

КАМІНСЬКИЙ РОМАН

Національний університет «Львівська політехніка»

<https://orcid.org/0000-0002-3812-2009>e-mail: kaminsky.roman@gmail.com

ПШЕНИЧНИЙ ОЛЕКСАНДР

Національний університет «Львівська політехніка»

<https://orcid.org/0000-0001-8823-7472>e-mail: sasha.pshenychniy@gmail.com

ХУДИЙ АНДРІЙ

Національний університет «Львівська політехніка»

<https://orcid.org/0000-0003-2029-7270>e-mail: khudyy@ukr.net

РОЛЬ ТА ВИЗНАЧЕННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ КОНСТАНТИ ЦИКЛІЧНОГО ЧАСОВОГО РЯДУ

В даній роботі наведена процедура визначення фрактальної константи послідовності елементів методом RS-аналізу та наведені результати застосування цієї процедури для двох одновимірних часових рядів: витрат електроенергії та роботи тренінгової системи в процесі атестації учасників. В обох випадках дані розглядаються як циклічні послідовності: в першому циклі мають тривалість місяця, а в другому – тривалість атестації одного учасника. Показано, що значення фрактальних констант є різними для різних циклів, а головне те, що вони характеризують природу джерела даних: джерела споживання електроенергії та індивідуальні особливості учасників при наданні кожному з них одного і того ж завдання.

Ключові слова: фрактальний аналіз, RS-аналіз, часовий ряд, послідовність даних, циклічність даних.

KAMINSKYI ROMAN, PSHENYCHNYY OLEKSANDR, KHUDYY ANDRIY

Lviv Polytechnic National University

THE ROLE AND DEFINITION OF THE FRACTAL CONSTANT OF CYCLIC TIME SERIES

Many natural and anthropogenic processes around us are cyclic in nature. The sequence of such cycles mainly occurs in time. During their existence, the sources that generate them are influenced in different ways by existing factors. The action of these factors leads to differences in characteristics between cycles. Many data within a cycle are chaotic in nature. In such cases, the following fractal indicators are used to describe the data: fractal dimension, Hirst index, fractal constant. These indicators are directly related to the statistics of the cycle data. This relationship is at the heart of the RS analysis method, namely the cumulative swing and standard deviation of cycle data. If the first two indicators are used quite often, then the fractal constant is mostly ignored or its presence is only noted. From the point of view of the mathematical description of the laws of nature, for example in physics, biology, ecology, the constant always characterizes the nature, features, structure, and material of the source within the framework of these laws. From the point of view of the system approach, the stay of the system in one or another cycle may correspond to the states of the system. In such cases, the fractal constant characterizes these states. The purpose of this study is to determine the role of the fractal constant as an indicator of the state of the source in these cycles. For this, two sequences of data were used. The first of them is the monthly consumption of electricity at an industrial facility, and the second is the certification of a group of professional training participants, when each of them is presented with the same task. The results of the study are presented in tables and presented in diagrams. The tables show indicators by cycles: data volume, arithmetic mean (used in calculating the cumulative range), standard deviation, cumulative range, fractal dimension, Gerst exponent (exponential) and fractal constant. Differences in fractal constants are shown in the corresponding diagrams. These two examples already show the value of the fractal constant as a characteristic of the nature of the source. When using the RS-analysis method to determine the fractal indicators of the data sequence, it is worth paying attention to the fact that the ratio of the cumulative range to the standard deviation is an exponential function, for which the fractal constant is no less important than the Hurst exponent or the volume of data.

Keywords: fractal analysis, RS-analysis, time series, data sequence, data cyclicity.

Постановка проблеми

Фрактальні властивості в часових рядах людської поведінки та фізіології є повсюдними, і в останні десятиліття було запропоновано кілька методів фіксації таких властивостей. На сьогоднішній день фрактальний аналіз часових рядів є досить поширеною методологією вивчення їхніх властивостей в різних галузях людської діяльності. Фрактальний аналіз широко використовується для дослідження економічних, соціальних, біологічних, та інших циклічних процесів.

Одним із його методів є R/S-метод, який широко використовують для вивчення та дослідження часових рядів. Цей метод дозволяє встановити характер часового ряду: чи є це стаціонарний коливальний процес, або ж випадкова величина.

Застосування фрактального аналізу полягає у визначенні величини фрактальної розмірності та показника Герста, проте роль фрактальної константи часто ігнорується. В той же час, для циклічного часового ряду фрактальна константа має таке ж саме значення що і інші показники, оскільки як показник пропорційності у фізичних законах, вона відповідає за природу джерела цього часового ряду.

Метою статті є показати роль та значення фрактальної константи для циклічних часових рядів на прикладі даних витрат енергоресурсу на підприємстві та атестації операторського персоналу на динамічному тренажері.

Аналіз останніх досліджень

Методам R/S аналізу, обчисленню фрактальної розмірності та показника Герста присвячено чимало досліджень у вітчизняній та зарубіжній літературі.

В статті [1] обґрунтовано математичну модель економічних циклічних явищ у вигляді циклічного випадкового процесу, що дало змогу врахувати циклічний, стохастичний характер економічних явищ та мінливість їх ритму та запропоновано на базі цієї моделі методи статистичного оцінювання ймовірнісних характеристик економічних циклічних явищ. У статті [2] наведено результати розв'язку низки задач математичного моделювання та статистичної обробки циклічних процесів електроспоживання організацій, як об'єкту наукових досліджень. На відміну методу Ходріка-Прескотта, у статті [3] представлено альтернативний метод циклічної декомпозиції, який використовує моделі структурних часових рядів і який у багатьох випадках дає більш точні оцінки та меншу кількість переглядів фази циклу. Роль моделі циклічності часових рядів, як показано в [4], має першочергове значення при такій організації дослідження, яка здійснюється за схемою «модель-алгоритм-програма». Тобто, обґрунтовується модель, відбираються аналітичні методи та створюється відповідне програмне забезпечення. В роботі [5] показано, що часовий споживання електроенергії ряд характеризується показником шорсткості H , який є мірою збереження коливань.

Стаття [6] представляє результати розробки методу фрактального аналізу для попереднього прогнозування часових рядів в мобільній торгівлі іноземною валютою та в навчанні трейдерів. У роботі [7] представлений зрозумілий і простий виклад математичних властивостей фракталів та описане застосування фракталів у різних галузях людської діяльності.

Виклад основного матеріалу: фрактальна константа в R/S методі фрактального аналізу

Методами фрактального аналізу передбачають визначення фрактальної розмірності, показника Герста та фрактальної константи. Співвідношення, що описує суть R/S-методу:

$$\frac{R}{S} = C \cdot n^H \quad (1)$$

де R – розмах кумулятивної суми відхилень, S – дисперсія величини часового ряду, n – кількість рівнів часового ряду $Y(t, n)$, H – показник Герста. Важливим моментом є те, що у співвідношенні (1) є присутня константа C , на яку не звертають увагу, в той час, як в загальному, сутність такої константи у її фізичній інтерпретації характеризує природу досліджуваного даного об'єкта, тобто його фізичний зміст.

З іншої сторони, можна представити вираз (1) як пропорцію:

$$\frac{R}{S} \propto C \cdot n^D, \quad (2)$$

з коефіцієнтом пропорційності C . В цьому сенсі про пропорційність « \propto » можна сказати, що між лівою і правою частинами співвідношення (1) існує деяке число C , для якого між лівою і правою частинами можна поставити знак « $=$ ». Це число для даного виразу (2) є єдиним і характеризує природу джерела тих даних, яким відповідають параметри: R, S, n, H . Значення константи C може бути легко визначеним в такий спосіб:

$$C = \frac{R}{S \cdot n^H} \quad (3)$$

Цей параметр може бути успішно використаний при порівнюванні часових рядів з різних джерел. В сучасних літературних публікаціях цьому параметру фактично не приділено жодної уваги, хіба що фіксується факт присутності константи або про неї і не згадують. Це можна пояснити тим, що у фрактальному аналізі конкретний часовий ряд розглядають лише в цілому, з метою визначення показника Герста, для встановлення класу часового ряду. Виділення циклів та інших компонент часового ряду здійснюють звичайними статистичними методами.

При початковому виділенні циклів з наступним фрактальним аналізом кожного з них усі три фрактальних параметри відіграють свою роль. Використання системного підходу, за якого джерело даних розглядається як система ця фрактальна константа визначена для кожного циклу фактично характеризує функціональний стан досліджуваної системи. Іншими словами, послідовність циклів часового ряду характеризують динаміку функціонального стану системи.

Таким чином, обчислити фрактальну константу можна за формулою (3) з використанням:

$$R = \max(z_1, \dots, z_n) - \min(z_1, \dots, z_n) \quad (4)$$

$$z_i = y_i - y, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$Z = \sum_{i=2}^{i=n} z_i = \sum_{i=2}^{i=n} (y_i - y) \quad (6)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} (y_i - y)^2}{N}} \quad (7)$$

$$H = 2 - D \quad (8)$$

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left[\frac{\ln N(\delta)}{\ln \left(\frac{1}{\delta} \right)} \right] \quad (9)$$

де Z – кумулятивний часовий ряд, D – розмірність Гаусдорфа.

Оскільки R/S -метод є широко вживаним для аналізу часових рядів і добре описаним в літературі (для прикладу – [8]), – не будемо вдаватися в подальші подробиці обчислень.

Приклади фрактальні характеристики циклічних часових рядів

Для демонстрації застосування даного підходу використано два циклічних часових ряди. Такі ряди час від часу розглядаються в різних літературних джерелах. Таким чином, для експериментального дослідження приведеної методики визначення фрактальних характеристик, використано такі циклічні часові ряди:

Помісячне енергоспоживання на протязі року

Дані взято з додатку [9] як звичайний реальний числовий масив з відповідним змістом. Результати фрактального аналізу за 12 місяців приведені в табл. 2. Приведені результати – помісячного фрактального аналізу характеризують витрати електроенергії для конкретної шахти. В цьому випадку цикли мають приблизно однакову тривалість, тобто одного місяця. Такого типу часові ряди є досить поширеними і практично їх розглядають як однакові, нехтуючи відмінностями тривалості. Їх прийнято подавати як конкретний показник певного виду діяльності конкретної людини, колективу чи підприємства, тобто як економічний, фінансовий, ресурсний чи фізичний показник.

Таблиця 1

Місяць	Обсяг даних	Середнє	Середньо-квдратич. відхилення	Розмах Кумулятивної суми відхилень	Фрактальна розмірність	Експонента Герста	Фрактальна константа
К	N	A	S	R	D	H	C
1	31	87324	14375	112052	1,0777	0,9223	0,328
2	28	83896	8421	79480	1,0137	0,9863	0,353
3	31	81811	13402	85623	1,0441	0,9659	0,24
4	30	79581	10820	63343	1,2699	0,7301	0,489
5	31	77309	22068	72082	1,3058	0,6942	0,341
6	30	76327	10706	52086	1,0441	0,9559	0,188
7	31	73598	16464	54718	1,2137	0,7863	0,223
8	31	73563	17632	65607	1,0709	0,9291	0,153
9	30	79178	24593	58603	1,4428	0,5572	0,358
10	31	80752	9686	39363	1,1865	0,8135	0,249
11	30	80965	10129	35990	1,1781	0,8219	0,217
12	31	82218	6994	65439	1,1158	0,8842	0,449

З точки зору фрактального аналізу такі показники характеризують лише результат діяльності, тобто є зовнішніми характеристиками джерела даних, в той час як фрактальна константа, у фізичному сенсі, відображає внутрішню структуру цього джерела.



Рис. 1. Значення фрактальної константи для щомісячних енерговитрат

Атестація операторського персоналу на тренажері

Підготовка персоналу, а саме висококваліфікованих операторів керування складними технологічними процесами та системами є важливою державною задачею. В цьому плані, має місце, з однієї сторони розробка відповідних для конкретних задач психофізіологічних та психофізичних методик, а з другої – відповідних навчально-тренувальних засобів – тренажерів. Робота на тренажерах дає важливу інформацію не лише про практичні навички індивіда, але і щодо його психологічних особливостей: витривалості, стресостійкості, концентрації уваги. При атестації персоналу часто використовують груповий метод оцінювання індивідуальних показників, використовуючи для всіх одне і теж саме завдання. Тут після виконання його одним оператором зразу включається наступний, тобто момент завершення роботи даним оператором є початком роботи наступним.

Прикладом такого циклічного часового ряду є атестація групи з 10 операторів – молодих людей з числа студентів (практично одного віку). Суть завдання полягала у виявленні об’єкта заданого класу на зображеннях екрану монітору, що імітували поверхню Землі. В якості об’єктів уваги використано схематичне зображення літака. Розмір об’єкта становив 10×10 пікселів, при розмірі зображення 640×480 пікселів. Кольорова палітра включала 8 кольорів, а структура відображала вододіл, степ та ліс. Водні ділянки відображали глибоководні області та міліну. Кількість зображень в даному завданні була 180 з випадковим чином локалізованими об’єктом на кожному з них. Час експозиції зображень становив 30 секунд, після чого відбувалась заміна цього зображення на наступне. В момент надання зображення на екран, включався мілісекундомір. При виявленні зображення шуканого об’єкта оператор негайно натискав на ключ, що означало прийняте оператором рішення про виявлення об’єкта. В момент натискання ключа секундомір виключався і його значення та номер зображення реєструвались. Якщо протягом 30 секунд оператор не виявив об’єкт секундомір запускався з нуля наступним зображенням.

В табл. 2 приведені дані для 10 операторів, та результати вирішення ними завдання: виявлену кількість зображень з об’єктами *N* та середній час виявлення об’єкта *A*.

Таблиця 2

Опера-тор	Обсяг даних	Середнє	Середньо-квдратич. відхилення	Розмах Кумулятивної суми відхилень	Фрактальна розмірність	Експонент а Герста	Фрактальн а константа
К	N	A	S	R	D	H	C
1	150	645	138	2570	1,2084	0,7916	0,3526
2	105	767	192	3684	1,1998	0,8002	0,4638
3	104	1030	342	6336	1,1996	0,8004	0,4496
4	157	741	183	3842	1,2599	0,7401	0,4978
5	130	726	152	1672	1,3304	0,6696	0,4233
6	121	728	132	1572	1,3629	0,6321	0,5735
7	173	476	94	1615	1,2558	0,7442	0,3708
8	112	512	125	1802	1,2719	0,7284	0,4637
9	106	612	172	1220	1,2022	0,7978	0,1731
10	104	710	188	2669	1,2648	0,7352	0,4665



Рис. 2. Значення фрактальної константи атестації бригади операторського персоналу за критерієм оперативності.

Особливістю даного циклічного часового ряду є те, що цикли в ньому є незалежними один від одного, оскільки характеризують конкретні джерела даних, а саме операторів. Проте з точки зору роботи

тренажера як окремої системи, яка фактично для кожного з них надає одне і те ж завдання, маємо циклічний часовий ряд в одному часовому просторі. Іншими словами, тренажер надає один і той самий стимул, на який реагує оператор протягом певного часу, після чого цей самий стимул надається наступному оператору як передавання естафетної палички.

Висновки

Фрактальна константа, якій присвячене дане дослідження, відображає динаміку внутрішньої структури часового ряду – зміни стану системи, що генерує дані, цикл за циклом.

В даному дослідженні фрактальний аналіз є визначений трьома показниками: фрактальною розмірністю D , показником Герста H та фрактальною константою C . Ці три величини є результатом значень відповідних обчислень величин описової статистики, а саме: кількості рівнів часових рядів в межах циклу N , середнього значення, стандартного відхилення S , та розмаху кумулятивного часового ряду R . Існуючий між ними зв'язок показує співвідношення (1).

Фрактальна константа реагує на зміни в поведінці тренду показника, поданого часовим рядом. На відміну від показника Герста та фрактальної розмірності, фрактальна константа вказує на зміни у внутрішній структурі джерела, яке генерує даний циклічний часовий ряд. Саме тому не варто недооцінювати значення фрактальної константи для повного опису циклічного часового ряду.

Література

1. Горкуненко А.Б., Лупенко С.А., Луцків А.М. Математичне моделювання економічних циклічних процесів для їх автоматизованого аналізу та прогнозу. Вісник Хмельницького національного університету. 2010. № 3. С. 269–275.
2. Щербак Т.Л. Задачі математичного моделювання та статистичної обробки циклічних процесів електроспоживання. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки : зб. наук. пр. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т, 2010. Вип. 4. С. 246–260.
3. Ouwehand Pim. Estimation of the cycle in economic time series. CBS | Discussion Paper | September 2019. 40 p. https://cros-legacy.ec.europa.eu/system/files/s02p1_-_estimation_of_the_cycle_in_economic_time_series.pdf
4. Приймак М.В., Приймак О.М. Математичні моделі ритмічності (циклічності) в економіці. II Міжнародна науково-методична конф. Форум молодих економістів-кібернетиків «Моделювання економіки: проблеми, тенденції, досвід». 6-8 жовтня 2011 р., м. Тернопіль. С. 71–73.
5. Sanchez J.R., Arizmendi C.M. Fractal Analysis of Electrical Power Time Series. https://www.researchgate.net/publication/1954436_Fractal_Analysis_of_Electrical_Power_Time_Series
6. Kuchansky A., Biloshchytskyi A., Bronin S., Biloshchytska S., Andrashko Y. Use of the fractal analysis of non-stationary time Series in mobile foreign exchange trading for m-learning. Auer M.E., Tsiatsos T. (eds) Internet of Things, Infrastructures and Mobile Applications (IMCL 2019). Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 1192. 2021. Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-49932-7_88
7. Feder J. Fractals. Plenum Press, New York, 1988. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4899-2124-6>
8. Pilgrim Ian, Taylor Richard P. Fractal Analysis of Time-Series Data Sets: Methods and Challenges. Fractal Analysis, 2018. DOI: 10.5772/intechopen.81958. <https://www.intechopen.com/chapters/64463>
9. Добровенко Д. Ю. Моделі та методи оцінювання та мінімізації втрат електричної енергії в розподільних мережах : магістерська дис. : 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка. Київ, 2020. 171 с.

References

- 1.1) Horkunenko A.B., Lupenko S.A., Lutskiv A.M. Matematychnе modeliuвання ekonomichnykh tsyklichnykh protsesiv dlia yikh avtomatyzovanoho analizu ta prohnozu. Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. 2010. № 3. S. 269–275.
- 1.2) Shcherbak T.L. Zadachi matematychnoho modeliuвання ta statystychnoi obrobky tsyklichnykh protsesiv elektrospozhyvannia. Matematychnе ta kompiuterne modeliuвання. Seriiia: Tekhnichni nauky : zb. nauk. pr. Kamianets-Podilskiyi : Kamianets-Podilsk. nats. un-t, 2010. Vyp. 4. S. 246–260.
- 1.3) Ouwehand Pim. Estimation of the cycle in economic time series. CBS | Discussion Paper | September 2019. 40 p. https://cros-legacy.ec.europa.eu/system/files/s02p1_-_estimation_of_the_cycle_in_economic_time_series.pdf
- 1.4) Pryimak M.V., Pryimak O.M. Matematychni modeli rytymichnosti (tsyklichnosti) v ekonomitsi. II Mizhnarodna naukovo-metodychna konf. Forum molodykh ekonomistiv-kibernetikyv «Modeliuвання ekonomiky: problemy, tendentsii, dosvid». 6-8 zhovtnia 2011 r., m. Ternopil. S. 71–73.
- 1.5) Sanchez J.R., Arizmendi C.M. Fractal Analysis of Electrical Power Time Series. https://www.researchgate.net/publication/1954436_Fractal_Analysis_of_Electrical_Power_Time_Series
- 1.6) Kuchansky A., Biloshchytskyi A., Bronin S., Biloshchytska S., Andrashko Y. Use of the fractal analysis of non-stationary time Series in mobile foreign exchange trading for m-learning. Auer M.E., Tsiatsos T. (eds) Internet of Things, Infrastructures and Mobile Applications (IMCL 2019). Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 1192. 2021. Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-49932-7_88
- 1.7) Feder J. Fractals. Plenum Press, New York, 1988. <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4899-2124-6>
- 1.8) Pilgrim Ian, Taylor Richard P. Fractal Analysis of Time-Series Data Sets: Methods and Challenges. Fractal Analysis, 2018. DOI: 10.5772/intechopen.81958. <https://www.intechopen.com/chapters/64463>
- 1.9) Dobrovenko D. Yu. Modeli ta metody otsiniuvannia ta minimizatsii vtrat elektrychnoi enerhii v rozpodilnykh merezhakh : mahisterska dys. : 141 Elektroenerhetyka, elektrotekhnika ta elektromekhanika. Kyiv, 2020. 171 s.