

СОКОЛОВСЬКИЙ ЯРОСЛАВ

Національний університет "Львівська Політехніка"

<https://orcid.org/0000-0003-4866-2575>e-mail: yaroslav.i.sokolovskiy@lpnu.ua**БОРЕЦЬКА ІРИНА**

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0000-0002-6767-104X>e-mail: boretska@nltu.edu.ua**СІНКЕВИЧ ОЛЕКСІЙ**

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0000-0001-6651-5494>e-mail: oleksiy1694@gmail.com**КРОШНИЙ ІГОР**

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0000-0003-0018-7998>e-mail: kroshny.igor@nltu.edu.ua**РУБІНСЬКИЙ ЮРІЙ**

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0009-0004-3111-7989>e-mail: yuriy.rubinskyi@gmail.com

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСЕННЯ У КАМЕРАХ СУШІННЯ ГІГРОСКОПІЧНИХ МАТЕРІАЛІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КЛІТИННИХ АВТОМАТІВ

У статті представлено моделювання процесу тепломасоперенесення у камерах сушіння гігроскопічних матеріалів із використанням клітинних автоматів. На основі фундаментальних законів теплопередачі та масообміну створено математичну модель тепломасоперенесення, яка враховує як внутрішні процеси у матеріалі, так і зовнішні процеси, що відбуваються між матеріалом, агентом сушіння та компонентами сушильної камери. Особлива увага надається розробці асинхронної моделі клітинних автоматів, де кожен елемент системи може перебувати в одному з кількох станів, а його зміни визначаються правилами переходів. Загалом у роботі розроблено структуру клітин, які складаються із множини мікрооб'єктів, а також алгоритм, що визначає їх початковий стан під час формування клітинно-автоматного поля. Додатково здійснюється поділ області тепломасоперенесення на кілька зон, для кожної з яких встановлено межі на клітинно-автоматному полі. У свою чергу, правила переходів для моделі клітинного автомата сформульовано на основі розробленої математичної моделі тепломасоперенесення, а для їх застосування розроблено відповідний алгоритм. Для забезпечення однозначності моделі клітинного автомата у процесі реалізації, наводиться її формалізований вигляд. Таким чином створена модель клітинного автомата забезпечує можливість моделювання складних процесів тепломасоперенесення у камерах сушіння гігроскопічних матеріалів з урахуванням динамічних змін у часі та просторі. Результати моделювання підтверджують ефективність використання клітинних автоматів, зокрема для дослідження процесу сушіння гігроскопічних матеріалів та тепломасоперенесення, яке виникає внаслідок цього процесу. Завдяки цьому підходу можливо враховувати складні граничні умови та отримувати адекватні результати щодо змін температури і вологості матеріалу й агента сушіння у процесі сушіння.

Ключові слова: конвективний теплообмін, математичне моделювання, пористе середовище, тепловий потік, мікроструктура.

SOKOLOVSKYY YAROSLAV

Lviv Polytechnic National University

BORETSKA IRYNA, SINKEVYCH OLEKSIY, KROSHNYY IGOR, RUBINSKYY YURIY

Ukrainian National Forestry University

MODELING OF THE HEAT AND MASS TRANSFER PROCESS IN DRYING CHAMBERS OF HYGROSCOPIC MATERIALS USING CELLULAR AUTOMATA

The article presents the modeling of the heat and mass transfer process in drying chambers for hygroscopic materials using cellular automata. Based on the fundamental laws of heat and mass transfer, a mathematical model was created that takes into account both internal processes in the material and external processes occurring between the material, drying agent, and drying chamber components. Particular attention is paid to the development of an asynchronous model of cellular automata, where each element of the system can be in one of several states, and its changes are determined by transition rules. In general, the structure of cells consisting of a set of micro-objects, as well as an algorithm that determines their initial state during the formation of a cellular automaton field, are presented in this work. Additionally, the heat and mass transfer area is divided into several zones, each of which has boundaries on the cellular automaton field. In turn, the transition rules for the cellular automata model are formulated on the basis of the developed mathematical model of heat and mass transfer, and an appropriate algorithm is developed for their application. To ensure the unambiguity of the cellular automata model in the process of implementation, its formalized form is given. Therefore, the created cellular automata model provides the ability to model complex heat and mass transfer processes in drying chambers of hygroscopic materials, taking into account dynamic changes in time and space. The modeling results confirm the effectiveness of using cellular automata, in particular, for studying the drying process of hygroscopic materials and the heat and mass transfer that occurs as a result of this process. This approach makes it possible to take into account complex boundary conditions and obtain adequate results regarding changes in temperature and humidity of the material and drying agent during the drying process.

Keywords: convective heat transfer, mathematical modeling, porous medium, heat flow, microstructure.

Постановка проблеми

Процес сушіння гігроскопічних матеріалів, таких як деревина, характеризується складними фізичними явищами тепломасоперенесення, що відбуваються як всередині матеріалу, так і на його поверхні. Сучасні підходи до моделювання цього процесу часто стикаються з низкою труднощів, таких як складність фізичних моделей і високі вимоги до обчислювальних ресурсів. Традиційні методи, що використовуються для опису тепломасоперенесення, як правило, ґрунтуються на диференціальних рівняннях, які важко адаптувати до нерівномірних змін у матеріалі та агенті сушіння. У зв'язку з цим, виникає потреба у розробці нових підходів, які могли б одночасно спростити математичне моделювання і знизити обчислювальні витрати.

Одним із перспективних рішень є використання клітинних автоматів, які дають змогу моделювати тепломасоперенесення на локальному рівні за допомогою простих правил переходу для кожної клітини досліджуваного середовища. Це значно спрощує моделювання, адже локальні взаємодії у клітинно-автоматній моделі дають можливість уникати необхідності в явному урахуванні глобальних зв'язків, характерних для традиційних підходів. Зокрема, клітинні автомати дають змогу враховувати нерівномірність процесів, таких як різна інтенсивність тепломасоперенесення у різних зонах матеріалу.

Не зважаючи на це, в науковій літературі відсутні універсальні підходи до формулювання правил переходу для клітинних автоматів, які б ефективно описували процеси тепломасоперенесення на макрорівні. Це ускладнює розробку точних моделей, здатних враховувати фізичні особливості як матеріалів, так і середовищ, що їх оточують. З огляду на це, актуальним є питання розробки таких правил переходу, які б ґрунтувалися на рівняннях теплопровідності та дифузії, та адаптувалися до складних фізичних процесів, що відбуваються під час сушіння гігроскопічних матеріалів.

Аналіз останніх публікацій

Аналіз останніх публікацій, присвячених моделюванню процесу тепломасоперенесення в камерах сушіння гігроскопічних матеріалів, свідчить про різноманіття підходів, що використовуються в сучасних дослідженнях для вирішення цього завдання. Класифікація методів моделювання допомагає систематизувати знання у цій галузі та виявити сильні й слабкі сторони кожного з підходів. Основна увага в літературі часто приділяється двом типам процесів: зовнішньому та внутрішньому тепломасоперенесенню. Зокрема, численні публікації [1-3] зосереджені на математичних моделях внутрішніх процесів, що відбуваються всередині гігроскопічних матеріалів, зокрема деревини. Ці моделі використовують рівняння Фур'є для теплопровідності та закони Фіка для опису масопереносу, що дає змогу точно моделювати зміни вологи та тепла у матеріалі. Моделі зовнішнього тепломасоперенесення, що враховують взаємодію гігроскопічного матеріалу з агентом сушіння, також часто представлені у літературі, зокрема у роботі [4] наведено двовимірну математичну модель для опису сушіння пористих матеріалів, що базується на законах конвекції та дифузії.

Поряд з цим, у літературі розглядаються моделі, що класифікуються за структурою матеріалів. Для однорідних матеріалів, таких як деревина або текстиль, застосовуються простіші моделі, засновані на рівномірному розподілі параметрів процесу в об'ємі [5]. Для композитних або багатошарових матеріалів використовуються складніші підходи, що враховують неоднорідність структури [6]. Окрім цього, важливою характеристикою математичних моделей є їх розмірність. Одновимірні моделі, як показано у роботі [7], застосовуються для простих випадків, коли процес сушіння вважається однорідним у двох напрямках, тоді як двовимірні та тривимірні моделі, наведені в роботах [8, 9], дають можливість детально моделювати процеси сушіння, однак потребують значних обчислювальних ресурсів. Важливим для моделювання є також властивості матеріалів, зокрема анізотропія, що враховує відмінності теплопровідності у різних напрямках матеріалу, що розглядаються у роботах [10, 11]. Водночас моделі ізотропного матеріалу, де всі властивості однакові, наведені у роботах [12, 13].

Загалом у різних роботах можна помітити широкий спектр застосувань різних методів розв'язання задач тепломасоперенесення. Зокрема, емпіричні методи, що базуються на експериментальних даних, забезпечують швидке розв'язання задач, але мають обмежене застосування [14-16]. Аналітичні методи [17, 18], що дозволяють отримати точні вирази для ідеалізованих випадків, застосовуються рідше через складність реальних систем. Чисельні методи, такі як методи кінцевих елементів і кінцевих різниць [19-21], є найбільш універсальними, але потребують великих обчислювальних ресурсів [22]. Фрактальні методи [23, 24] ефективні для моделювання неоднорідних матеріалів, таких як деревина. Водночас методи на основі клітинних автоматів [25-27] відзначаються швидкістю обчислень і починають все частіше застосовуватися для моделювання складних процесів, серед яких сушіння гігроскопічних матеріалів.

Підсумовуючи, сучасні дослідження демонструють еволюцію підходів до моделювання сушіння гігроскопічних матеріалів: від простих емпіричних моделей до складних чисельних та фрактальних методів, що враховують як зовнішні, так і внутрішні процеси тепломасоперенесення.

Таким чином метою дослідження є розроблення математичної моделі процесу тепломасоперенесення у камерах сушіння гігроскопічних матеріалів із використанням методу клітинних автоматів.

Розроблення математичної моделі зовнішнього та внутрішнього тепломасоперенесення у камері сушіння гігроскопічних матеріалів

Для опису математичної моделі тепломасоперенесення у сушильних камерах конвективного типу, важливо визначити ключові параметри, які впливають на цей процес. Серед них особливе значення мають температура і відносна вологість агента сушіння, оскільки вони впливають на швидкість випаровування

вологи з гігроскопічного матеріалу і на розподіл тепла у камері. Окрім цього, необхідно враховувати тепло- та вологоперенесення всередині гігроскопічного матеріалу, яке насамперед залежить від його фізичних властивостей. У зв'язку із цим, для моделювання процесу тепломасоперенесення у сушильній камері доцільно поділити її на дві умовних зони. Перша зона охоплює процеси в агенті сушіння, зокрема теплопередачу та зміни параметрів агента сушіння при взаємодії з різними компонентами камери. Друга зона стосується процесів, які відбуваються всередині гігроскопічного матеріалу, таких як теплопровідність і дифузія. Такий поділ дає змогу детальніше описати фізичні процеси у кожній зоні та забезпечує можливість окремого налаштування параметрів моделі для точнішого моделювання.

Математична модель зовнішнього тепломасоперенесення. Першим рівнянням у математичній моделі зовнішнього тепломасоперенесення є рівняння теплового балансу, яке враховує всі джерела тепла та втрати в системі та має наступний вигляд:

$$Q_h + Q_g + Q_n - Q_w - Q_p - Q_m = Q_r \quad (1)$$

Звідси, основним джерелом тепла є водяні калорифери, які нагрівають агент сушіння. Теплопередача між ними базується на законі Ньютона-Ріхмана [28], зокрема:

$$Q_h = \sum_{i=1}^{N_h} \alpha_h S_h (T_{h_i} - T_a) \quad (2)$$

Окрім калориферів, тепло у систему потрапляє через водяну пару, яку розпилюють форсунки, а також через припливно-витяжні канали, що забезпечують надходження свіжого повітря та видалення агента сушіння. Ці процеси описуються рівняннями збереження енергії [29], які враховують масовий потік пари та її ентальпію, зокрема:

$$Q_g = \sum_{i=1}^{N_g} G_{p_i} I_p \quad (3)$$

$$Q_n = L_n T_n (C_p \varphi_n + C_a) \quad (4)$$

Втрати тепла відбуваються в основному через контакт агента сушіння з поверхнями сушильної камери, включаючи штабелі з гігроскопічними матеріалами, стіни і вентилятори. Ці втрати описуються через згаданий раніше закон Ньютона-Ріхмана, і мають наступний вигляд:

$$Q_w = \sum_{i=1}^{N_{st}} \alpha_m S_m (T_a - T_{m_i}) + \alpha_w S_w (T_a - T_w) + \sum_{i=1}^{N_v} \alpha_v S_v (T_a - T_{v_i}) \quad (5)$$

Тепло також втрачається через припливно-витяжні канали, що супроводжується зміною параметрів агента сушіння, зокрема його температури та вологості. Ці втрати можна описати наступним чином:

$$Q_p = L_p T_a (C_p \varphi_a + C_a) \quad (6)$$

Важливим аспектом у моделі є врахування теплових втрат, пов'язаних зі зміною вологості гігроскопічного матеріалу, оскільки цей процес впливає на загальні енерговитрати. Особливо суттєвою у цьому випадку є прихована теплота пароутворення [30], із допомогою якої можна описати рівняння теплопередачі:

$$Q_m = \sum_{i=1}^{N_{st}} G_0 r \frac{\partial U_{m_i}}{\partial t} \quad (7)$$

Заключним етапом у формуванні рівняння теплового балансу є врахування кількості тепла, що необхідна для зміни температури агента сушіння на певну величину за одиницю часу. Це рівняння відображатиме зміну внутрішньої енергії агента сушіння у сушильній камері, зокрема:

$$Q_r = V_a \rho_a C_a \frac{\partial T_a}{\partial t} \quad (8)$$

Наступним важливим рівнянням для опису математичної моделі тепломасоперенесення у сушильній камері є рівняння матеріального балансу вологи. У цьому рівнянні враховується кількість вологи, що надходить у систему та покидає її через припливно-витяжні канали:

$$M_n + M_g - M_m = M_r \quad (9)$$

Додатково враховується кількість вологи, що надходить у камеру через форсунки:

$$M_g = \sum_{i=1}^{N_g} G_{p_i} \quad (10)$$

Також слід врахувати вологу, що виділяється із гігроскопічного матеріалу під час його сушіння:

$$M_m = \sum_{i=1}^{N_{st}} G_0 \frac{\partial U_{m_i}}{\partial t} \quad (11)$$

Окрім цього, необхідно врахувати як зміна відносної вологості агента сушіння із часом може впливати на загальну масу водяної пари в агенті сушіння з урахуванням його об'єму та густини, згідно із законом збереження маси [31]:

$$M_r = \frac{V_a \rho_a}{(1 + \varphi_a)^2} \frac{\partial \varphi_a}{\partial t} \quad (12)$$

Додатково необхідно врахувати граничні умови агента сушіння, особливо в зонах його контакту з різними компонентами сушильної камери. Основними точками контакту агента сушіння є калорифери, вентилятори, форсунки, штабелі з гігроскопічними матеріалами, стіни та припливно-витяжні канали. Найбільш складними для математичного опису є граничні умови, що визначають зміни параметрів температури і відносної вологості агента сушіння при його контакті зі штабелем. Для цього застосовують систему диференціальних рівнянь, що описує процеси теплопередачі та масообміну між агентом сушіння і гігроскопічним матеріалом. Основою для цього є закони теплопровідності, де враховується різниця температур між агентом сушіння і матеріалом, його теплоємність та густина [32]. Для масоперенесення також важливо враховувати вплив градієнтів температури та тиску насиченої пари на вологовміст агента сушіння:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial T_a}{\partial x_i} \Big|_{\text{границя}} &= \frac{\alpha_{m_i} (T_m - T_a \Big|_{\text{границя}})}{0.5 h_g \nu \rho_a c_a} \\ \frac{\partial \varphi_a}{\partial x_i} \Big|_{\text{границя}} &= \frac{a_{m_i} \rho_0 (U_m - U_p)}{0.5 h_g \nu \rho_s} - \frac{\varphi_a \Big|_{\text{границя}}}{R \rho_s T_a^2 \Big|_{\text{границя}}} \left(T_a \Big|_{\text{границя}} \left(\frac{\partial P_s}{\partial x_i} \right) - P_s \left(\frac{\partial T_a \Big|_{\text{границя}}}{\partial x_i} \right) \right) \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Таким чином, граничні умови можна записати у вигляді рівнянь для кожної зони контакту. Однак для спрощення математичної моделі використовуються числові значення, отримані від сенсорів. Їхні значення визначаються на основі даних, що можна отримати із використанням пакетів прикладних CFD програм, серед яких SolidWorks Flow Simulation. Загалом ці значення можна визначити наступним чином:

$$\begin{aligned} \text{Sensor}(T_w) &= (P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5) / 5 & \text{Sensor}(U_g) &= P_{14} \\ \text{Sensor}(T_v) &= (P_6 + P_7) / 2 & \text{Sensor}(U_n) &= (P_{12} + P_{13}) / 2 \\ \text{Sensor}(T_h) &= (P_8 + P_9) / 2 & \text{Sensor}(T_n) &= (P_{10} + P_{11}) / 2 \end{aligned} \quad (14)$$

Де: P₁-P₁₄ значення сенсорів (давачів), розташованих у заданих (точки 1-14) місцях 3D моделі сушильної камери, переріз якої наведено на рис. 1.

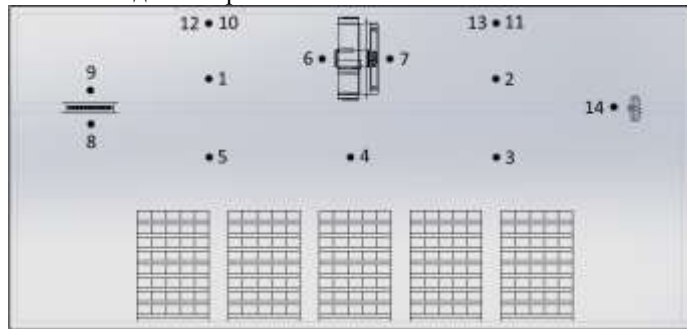


Рис. 1. Схема розташування сенсорів у перерізі 3D моделі сушильної камери

Початкові умови для математичної моделі зовнішнього тепломасоперенесення задаються користувачем. За замовчуванням можна прийняти наступні початкові умови:

$$\begin{aligned} T_m \Big|_{t=0} &= T_m^0; & T_a \Big|_{t=0} &= T_a^0; & T_w \Big|_{t=0} &= T_a^0; & T_h \Big|_{t=0} &= T_a^0; & U_m \Big|_{t=0} &= U_m^0; & \varphi_a \Big|_{t=0} &= \varphi_a^0; \\ P_s \Big|_{t=0} &= f(T_a^0); & \rho_s \Big|_{t=0} &= f(T_a^0, P_s \Big|_{t=0}); & \varphi_n \Big|_{t=0} &= \varphi_n = const; & T_n \Big|_{t=0} &= T_n = const; \end{aligned} \quad (15)$$

Математична модель внутрішнього тепломасоперенесення. Для зони внутрішнього тепломасоперенесення важливо врахувати зміну температури та вологовмісту гігроскопічного матеріалу в часі й просторі. Для цього використовується система диференціальних рівнянь у частинних похідних [33], яка заснована на законах теплопровідності (Фур'є), дифузії (Фіка) і збереження маси та енергії, які є основою для моделювання процесу сушіння. Така система рівнянь дає змогу врахувати теплообмін між матеріалом та агентом сушіння, а також внутрішні процеси масоперенесення:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 \lambda_{m_i} \frac{\partial^2 T_m}{\partial x_i^2} + \varepsilon \rho_0 r \frac{\partial U_m}{\partial t} &= c_m \rho_m \frac{\partial T_m}{\partial t} \\ \sum_{i=1}^3 a_{m_i} \frac{\partial^2 U_m}{\partial x_i^2} + \delta \sum_{i=1}^3 a_{m_i} \frac{\partial^2 T_m}{\partial x_i^2} &= \frac{\partial U_m}{\partial t} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Важливо також правильно визначити граничні умови для цієї моделі. У цьому випадку можна використати граничні умови третього роду [33], які дають можливість врахувати вплив агента сушіння на поверхневі шари гігроскопічного матеріалу, забезпечуючи реалістичну модель обміну теплом та вологою:

$$\begin{cases} \alpha_m \left(T_m \Big|_{\text{границя}} - T_a \right) = \lambda_{m_i} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x_i} \Big|_{\text{границя}} \right) + \rho_0 \beta_m (1 - \varepsilon) \left(U_m \Big|_{\text{границя}} - U_p \right) \\ \beta_m \left(U_p - U_m \Big|_{\text{границя}} \right) = a_{m_i} \delta \left(\frac{\partial T_m}{\partial x_i} \Big|_{\text{границя}} \right) + a_{m_i} \left(\frac{\partial U_m}{\partial x_i} \Big|_{\text{границя}} \right) \end{cases} \quad (17)$$

Де: l_i – довжина кожної грані гігроскопічного матеріалу, зокрема $i \in [1,3]$ та відповідає за координату напрямку анізотропії (x, y, z).

Початкові умови, своєю чергою, задають початкові значення температури та вологовмісту в гігроскопічному матеріалі, що є вихідними для подальшого моделювання:

$$T_m|_{t=0} = T_m^0; \quad T_a|_{t=0} = T_a^0; \quad U_m|_{t=0} = U_m^0; \quad U_p = f(T_a^0, \varphi_a^0) \quad (18)$$

Для спрощення моделювання можна розглянути ізотропний випадок, коли властивості матеріалу однакові в усіх його напрямках. Такий підхід спрощує модель і зменшує кількість необхідних параметрів, що полегшує обчислення. Зокрема така система рівнянь може бути записана у критеріальній формі [34], де застосовуються безрозмірні критерії подібності, такі як критерії Фур'є, Косовича, Поснова та Ликова. Це робить модель більш універсальною, що дає змогу застосовувати її для різних гігроскопічних матеріалів:

$$\begin{cases} \frac{\partial T_m(x, Fo)}{\partial Fo} = (1 + \varepsilon Ko Pn Lu) \frac{\partial^2 T_m(x, Fo)}{\partial x^2} - \varepsilon Ko Lu \frac{\partial^2 U_m(x, Fo)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial U_m(x, Fo)}{\partial Fo} = Lu \frac{\partial^2 U_m(x, Fo)}{\partial x^2} - Pn Lu \frac{\partial^2 T_m(x, Fo)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (19)$$

Використання безрозмірних критеріїв спрощує обчислення [34], зменшуючи потребу в чисельних рішеннях для кожного окремого випадку. Таким чином, критеріальна форма рівнянь для ізотропного випадку дає змогу звести складні процеси до загальних закономірностей, що спрощує їхнє застосування і аналіз у різних умовах. Водночас граничні умови у критеріальній формі можна записати таким чином:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial T_m(x, Fo)}{\partial x} \right|_{\text{границя}} = (1 - \varepsilon) Ko Lu Ki_m(Fo) - Ki_q(Fo) \\ \left. \frac{\partial U_m(x, Fo)}{\partial x} \right|_{\text{границя}} = Pn \left. \frac{\partial T_m(x, Fo)}{\partial x} \right|_{\text{границя}} + Ki_m(Fo) \end{cases} \quad (20)$$

Розроблення асинхронної моделі клітинного автомата

Для побудови асинхронної моделі клітинного автомата, першим кроком є визначення структури кожної клітини. Структура повинна враховувати геометричні параметри 3D моделі сушильної камери, а також ключові параметри агента сушіння та гігроскопічного матеріалу. Усі клітини повинні мати однакові геометричні розміри, що є одним із основних критеріїв для застосування клітинних автоматів. Окрім цього, структура клітин повинна бути придатною для реалізації взаємодії між сусідніми клітинами, що є необхідним для моделювання процесів тепломасоперенесення.

У зв'язку з цим, кожна клітина складається із набору мікрооб'єктів (див. рис. 2). Представлення структури клітини як сукупності мікрооб'єктів є сучасним підходом до моделювання складних процесів, зокрема тепломасоперенесення, оскільки він забезпечує масштабованість моделі. Це дає змогу додавати нові властивості клітин або змінювати вже існуючі без необхідності кардинальної модифікації моделі.

Кожна клітина містить дев'ять мікрооб'єктів: "X, Y, Z" – координати розташування клітини на клітинно-автоматному полі; "Type" – тип клітини; "Told, Uold" – поточні значення температури та вологовмісту; "Tnew, Unew" – нові значення температури та вологовмісту, які визначаються за допомогою правил переходу та станів сусідніх клітин; "Logic" – логічне значення, яке приймає значення "true" після застосування правил переходу.

Для врахування особливостей 3D моделі сушильної камери конвективного типу введено вісім значень мікрооб'єкта "Type", серед яких: "W" – клітини, які відповідають

стінам, стелі, дверям; "N" – для клітин в області розташування припливно-витяжних каналів; "V" – для клітин, що знаходяться у місцях розташування осьових вентиляторів; "H" – для клітин у зоні розташування водяних калориферів; "G" – для клітин в області розташування форсунок; "B" – клітини, що розташовані на границі гігроскопічних матеріалів; "M" – клітини, що розташовані всередині гігроскопічного матеріалу; а також "A" – клітини, що представляють агент сушіння.

Type	T _{old}	U _{old}
Logic	T _{new}	U _{new}
X	Y	Z

Рис. 2. Структура кожної клітини

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{a_m \Delta t}{h_j^2}; & C_2 &= \frac{\lambda_m \Delta t}{c_m \rho_m h_j^2}; & C_3 &= \frac{\varepsilon \rho_0 r}{c_m \rho_m}; & C_4 &= a_m \rho_0 (1 - \varepsilon) \beta_a; \\
C_5 &= \beta_a \lambda_m; & C_6 &= (a_m \lambda_m) / h_j; & C_7 &= \alpha_m a_m; & C_8 &= \alpha_m \beta_a h_j; \\
C_9 &= a_j \delta; & C_{10} &= \beta_a h_j; & C_{11} &= \alpha_m h_j; & C_{12} &= v c_c \rho_c h_s; \\
C_{13} &= a_m \rho_0 R h_j; & C_{14} &= v P_s S_c; & C_{15} &= a_m \rho_0 R h_j U_p; \\
C_{16} &= \alpha_h S_h \Delta t; & C_{17} &= V_a \rho_a C_a; & C_{18} &= L_{in} \Delta t; & C_{19} &= \Delta t / V_a \rho_a; \\
C_{20} &= \alpha_v S_v \Delta t; & C_{21} &= \alpha_w S_w \Delta t; & C_{22} &= G_p I_p \Delta t; & C_{23} &= (G_p \Delta t) / (V_a \rho_a)
\end{aligned}
\tag{21}$$

Де: $T_n, T_a, T_m, T_h, T_w, T_v$ – температура [°C]; δ – термоградієнтний коефіцієнт [1/K]; v – швидкість руху агента сушіння, [м/с]; β_m – коефіцієнт вологообміну, [м/с]; S_c – площа однієї клітини на клітинно-автоматному полі, [м²]; a_m – коефіцієнт вологопровідності гігроскопічного матеріалу, [м²/с]; β_a – коефіцієнт конвективного масообміну, [м²/с]; v – кінематична в'язкість агента сушіння (повітря), [м²/с]; V_a – об'єм агента сушіння, що знаходиться у камері, [м³]; G_0 – маса абсолютно сухого гігроскопічного матеріалу, [кг]; G_p – кількість водяної пари, яка надходить через форсунки, [кг/с]; L_{in} – кількість зовнішнього повітря, яке надходить / зволоженого повітря (агента сушіння), яке покидає сушильну камеру через припливно-витяжні канали, [кг/с]; ρ_0 – базисна густина гігроскопічного матеріалу [кг/м³]; $\rho_c, \rho_m, \rho_a, \rho_s$ – густина [кг/м³]; r – прихована теплота пароутворення, [Дж/кг]; I_p – ентальпія 1 кг водяної пари, [Дж/кг]; C_p – питома ізобарна теплоємність водяної пари, [Дж/(кг·K)]; C_a, C_m – питома ізобарна теплоємність, [Дж/(кг·K)]; R – універсальна газова стала ≈ 287 Дж/(кг·K); P_s – тиск насиченої водяної пари, [Па]; Δt – час однієї ітерації (крок по модельному часу), [с]; λ_m – коефіцієнт теплопровідності, [Вт/(м·K)]; $\alpha_m, \alpha_v, \alpha_w, \alpha_h$ – коефіцієнт тепловіддачі, [Вт/(м²·K)]; U_m – вологовміст; φ_a, φ_n – відносна вологість; U_p – рівноважна вологість (точка роси або точка насичення); ε – коефіцієнт фазового переходу; N_s – кількість штабелів у камері сушіння гігроскопічних матеріалів; N_h, N_g – кількість водяних калориферів та форсунок. *Індекси:* a – агент сушіння; w – стіни, перекриття; m – гігроскопічний матеріал (зсередини), h – водяний калорифер; n – зовнішнє (свіже) повітря; v – осьовий вентилятор; c – водяний конденсат; s – насичена пара.

Аналіз результатів моделювання процесу тепломасоперенесення у камері сушіння гігроскопічних матеріалів

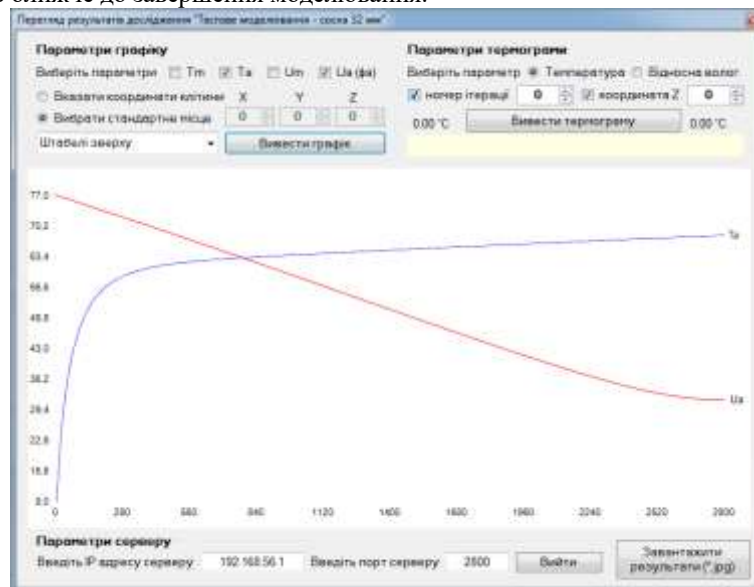
Для проведення дослідження із використанням моделі клітинних автоматів спочатку варто зазначити вхідні дані (див. табл. 1). Загалом, ці дані можна розділити на три основних частини, а саме: фізичні властивості матеріалів, умови сушіння та геометричні параметри. Вибір вхідних даних повинен бути обґрунтованим з урахуванням можливості подальшого порівняння та оцінки точності отриманих результатів з експериментальними даними реальних сушильних камер.

Таблиця 1

Вхідні дані для моделювання процесів сушіння гігроскопічних матеріалів

Порода	H, м	W, м	L, м	d, м	φ_a^0	U_m^0	$T_h, ^\circ\text{C}$	$T_a^0, ^\circ\text{C}$	$T_m^0, ^\circ\text{C}$	τ , год.	Δt , с.
Сосна	0.032	0.075	2.5	0.004	77	0.55	70	11	9	236	300

Таким чином спочатку необхідно проаналізувати основні параметри агента сушіння, зокрема його відносну вологість та температуру (див. рис. 4). Згідно результатів, спостерігається різке зростання температури на початку моделювання майже на 50 °C. Після цього, швидкість підвищення температури уповільнюється і в кінці моделювання вона досягає 63.9 °C. Водночас, відносна вологість агента сушіння поступово знижується з 77% до 31.2%, стабілізуючись ближче до завершення моделювання.

Рис. 4. Графіки зміни основних параметрів (T_a, φ_a) агента сушіння

Далі слід розглянути зміну температури та вологовмісту на поверхні гігроскопічного матеріалу (див. рис. 5). Згідно результатів, температура на поверхні поступово підвищується до 62.1 °С, тоді як вологовміст знижується у міру зростання температури. На момент завершення моделювання значення вологовмісту становить 8.56 %.

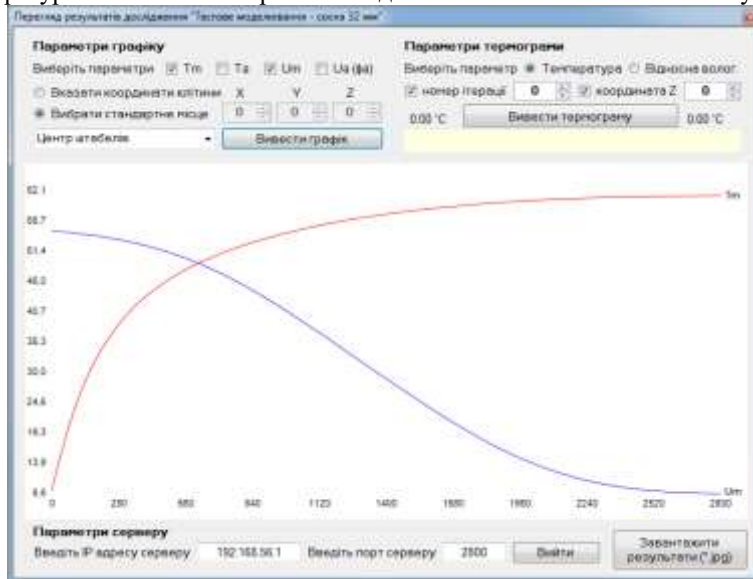


Рис. 5. Графіки зміни основних параметрів (T_m , U_m) гігроскопічного матеріалу

Після аналізу отриманих результатів необхідно порівняти їх із реальними експериментальними даними, що отримані із сушильної камери "LK-ZDR-100" на ТОВ "Родорс". Експериментальні дані включають точні виміри ключових параметрів, що впливають на процес сушіння, зокрема температуру поверхні матеріалу, температуру та відносну вологість агента сушіння, а також вологовміст на поверхні гігроскопічного матеріалу, який піддається сушінню. Вимірювання здійснювалися за допомогою спеціалізованого обладнання, що гарантує високу точність зняття показників.

Порівняння проведено з експериментальними даними для сосни товщиною 30 мм, де початкові параметри були наступні: $\varphi_a^0 = 77\%$, $U_m^0 = 0.55$, $T_i = 70$ °С, $T_a^0 = 15$ °С, $T_m^0 = 13$ °С, $\tau = 234$ год, $\Delta t = 300$ с. Ці параметри дуже близькі до вхідних даних нашого дослідження. Після отримання експериментальних даних проведено їх попередню обробку, яка включала виключення можливих аномалій і похибок вимірювань, а також приведення їх до формату, придатного для порівняння з результатами моделювання. У результаті сформовано чотири масиви даних, які використовуються для подальшого порівняння.

На основі розрахованих і експериментальних даних побудовано перший графік (див. рис. 6), на якому відображено динаміку зміни температури агента сушіння та поверхні гігроскопічного матеріалу для обох наборів даних. Значення, отримані в результаті моделювання методом клітинних автоматів, позначені індексом «**», а експериментальні дані індексом «*».

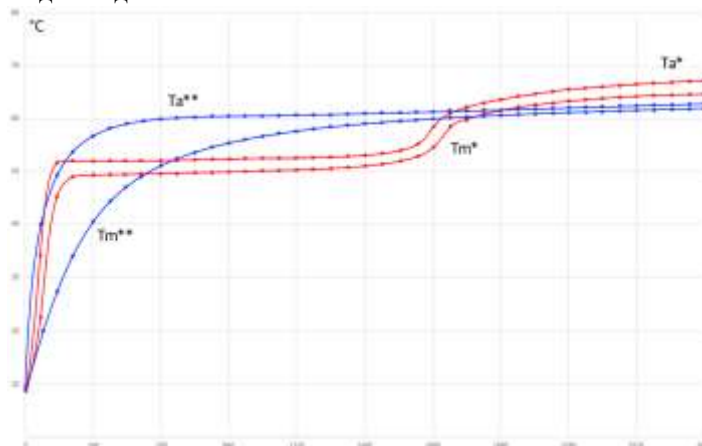


Рис. 6. Графіки зміни температури агента сушіння та поверхні гігроскопічного матеріалу для обох наборів даних

Аналогічним чином побудовано графіки зміни відносної вологості агента сушіння та вологовмісту на поверхні матеріалу для обох наборів даних (див. рис. 7).

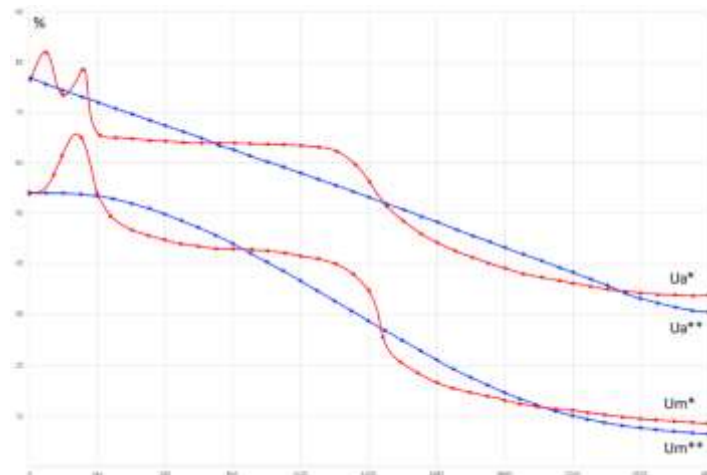


Рис. 7. Графіки зміни відносної вологості агента сушіння та вологовмісту на поверхні гігроскопічного матеріалу для обох наборів даних

Візуальна оцінка результатів, безумовно, є важливим етапом аналізу, проте вона не дозволяє оцінити точність моделювання. Існує багато методів визначення точності [35], кожен з яких застосовується залежно від специфіки порівнювальних даних та контексту дослідження. У нашому випадку для оцінки точності обрано два найпоширеніших методи: середня абсолютна похибка (MAE) та середня абсолютна відносна похибка (MAPE). В результаті проведених обчислень, визначено значення цих похибок для основних параметрів агента сушіння та гігроскопічного матеріалу для обох наборів даних (див. табл. 2).

Таблиця 2

Значення похибок MAE та MAPE для обох наборів даних

	T_a	T_m	φ_a	U_m
MAE	4.189 °C	4.014 °C	3.02 %	2.3257 %
MAPE	7.69 %	7.98 %	5.11 %	6.52 %

Також побудовано графіки зміни значень MAPE по контрольним точкам (див. рис. 8), дані з яких зчитуються кожні 50 ітерацій.

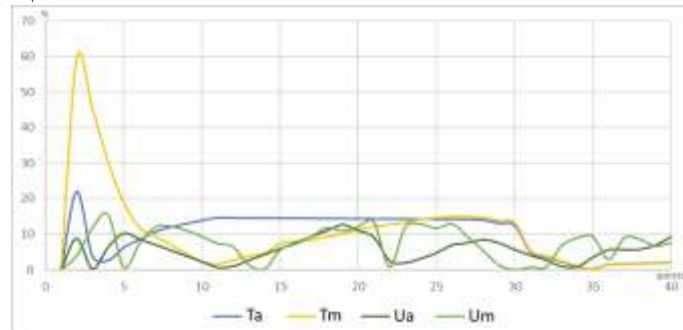


Рис. 8. Графіки зміни значень MAPE по контрольним точкам

Отримані результати показують, що середні значення MAPE для всіх перевірених параметрів не перевищує 8%, що свідчить про відносну адекватність моделі. Однак для параметра T_a у деяких точках похибка коливається в межах 10-15%, що можна пояснити змінами параметрів у реальних сушильних камерах, які не враховуються в моделюванні. Подібні тенденції спостерігаються й для параметра T_m . Водночас похибка для параметрів φ_a та U_m є нижчою, що свідчить про їх меншу чутливість до згаданих змін.

Висновки

У роботі розроблено, наведено та проаналізовано математичну модель процесу тепломасоперенесення у камерах сушіння гігроскопічних матеріалів, яка враховує складні процеси, що виникають всередині гігроскопічного матеріалу, його границі та сушильній камері загалом. Розроблено асинхронну модель, яка складається із клітино-автоматного поля, елементи якого складаються із сукупності мікрооб'єктів, які враховують як геометричні параметри сушильної камери так і фізичні параметри агента сушіння та висушуваного гігроскопічного матеріалу. Для зміни значень цих мікрооб'єктів, сформовано правила переходів між сусідніми клітинами для моделі клітинних автоматів, що дало змогу визначити зміну основних параметрів, зокрема температури та вологовмісту як самого гігроскопічного матеріалу, так і агента його сушіння.

Проведено тестове моделювання процесу тепломасоперенесення під час сушіння деревини (сосни) та порівняння отриманих результатів з експериментальними даними із сушильної камери "LK-ZDR-100" на ТОВ "Родорс". Отримані результати демонструють прийнятну точність розробленої моделі, що підтверджується низькими значеннями середньої абсолютної відносної похибки, яка не перевищує 8% для більшості параметрів. Попри це, виявлені певні розбіжності між експериментальними та змодельованими даними,

зокрема для температури агента сушіння та поверхні матеріалу, що може бути зумовлено певними особливостями роботи реальних сушильних камер, серед яких реверсна робота вентиляторів або тимчасові зміни режимів обігріву. Такий результат вказує на необхідність удосконалення правил переходу для моделі клітинних автоматів, які б враховували додаткові фактори, що виникають у реальних сушильних камерах.

Підсумовуючи можна зазначити, що розроблена модель клітинних автоматів дає можливість використовувати її для моделювання процесу тепломасоперенесення у камері сушіння гігроскопічних матеріалів, демонструючи прийнятну точність результатів. Її застосування дає змогу прогнозувати зміни температури й вологовмісту гігроскопічного матеріалу а також агента сушіння. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на інтеграцію додаткових параметрів у модель та адаптацію правил переходу для врахування динамічних режимів роботи сушильних камер, що дасть змогу підвищити точність моделювання та розширити сферу застосування розробленої моделі.

Література

1. Kadem S. 3D-Transient modeling of heat and mass transfer during heat treatment of wood / S. Kadem, A. Lachemet, R. Younsi, D. Kocaefe // *International Communications in Heat and Mass Transfer*. – 2011. – Volume 38(6). – P. 717-722.
2. Zhu Z. Numerical simulation of coupled heat and mass transfer in wood dried at high temperature / Z. Zhu, M. Kaliske // *Heat and Mass Transfer*. – 2011. – Volume 47. – P. 351-358.
3. Younsi R. Computational modelling of heat and mass transfer during the high-temperature heat treatment of wood / R. Younsi, D. Kocaefe, S. Poncsak, Y. Kocaefe // *Applied Thermal Engineering*. – 2007. – Volume 27(8-9). – P. 1424-1431.
4. Kahveci K. Modeling and numerical simulation of simultaneous heat and mass transfer during convective drying of porous materials / K. Kahveci // *Textile Research Journal*. – 2017. – Volume 87(5). – P. 617-630. – DOI: <https://doi.org/10.1177/0040517516635998>.
5. Sungsoontorn S. One-dimensional model of heat and mass transports and pressure built up in unsaturated porous materials subjected to microwave energy / S. Sungsoontorn, P. Rattanadecho, W. Pakdee // *Drying Technology*. – 2011. – Volume 29(2). – P. 189-204.
6. Коляно Я. Ю. Моделювання процесу тепломасоперенесення в композитних поліграфічних структурах / Я. Ю. Коляно, Є. Г. Іваник, О. В. Сікора, М. В. Дорошенко // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Технічні науки*. – 2018. – Випуск 17. – С. 92-100.
7. Gatica Y. A. Modeling conventional one-dimensional drying of radiata pine based on the effective diffusion coefficient / Y. A. Gatica, C. H. Salinas, R. A. Ananias // *Latin American Applied Research*. – 2011. – Volume 41(2). – P. 183-189.
8. Соколовський Я. І. Двовимірна математична модель вологоперенесення у капілярно-пористих матеріалах із фрактальною структурою / Я. І. Соколовський, В. М. Шиманський // *Науковий вісник НЛТУ України*. – 2011. – Випуск 21(2). – С. 341-347.
9. Соколовський Я. Математичне моделювання просторового тепломасоперенесення в анізотропних капілярно-пористих матеріалах / Я. Соколовський, О. Герасимчук // *Вісник НУЛП. Комп'ютерні науки та інформаційні технології*. – 2016. – Випуск 843. – С. 316-324.
10. Прусак Ю. В. Визначення двовимірного в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння з урахуванням циліндричної анізотропії // *Науковий вісник НЛТУ України*. – 2015. – Випуск 25(6). – С. 317-322.
11. Кришталович В. І. Дослідження тепломасоперенесення у процесі сушіння деревини як багатофазної структури / В. І. Кришталович, О. В. Мокрицька // *Науковий вісник НЛТУ України*. – 2015. – Випуск 25(9). – С. 211-220.
12. Aboltins A. On mathematical modelling of heat and moisture distribution in the drying process for porous two layered gypsum board products / A. Aboltins, H. Kalis, I. Kangro // *Proceedings of the 16th International Scientific Conference on Engineering for Rural Development*. – 2017. – P. 134-141.
13. Sander A. Heat and mass transfer models in convection drying of clay slabs / A. Sander, D. Skansi, N. Bolf // *Ceramics International*. – 2003. – Volume 29(6). – P. 641-653.
14. Muszyński L. Empirical data for modeling: Methodological aspects in experimentation involving hygromechanical characteristics of wood // *Drying Technology*. – 2006. – Volume 24(9). – P. 1115-1120. – DOI: <https://doi.org/10.1080/07373930600778254>.
15. Elustondo D. Evaluation of Three Semi-empirical Models for Superheated Steam Vacuum Drying of Timbers / D. Elustondo, L. Oliveira, S. Avramidis // *Drying Technology*. – 2003. – Volume 21(5). – P. 875-893. – DOI: <https://doi.org/10.1081/DRT-120021690>.
16. Ghazanfari A. Thin-Layer Drying of Flax Fiber: II. Modeling Drying Process Using Semi-Theoretical and Empirical Models / A. Ghazanfari, S. Emami, L. G. Tabil, S. Panigrahi // *Drying Technology*. – 2006. – Volume 24(12). – P. 1637-1642. – DOI: <https://doi.org/10.1080/07373930601031463>.
17. Zhao J. A comprehensive mathematical model of heat and moisture transfer for wood convective drying / J. Zhao, Y. Cai // *Holzforchung*. – 2017. – Volume 71(5). – P. 425-435.
18. Wang L. Heat conduction: mathematical models and analytical solutions / L. Wang, X. Zhou, X. Wei // *Springer Science & Business Media*. – 2007.
19. Бакалець А. В. Програмна реалізація методу скінченних елементів для моделювання неізотермічного вологоперенесення і в'язкопружного стану у деревині в процесі сушіння // *Науковий вісник НЛТУ України*. – 2009. – Випуск 19(10). – С. 270-275.
20. Соколовський Я. Математичне моделювання просторового тепломасоперенесення в анізотропних

- капілярно-пористих матеріалах / Я. Соколовський, О. Герасимчук // Вісник НУЛП. Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – 2016. – Випуск 843. – С. 316-324.
21. Turkan B. Numerical investigation of wood drying / B. Turkan, A. B. Etemoglu // Wood Research. – 2019. – Volume 64(1). – P. 127-136.
22. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations // John Wiley & Sons. – 2016.
23. Соколовський Я. І. Моделювання реологічної поведінки капілярно-пористих матеріалів з фрактальною структурою у процесі сушіння / Я. І. Соколовський, В. М. Шиманський, І. Б. Борецька, В. Я. Семенюк // У матеріалах міжнародної конференції «Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту». – 2014. – С. 177-178.
24. Xu P. Fractal theory on drying: a review / P. Xu, A. S. Mujumdar, B. Yu // Drying Technology. – 2008. – Volume 26(6). – P. 640-650.
25. Овсяк О. В. Mathematical modeling of moisture transfer in wood drying for the two-dimensional case / О. В. Овсяк, М. В. Дендюк // Науковий вісник НЛТУ України. – 2023. – Volume 33(4). – С. 59-64. – DOI: <https://doi.org/10.36930/40330408>.
26. Farhaninejad Z. Modelling Mass Transfer during Hot Air Drying of Banana Using Cellular Automaton / Z. Farhaninejad, M. Fathi, M. Shahedi // Journal of Agricultural Science and Technology. – 2019. – Volume 21(1). – P. 89-100.
27. Shao J. Study on Sublimation Drying of Carrot and Simulation by Using Cellular Automata / J. Shao, F. Jiao, L. Nie, Y. Wang, Y. Du, Z. Liu // Processes. – 2023. – Volume 11(8), 2507.
28. Білецький, В. С. Мала гірнича енциклопедія Том 2 // Донбас. – 2007.
29. Яворський, Б. М., Детлаф, А. А., Лебедев, А. К. Довідник з фізики: для інженерів та студентів ВНЗ // Навчальна книга-Богдан. – 2005.
30. Maxwell, J. C. Theory of heat // Courier Corporation. – 2012.
31. Van Praagh, G. Physical Chemistry Experimental and Theoretical // CUP Archive. – 1950.
32. Vaz Jr, M. Conjugated heat and mass transfer in convective drying in compact wood kilns: A system approach / Jr, M. Vaz, P. S. B. Zdanski, R. F. Cerqueira, D. G. Possamai // Advances in Mechanical Engineering, – 2013. – Volume 5. – DOI: <https://doi.org/10.1155/2013/538931>.
33. Соколовський Я. І. Двовимірна математична модель вологоперенесення у капілярно-пористих матеріалах із фрактальною структурою / Я. І. Соколовський, В. М. Шиманський // Науковий вісник НЛТУ України. – 2011. – Випуск 21(2). – С. 341-347.
34. Соколовський Я. І. Математичне моделювання впливу зовнішнього середовища на напружено-деформівний стан деревини у процесі сушіння / Я. І. Соколовський, І. М. Крошній // Вісник НУЛП - Теорія інформатики. – 2011. – Випуск 711. – С. 72-82.
35. Tian Y. Performance metrics, error modeling, and uncertainty quantification / Y. Tian, G. S. Nearing, C. D. Peters-Lidars, K. W. Harrison, L. Tang // Monthly Weather Review. – 2016. – Volume 144(2). – P. 607-613. – DOI: <https://doi.org/10.1175/MWR-D-15-0087.1>.

References

1. Kadem S. 3D-Transient modeling of heat and mass transfer during heat treatment of wood / S. Kadem, A. Lachemet, R. Younsi, D. Kocaefe // International Communications in Heat and Mass Transfer. – 2011. – Volume 38(6). – P. 717-722.
2. Zhu Z. Numerical simulation of coupled heat and mass transfer in wood dried at high temperature / Z. Zhu, M. Kaliske // Heat and Mass Transfer. – 2011. – Volume 47. – P. 351-358.
3. Younsi R. Computational modelling of heat and mass transfer during the high-temperature heat treatment of wood / R. Younsi, D. Kocaefe, S. Poncsak, Y. Kocaefe // Applied Thermal Engineering. – 2007. – Volume 27(8-9). – P. 1424-1431.
4. Kahveci K. Modeling and numerical simulation of simultaneous heat and mass transfer during convective drying of porous materials / K. Kahveci // Textile Research Journal. – 2017. – Volume 87(5). – P. 617-630. – DOI: <https://doi.org/10.1177/0040517516635998>.
5. Sungsoontorn S. One-dimensional model of heat and mass transports and pressure built up in unsaturated porous materials subjected to microwave energy / S. Sungsoontorn, P. Rattanadecho, W. Pakdee // Drying Technology. – 2011. – Volume 29(2). – P. 189-204.
6. Koljano Ya. Yu. Modeljvannja protsesu teplomasoperenesenja v kompozytnykh poligraphichnykh strukturakh / Ya. Yu. Koljano, Ye. H. Ivanyk, O. V. Sikora, M. V. Doroshenko // Matematychna ta komp'juterna modeljvannja. Tekhnichni nauky. – 2018. – Vypusk 17. – S. 92-100.
7. Gatica Y. A. Modeling conventional one-dimensional drying of radiata pine based on the effective diffusion coefficient / Y. A. Gatica, C. H. Salinas, R. A. Ananias // Latin American Applied Research. – 2011. – Volume 41(2). – P. 183-189.
8. Sokolovs'kyj Ya. I. Dvovymirna matematychna model' volohoperenesenja u kapiljarno-porystykh materialakh iz fraktal'noju strukturoju / Ya. I. Sokolovs'kyj, V. M. Shymans'kyj // Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy. – 2011. – Vypusk 21(2). – S. 341-347.
9. Sokolovs'kyj Ya. Matematychna modeljvannja prostorovogo teplomasoperenesenja v anizotropnykh kapiljarno-porystykh materialakh / Ya. Sokolovs'kyj, O. Herasymchuk // Visnyk NULP. Komp'juterni nauky ta informatsijni tehnologiji. – 2016. – Vypusk 843. – S. 316-324.
10. Prusak Ju. V. Vyznachennja dvovymirnogo v'jazkopruznoho stanu derevyny u protsesi sushinnja z urakhuvannjam tsylindrychnoji anizotropiji // Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy. – 2015. – Vypusk 25(6). – S. 317-322.
11. Kryshchapovych V. I. Doslidzhennja teplomasoperenesenja u protsesi sushinnja derevyny jak bahatofaznoji struktury / V. I. Kryshchapovych, O. V. Mokryts'ka // Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy. – 2015. – Vypusk 25(9). – S. 211-220.
12. Aboltins A. On mathematical modelling of heat and moisture distribution in the drying process for porous two layered gypsum board products / A. Aboltins, H. Kalis, I. Kangro // Proceedings of the 16th International Scientific Conference on Engineering for Rural Development. – 2017. – P. 134-141.
13. Sander A. Heat and mass transfer models in convection drying of clay slabs / A. Sander, D. Skansi, N. Bolf // Ceramics International. – 2003. – Volume 29(6). – P. 641-653.
14. Muszyński L. Empirical data for modeling: Methodological aspects in experimentation involving hygromechanical characteristics of wood // Drying Technology. – 2006. – Volume 24(9). – P. 1115-1120. – DOI: <https://doi.org/10.1080/07373930600778254>.
15. Elustondo D. Evaluation of Three Semi-empirical Models for Superheated Steam Vacuum Drying of Timbers / D. Elustondo, L. Oliveira, S. Avramidis // Drying Technology. – 2003. – Volume 21(5). – P. 875-893. – DOI: <https://doi.org/10.1081/DRT-120021690>.

16. Ghazanfari A. Thin-Layer Drying of Flax Fiber: II. Modeling Drying Process Using Semi-Theoretical and Empirical Models / A. Ghazanfari, S. Emami, L. G. Tabil, S. Panigrahi // *Drying Technology*. – 2006. – Volume 24(12). – P. 1637-1642. – DOI: <https://doi.org/10.1080/07373930601031463>.
17. Zhao J. A comprehensive mathematical model of heat and moisture transfer for wood convective drying / J. Zhao, Y. Cai // *Holzforschung*. – 2017. – Volume 71(5). – P. 425-435.
18. Wang L. Heat conduction: mathematical models and analytical solutions / L. Wang, X. Zhou, X. Wei // *Springer Science & Business Media*. – 2007.
19. Bakalets' A. V. P rogramna realizatsija metodu skinchenykh elementiv dlja modeljuvannja neizotermichnoho volohoperenesennja i v'jazkopruzhnoho stanu u derevyni v protsesi sushinnja // *Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy*. – 2009. – Vypusk 19(10). – S. 270-275.
20. Sokolovs'kyj Ya. Matematychni modeljuvannja prostorovogo teplomasoperenesennja v anizotropnykh kapiljarno-porystykh materialakh / Ya. Sokolovs'kyj, O. Herasymchuk // *Visnyk NULP. Komp'juterni nauky ta informatsijni tekhnologhiji*. – 2016. – Vypusk 843. – S. 316-324.
21. Turkan B. Numerical investigation of wood drying / B. Turkan, A. B. Etemoglu // *Wood Research*. – 2019. – Volume 64(1). – P. 127-136.
22. Butcher J. C. Numerical methods for ordinary differential equations // *John Wiley & Sons*. – 2016.
23. Sokolovs'kyj Ya. I. Modeljuvannja reologichnoji povedinky kapiljarno-porystykh materialiv z fraktal'noju strukturoju u protsesi sushinnja / Ya. I. Sokolovs'kyj, V. M. Shymans'kyj, I. B. Borets'ka, V. Ja. Semenjuko // *U materialakh mizhnarodnoji konferenciji «Intelektualni systemy prijnjattja rishen' i problemy obchysljuval'noho intelektu»*. – 2014. – S. 177-178.
24. Xu P. Fractal theory on drying: a review / P. Xu, A. S. Mujumdar, B. Yu // *Drying Technology*. – 2008. – Volume 26(6). – P. 640-650.
25. Ovsyak O. V. Mathematical modeling of moisture transfer in wood drying for the two-dimensional case / O. V. Ovsyak, M. V. Dendjuk // *Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy*. – 2023. – Volume 33(4). – S. 59-64. – DOI: <https://doi.org/10.36930/40330408>.
26. Farhaninejad Z. Modelling Mass Transfer during Hot Air Drying of Banana Using Cellular Automaton / Z. Farhaninejad, M. Fathi, M. Shahedi // *Journal of Agricultural Science and Technology*. – 2019. – Volume 21(1). – P. 89-100.
27. Shao J. Study on Sublimation Drying of Carrot and Simulation by Using Cellular Automata / J. Shao, F. Jiao, L. Nie, Y. Wang, Y. Du, Z. Liu // *Processes*. – 2023. – Volume 11(8), 2507.
28. Bilec'kyj, V. S. Mala hirnycha encyklopedija Tom 2 // *Donbas*. – 2007.
29. Javors'kyj, B. M., Detlaf, A. A., Lebedjev, A. K. Dovidnyk z fizyky: dlja inzheneriv ta studentiv VNZ // *Navchal'na knygha-Boghdan*. – 2005.
30. Maxwell, J. C. Theory of heat // *Courier Corporation*. – 2012.
31. Van Praagh, G. Physical Chemistry Experimental and Theoretical // *CUP Archive*. – 1950.
32. Vaz Jr, M. Conjugated heat and mass transfer in convective drying in compact wood kilns: A system approach / Jr, M. Vaz, P. S. B. Zdanski, R. F. Cerqueira, D. G. Possamai // *Advances in Mechanical Engineering*, – 2013. – Volume 5. – DOI: <https://doi.org/10.1155/2013/538931>.
33. Sokolovs'kyj Ya. I. Dvovymirna matematychna model' volohoperenesennja u kapiljarno-porystykh materialakh iz fraktal'noju strukturoju / Ya. I. Sokolovs'kyj, V. M. Shymans'kyj // *Naukovyj visnyk NLTU Ukrainy*. – 2011. – Vypusk 21(2). – S. 341-347.
34. Sokolovs'kyj Ya. I. Matematychni modeljuvannja vplyvu zovnishn'ogho seredovyschcha na napruzheno-deformivnyj stan derevyny u protsesi sushinnja / Ya. I. Sokolovs'kyj, I. M. Kroshnyj // *Visnyk NULP - Teorija informatyky*. – 2011. – Vypusk 711. – S. 72-82.
35. Tian Y. Performance metrics, error modeling, and uncertainty quantification / Y. Tian, G. S. Nearing, C. D. Peters-Lidars, K. W. Harrison, L. Tang // *Monthly Weather Review*. – 2016. – Volume 144(2). – P. 607-613. – DOI: <https://doi.org/10.1175/MWR-D-15-0087.1>.