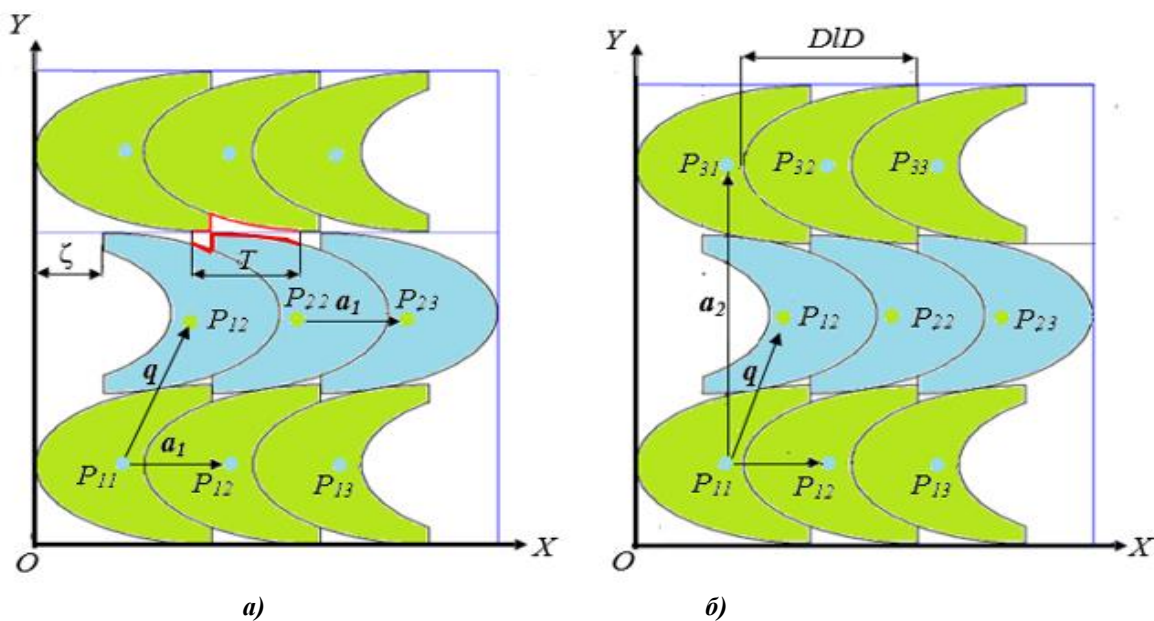


Рис. 6. Щільне суміщення третього ряду у подвійній решітці W

Величини $\delta r_{Ri}, \delta r_{Li}, \delta r_{Ni}, \delta r_{Vi}$ можуть бути визначені аналогічно величинам $\delta_{Ri}, \delta_{Li}, \delta_{Ni}, \delta_{Vi}$ використати вирази (5 - 8) та (10 - 13).

Маючи величину зсуву третього ряду визначимо вектор a_2 подвійної решітки W (рис. 6.6):

$$a_2 = (Xp_{31} - Xp_{11}, Yp_{31} - Yp_{11}). \tag{21}$$

Тоді при розміщенні рядів в розкладці вдовж вісі OX (рис. 6.7.а) координати полюсу P_{31} (рис.. 6.7.а) визначатимуться так:

$$Xp_{31} = H(\pi) \tag{22}$$

$$Yp_{31} = H(3\pi/2) + 2ShD - \delta r_{12} - \delta r_{13}'$$

a при розміщенні рядів в розкладці вдовж вісі OY (рис.6.7.б)

$$Xp_{31} = H(\pi) + 2DID - \delta r_{12} - \delta r_{13}. \tag{23}$$

$$Yp_{31} = H(3\pi/2)$$

Координати полюсів плоских геометричних об'єктів в розкладці через вектори подвійної решітки W визначатимуться наступним чином:

$$Xp_{ij} = H(\pi) + (j - 1) \cdot a_{1x} + ((i + 1)div2) \cdot a_{2x} + ((i + 1) \bmod 2) \cdot q_x \tag{24}$$

$$Yp_{ij} = H(3\pi/2) + (j - 1) \cdot a_{1y} + ((i + 1)div2) \cdot a_{2y} + ((i + 1) \bmod 2) \cdot q_y'$$

де $i = 1, 2, \dots, i_0, j = 1, 2, \dots, j_0$ та $i_0 \cdot j_0 \leq Q(Q - \text{максимальна кількість плоских геометричних об'єктів даного виду у розкрийній схемі})$.

Довжину та ширину згенерованої розкладки при розміщенні рядів в розкладці вдовж осі OX (рис. 7) можна визначити таким наступним чином:

$$DIR = \max(Xp_{1j_0} + DID; Xp_{2j_0} + DID + q_x) \tag{25}$$

$$ShR = i_0 \cdot ShD - (i_0 \div 2)(\delta r_{12} + \delta r_{23}) + ((i_0 + 1) \bmod 2) \cdot \delta r_{23}'$$

Довжину та ширину згенерованої розкладки при розміщенні рядів в розкладці вдовж осі OY (рис. 8) можна визначити таким наступним чином:

$$ShR = \max(Yp_{1j_0} + ShD; Yp_{2j_0} + ShD + q_y) \tag{26}$$

$$DIR = i_0 \cdot DID - (i_0 \div 2)(\delta r_{12} + \delta r_{23}) + ((i_0 + 1) \bmod 2) \cdot \delta r_{23}'$$

де $i \bmod 2$ - залишок від цілочисленного ділення на 2 та $i \div 2$ - ціла частина від ділення на 2.

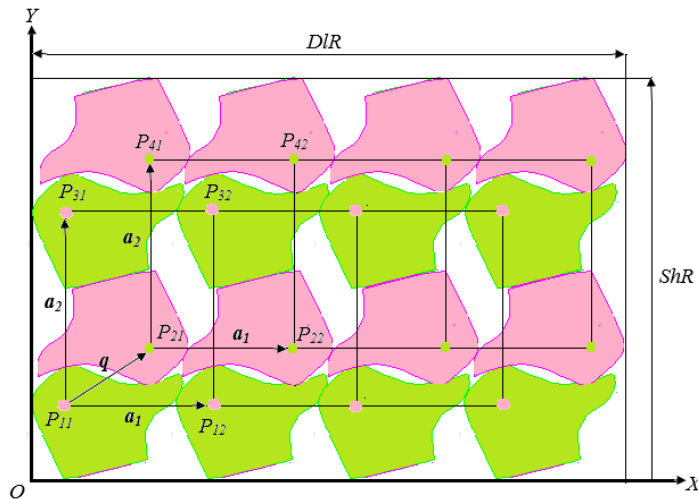


Рис. 7. Згенерована розкладка з розміщенням рядів вздовж осі OX

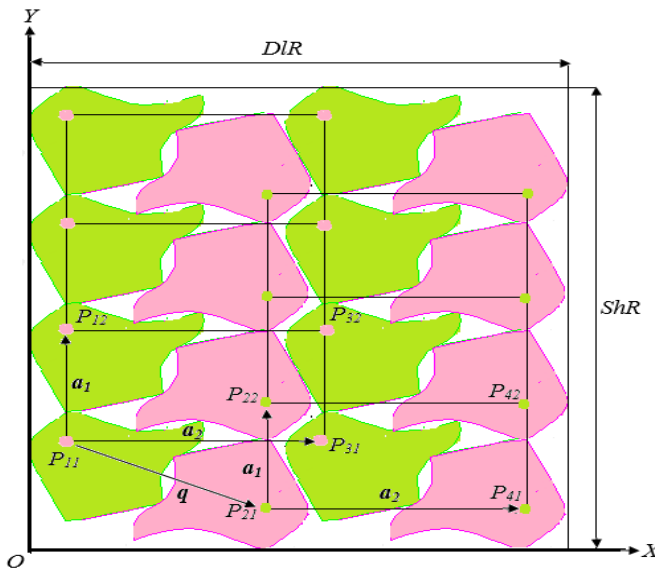


Рис. 8. Згенерована розкладка з розміщенням рядів вздовж осі OY

Маючи координати полюсів плоских геометричних об'єктів у згенерованій розкладці та довжину та ширину цієї розкладки легко однозначно відтворити цю розкладку в спроектованій розкрийній схемі.

Висновки з даного дослідження

1. Задачу генерування множини допустимих розкладок було представлено як задачу пошуку параметрів подвійної прямокутної решітки, яка визначає схему розміщення деталей в згенерованій допустимій розкладці.
2. В роботі представлені алгоритми пошуку параметрів цієї решітки, а саме алгоритми пошуку:
 - вектора зсуву наступної деталі відносно відносно попередньої в ряду розкладки;
 - вектора зсуву наступного ряду з однаково орієнтованими деталями відносно попереднього ряду;
 - вектора зсуву решітки для деталей, що повернуті на 180 градусів відносно решітки для деталей в базовому положенні.
3. Запропоновані алгоритми визначення параметрів подвійної прямокутної решітки дозволили розробити програмний продукт для генерування множини допустимих розкладок для деталей галантереї, який, автоматизованого проектування розкрийних схем матеріалів прямокутної форми на деталі галантереї який став одним із основних модулів програмного продукту проектування раціональних схем розкрою матеріалів прямокутної форми на деталі галантерейних виробів.

Література

1. Leao A.S., Toledo F. M. B., Oliveira J. F., and Carravilla M. A. (2016). A semi-continuous mip model for the irregular strip packing problem. *Int. J. Prod. Res.* 54 (3), 712–721. doi:10.1080/00207543.2015.1041571. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2015.1041571?journalCode=tprs20>
2. Leao A. A. S., Toledo F. M. B., Oliveira J. F., Carravilla M. A., and Alvarez-Valdés R. (2020). Irregular packing problems: A review of mathematical models. *Eur. J. Operational Res.* 282 (3), 803–822. doi:10.1016/j.ejor.2019.04.045. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719303820>
3. Guo B., Ji Y., Hu J., Wu F., Peng Q. (2019). Efficient free-form contour packing based on code matching strategy. *IEEE Access* 7, 57917–57926. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2914248. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8704207>
4. Колиско О.З. Модифікація генетичного алгоритму для генерації секцій розкрийних схем. Вісник КНУТД. 2009. № 1. С. 54-56. https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45_P014-017.pdf
5. Гаврилов Т.М., Чупринка В.І. Модель автоматичного проектування схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття. Вісник КНУТД. 2011, № 6. С. 83-88. https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnyk_6_2011.pdf
6. Ke Q., Zhang P., Zhang L., Song S. (2020). Electric vehicle battery disassembly sequence planning based on frame-subgroup structure combined with genetic algorithm. *Front. Mech. Eng.* 6. doi: 10.3389/fmech.2020.576642. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.576642/full>
7. John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman (2001). *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Addison-Wesley. 419 p. ISBN 0-201-44124-1
8. Чупринка В.І., Науменко Б.В., Осипенко В.В. Автоматизоване проектування раціональних схем розкрою матеріалів прямокутної форми на деталі галантерейних виробів. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. 2024. № 4.

References

1. Leao A.S., Toledo F. M. B., Oliveira J. F., and Carravilla M. A. (2016). A semi-continuous mip model for the irregular strip packing problem. *Int. J. Prod. Res.* 54 (3), 712–721. doi:10.1080/00207543.2015.1041571. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2015.1041571?journalCode=tprs20>
2. Leao A. A. S., Toledo F. M. B., Oliveira J. F., Carravilla M. A., and Alvarez-Valdés R. (2020). Irregular packing problems: A review of mathematical models. *Eur. J. Operational Res.* 282 (3), 803–822. doi:10.1016/j.ejor.2019.04.045. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719303820>
3. Guo B., Ji Y., Hu J., Wu F., Peng Q. (2019). Efficient free-form contour packing based on code matching strategy. *IEEE Access* 7, 57917–57926. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2914248. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8704207>
4. Kolysko O.Z. Modyfikatsiia henetychnoho alhorytmu dlia heneratsii sektsii rozkriynykh skhem. Visnyk KNUVD. 2009. № 1. S. 54-56. https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45_P014-017.pdf
5. Havrylov T.M., Chuprynkа V.I. Model avtomatychnoho proektuvannia skhem rozkroiu lystovykh materialiv na detali vzuttia. Visnyk KNUVD. 2011, № 6. S. 83-88. https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnyk_6_2011.pdf
6. Ke Q., Zhang P., Zhang L., Song S. (2020). Electric vehicle battery disassembly sequence planning based on frame-subgroup structure combined with genetic algorithm. *Front. Mech. Eng.* 6. doi: 10.3389/fmech.2020.576642. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.576642/full>
7. John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman (2001). *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Addison-Wesley. 419 p. ISBN 0-201-44124-1
8. Chuprynkа V.I., Naumenko B.V., Osypenko V.V. Avtomatyzyovane proiektuvannia ratsionalnykh skhem rozkroiu materialiv priamokutnoi formy na detali halantereynykh vyrobiv. Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky. 2024. № 4.