

**ЧУПРИНКА ВІКТОР**

Київський національний університет технологій та дизайну

<https://orcid.org/0000-0001-6869-3091>e-mail: [Chuprinka\\_V\\_1@ukr.net](mailto:Chuprinka_V_1@ukr.net)**НАУМЕНКО БОГДАН**

Київський національний університет технологій та дизайну

<https://orcid.org/0009-0002-6905-9206>e-mail: [bohdaych2011@gmail.com](mailto:bohdaych2011@gmail.com)**ЧУПРИНКА НАТАЛІЯ**

Київський національний університет технологій та дизайну

<https://orcid.org/0000-0002-8952-7567>e-mail: [chuprinka.nv@knutd.com.ua](mailto:chuprinka.nv@knutd.com.ua)

## **АВТОМАТИЗОВАНЕ ПРОЄКТУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ СХЕМ РОЗКРОЮ МАТЕРІАЛІВ ПРЯМОКУТНОЇ ФОРМИ НА ДЕТАЛІ ГАЛАНТЕРЕЙНИХ ВИРОБІВ**

*В роботі розглянута задача впровадження комп'ютерних технологій в підготовчо-розкрійне виробництво виробів галантереї, а саме розробка алгоритмів та програмного продукту для автоматизованого проектування розкрійних схем матеріалів прямокутної форми на деталі галантереї.*

*В цій задачі було виділено декілька проміжних задач, які вирішуються послідовно одна за другою, а саме: генерування множини допустимих розкладок; проектування множини допустимих секцій із комбінації згенерованих розкладок; вибір набору секцій із множини спроектованих допустимих секцій, які забезпечують виконання технологічних вимог до розкрійних схем та раціональне використання матеріалу при розкрою за спроектованою схемою розкрою.*

*Таке розбиття основної задачі на три послідовні проміжні задачі дозволило розробити алгоритми вирішення цих задач. Розроблені алгоритми були в програмний продукт для автоматизованого проектування раціональних схем розкрою матеріалів прямокутної форми на деталі галантерейних виробів.*

*Ключові слова: раціональний розкрій, схеми розкрою, галантерейні вироби, алгоритм, математичне забезпечення, програмне забезпечення, щільне розміщення.*

CHUPRYNKA VIKTOR, NAUMENKO BOGDAN, CHUPRYNKA NATALIYA

Kyiv National University of Technology and Design

## **AUTOMATED DESIGN OF RATIONAL SCHEMES FOR THE DEVELOPMENT OF RECTANGULAR MATERIALS ON DETAILS OF HARDWARE PRODUCTS**

*The paper considers the task of introducing computer technologies into the preparatory and cutting production of haberdashery products, namely, the development of algorithms and a software product for the automated design of cutting schemes of rectangular materials for haberdashery parts.*

*Since this problem generally refers to problems, the solution of which does not give a positive result in a reasonable time, therefore a simplified model of this problem was proposed. For this purpose, several intermediate tasks were selected in this task, which are solved sequentially one after the other, namely: generation of a set of admissible layouts; designing a set of admissible sections from a combination of generated layouts; selection of a set of sections from a set of designed admissible sections that ensure the fulfillment of technological requirements for cutting schemes and rational use of material during cutting according to the designed cutting scheme.*

*This division of the main problem into three consecutive intermediate problems made it possible to develop algorithms for solving these problems. The developed algorithms were included in a software product for the automated design of rational schemes for cutting rectangular materials into haberdashery details. The proposed software product allows you to create graphic visualizations of projected rational cutting schemes and save them in a file. This feature allows automated cutting systems to use information about such schemes. The developed software product was tested on haberdashery details and showed its effectiveness.*

*This software can be successfully used in haberdashery enterprises in preparatory and cutting production. This will make it possible to introduce automated cutting complexes and increase the use of material during cutting by 1.5–2.5%. Thus, the proposed software makes it possible to improve the technological process of designing rational cutting schemes for haberdashery details.*

*Key words: rational cutting, cutting schemes, haberdashery, algorithm, mathematical support, software, dense placement.*

### **Постановка проблеми у загальному вигляді**

#### **та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями**

Розкрій сировини на менші частини є фундаментальним етапом багатьох виробничих процесів. Ці проблеми мають сильний економічний та екологічний вплив, і їх належне вирішення є важливим для багатьох секторів економіки, таких як текстильна, взуттєва, галантерейна, автомобільна та суднобудівна промисловість.

Бурхливий розвиток комп'ютерної техніки створив сприятливі умови впровадження комп'ютерних технологій у виробництво виробів легкої промисловості.

#### **Аналіз досліджень та публікацій**

Проблеми двовимірного (2D) нерегулярного щільного розміщення плоских геометричних об'єктів в замкнутій області на площині широко поширені в таких галузях, як машинобудування, авіація, суднобудування, виробництво автомобілів, виробництво одягу, взуття, галантереї та меблів.

Ефективний двовимірний алгоритм нерегулярного щільного розміщення плоских геометричних об'єктів може ефективно покращити використання матеріалу та зменшити витрати на обробку. Зменшення споживання матеріалів також сприятливо вплине на навколишнє середовище [1]. Тому дослідження проблеми щільного розміщення плоских геометричних об'єктів має велике технологічне та суспільне значення.

Проблема двовимірного пакування – це тип задач комбінаторної оптимізації для компактного розміщення частин різної форми на матеріалі заданого розміру, щоб мінімізувати зайнятий простір або максимізувати використання матеріалу. Проблема 2D упакування в даний час визнана проблемою NP, яка в основному вирішується за допомогою евристичних алгоритмів [2, 3]. Але програмне забезпечення, реалізоване на цих алгоритмах, не завжди дає задовільний результат за прийнятний час. Крім того ці алгоритми застосовуються здебільшого при нерегулярного розміщенні.

Багато вчених проводили дослідження двовимірних проблем нерегулярного пакування з істинними рішеннями. З 2010 року [4, 5] автори досліджували проблеми неправильної 2D упакування. Але вони лише представили математичні моделі, замість того, щоб вичерпано розглянути проблеми двовимірного нерегулярного пакування.

В роботі [6] запропонували алгоритм інтерактивного зіткнення «точка-точка» для визначення перетину та відстані вздовж напрямку зіткнення при нерегулярному розміщенні.

В роботі [7] запропонована змішана цілочисельна модель програмування з квадратичними обмеженнями для проблеми нерегулярного пакування смуг плоскими геометричними об'єктами, враховуючи можливість обертання цих об'єктів навколо фіксованої контрольної точки всередині їх. Але суттєвим недоліком цієї роботи є тільки нерегулярне пакування смуг плоскими геометричними об'єктами.

В роботі [8] знайшли взаємозв'язок між точкою та лінією та використали D-функцію для обчислення відстані між лінією та точкою для вимірювання перекриття при нерегулярному розміщенні.

В роботах [9, 10] формують основну проблему нерегулярного розміщення, яка охоплює широкий спектр проблем пакування та різання. Запропоновано точну модель проблеми нелінійного програмування (NLP), використовуючи готові до використання  $\rho$ -функції та ефективний алгоритм для пошуку локальних оптимальних рішень задач за прийнятний час.

В роботі [11] запропонували стратегію щільного розміщення на основі кодування кривої та відповідності ознак. Це нова стратегія розміщення, заснована на зіставленні ознак подібності кривої. Вищезазначені алгоритми розміщення дають дуже хороші результати для конкретних проблем, але їх надійність і застосовність потребують додаткової перевірки.

Розглянуті підходи не зовсім ефективні при проектуванні розкрійних схем галантерейних деталей для матеріалів, що мають прямокутну форму. Тому є актуальним розробка методу генерування схем розкрою галантерейних деталей для матеріалів, що мають прямокутну форму.

#### Формулювання цілей статті

**Метою роботи** є розробка математичного забезпечення для генерування схем розкрою галантерейних деталей для матеріалів, що мають прямокутну форму та реалізація його в програмному забезпеченні.

Використання розробленого програмного забезпечення на підприємствах галантереї підвищить використання матеріалу при розкрою на 1.5–2.5 % та дозволить впровадити автоматизовані розкрійні комплекси в розкрійне виробництво.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні задачі:

- розробити математичну постановку задачі пошуку схем розкрою галантерейних деталей для матеріалів, що мають прямокутну форму;
- описати математичну модель та її структурні компоненти;
- реалізувати поставлену задачу в програмний продукт.

#### Виклад основного матеріалу

##### Постановка задачі.

Зовнішні контури деталей галантерейних виробів в більшості випадків мають складну конфігурацію та не завжди їх вдається описати аналітично. Тому для опису зовнішніх контурів галантерейних виробів використовується метод кусково-лінійної апроксимації. Це дозволяє уникнути обмежень, пов'язаних із конфігурацією контуру, і гарантує, що контур можна апроксимувати з потрібною точністю.

Кусково-лінійний метод апроксимації полягає у представленні зовнішнього контуру деталі у вигляді багатокутника. Для цього необхідно знати координати вершин багатокутника та послідовність їх обходу.

Припустимо, що зовнішній контур деталі  $S$  можна представити як набір вершин  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , де кожна вершина  $P_i$  має координати  $(X_i, Y_i)$ . Тоді контур деталі можна описати як послідовність відрізків, що з'єднують ці вершини в заданому порядку.

Формально, зовнішній контур деталі  $S$  можна записати як:  $S = \{(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)\}$ , де  $(X_i, Y_i)$  – координати вершини  $P_i$ .

Таким чином, для однозначного представлення зовнішнього контуру деталі необхідно знати:

1. Координати вершин багатокутника;
2. Послідовність обходу вершин, щоб правильно з'єднати їх у багатокутник.

Це забезпечить точну апроксимацію зовнішнього контуру деталі з потрібною точністю.

*Технологічна постановка задачі.* Маємо прямокутну область заданої довжини  $DI_M$  та ширини  $Sh_M$ . На ній необхідно розмістити  $Q$  комплектів деталей  $S^k$ ,  $k=1,2,\dots,q$  враховуючи те, що схема розкрою мала мінімальну довжину  $DIR_S$ . При цьому необхідно врахувати наступні технологічні обмеження: деталь в розкрійній схемі може бути в базовому положенні або повернута на 180 градусів.

*Математична постановка задачі.* Для прямокутної області заданою довжиною  $DI_M$  та шириною  $Sh_M$  серед згенерованих розкрійних схем для  $R$  комплектів деталей  $S^k$ ,  $k=1,2,\dots,q$  визначити ту, довжина якої  $DIR_{Sx_i}$ , була б мінімальною, тобто для якої  $DIR_S = \min_{i=1,2,\dots,t} (DIR_{Sx_i})$ . При цьому необхідно врахувати

орієнтацію деталей в розкрійній схемі: 0 та 180 градусів відносно базового положення деталей.

За базові одиниці в розкрійній схемі будемо вважати розкладки та секції [12]. На рис. 1 приставлені можливі варіанти розкладок. На рис.2 приставлені можливі варіанти секцій.

Давайте розберемо це докладніше:

Базова одиниця: Розкладка.

Розкладка — це конкретний спосіб розміщення деталей на матеріалі, з метою максимального використання матеріалу та мінімізації відходів.

Секції: Секції складаються із допустимих розкладок. Це означає, що кожна секція є сукупністю розкладок, які відповідають певним критеріям або обмеженням (наприклад, розміщення без перекриття, врахування відступів тощо).

Схема розкрою:

Допустима схема розкрою складається з допустимих секцій. Тобто, схема розкрою — це сукупність секцій, які разом утворюють оптимальне або близьке до оптимального розташування всіх необхідних деталей на матеріалі.

Таким чином, можна сказати, що схема розкрою включає кілька секцій, кожна з яких, у свою чергу, включає кілька розкладок. Усі ці компоненти повинні відповідати певним критеріям, щоб вважатися допустимими

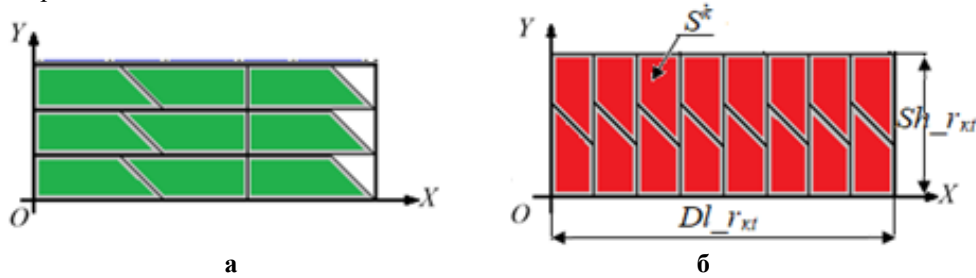


Рис. 1. Приклади розкладок: а – розкладка з поворотом деталей на 180° в ряду; б – розкладка без повороту деталей в ряду

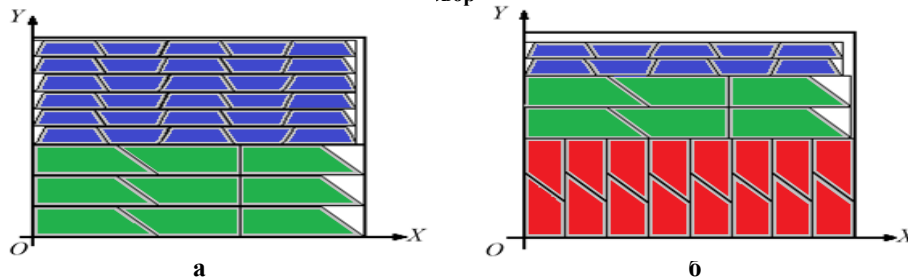


Рис. 2. Приклади секцій: а – секція, що представляє собою комбінацію двох розкладок; б – секція, що представляє собою комбінацію трьох розкладок

### Структурні компоненти задачі проєктування схем розкрою матеріалів, що мають прямокутну форму, на галантерейні деталі.

В задачі комп'ютерного проєктування розкрійних схем матеріалів, що мають прямокутну форму, на галантерейні деталі виділимо наступні структурні компоненти:

Задача «Розкладка»

Для побудови розкладок для деталей  $S^k$ , де  $k=1,2,\dots,q$  використаємо прямокутну подвійну решітку [13]  $W^k : n\bar{a}_1^k + m\bar{a}_2^k + p\bar{g}^k$ , де  $n=0,1,2,\dots,n_{kt}$ ,  $p=0,1$ ,  $m=0,1,2,\dots,m_{kt}$ . Тоді допустимі розкладки  $R'_{kt}$  аналітично представити можна наступним чином:  $n_{kt} \cdot m_{kt} = Nr_{kt} \leq R \cdot N^k$ , де  $Nr_{kt}$  – необхідна кількість деталей  $S^k$  в розкладці  $R'_{kt}$ ,  $n_{kt}$  – реальна кількість деталей  $S^k$  в одному ряду розкладки та  $m_{kt}$  – кількість рядів в розкладці  $R'_{kt}$ ,  $t=1,2,\dots,t_k$ .

*Математичне представлення множини допустимих розкладок.* Множиною допустимих розкладок будуть розкладки  $W^k : n\bar{a}_1^k + m\bar{a}_2^k + p\bar{g}^k$ , де  $n=0,1,2,\dots,n_{kt}$ ,  $p=0,1$ ,  $m=0,1,2,\dots,m_{kt}$  для яких виконуються наступні умови:

– реальна кількість деталей  $S^k$  в розкладці повинна не перевищувати потреби в ній тобто  $Nr_{kt} \leq R \cdot N^k$ ;

– ширина матеріалу  $Sh_M$  завжди більша або дорівнює ширині розкладки  $Sh_{r_{kt}}$  для деталей  $S^k$ ;  
 – довжину матеріалу  $Dl_M$  завжди більша або дорівнює довжині розкладки для деталей  $S^k$ ;  
 – коефіцієнт щільного використання площі в розкладці  $P_{kt}$  для деталей  $S^k$  вища за наперед заданий коефіцієнт щільного використання площі  $P$ .

Коли  $\bar{a}_1^k \parallel OX$  та  $\bar{a}_2^k \parallel OY$ , то

$$\begin{aligned} Dl_{r_{kt}} &= (n_{kt} - 1) \left| \bar{a}_1^k \right| + Dl_{d_k} + g_x^k; \\ Sh_{r_{kt}} &= (m_{kt} - 1) \left| \bar{a}_2^k \right| / 2 + Sh_{d_k}. \\ Dl_{r_{kt}} &= (m_{kt} - 1) \left| \bar{a}_2^k \right| / 2 + Dl_{d_k}; \end{aligned} \tag{1}$$

Коли  $\bar{a}_2^k \parallel OX$  та  $\bar{a}_1^k \parallel OY$ , то

$$Sh_{r_{kt}} = (n_{kt} - 1) \left| \bar{a}_1^k \right| + Sh_{d_k} + g_y^k. \tag{2}$$

Тоді  $P_{kt} = f(\bar{a}_1^k, \bar{a}_2^k, \bar{g}^k) = n_k m_{kt} + |S^k| / (Dl_{r_{kt}} \cdot Sh_{r_{kt}})$ .

Функція цілі задачі «Розкладка». Аналітичний вигляд для функції цілі задачі «Розкладка» можна представити наступним чином:

$$P_{kt} = (R_{st}, R_{gt}, R_{jt}) = n_k \cdot m_{kt} \cdot |S^k| / (Dl_{r_{kt}} \cdot Sh_{r_{kt}}), \tag{3}$$

де  $|S^k|$  – площа деталі  $S^k$ .

**Задача «Секція»**

Аналітичне представлення допустимої секції  $\hat{S}_r, s, g, j \in [1 \dots q]$  та  $s \neq g, j \neq g, s \neq j$  має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} n_{st} \cdot m_{st} &= \tilde{N}r_{st} \leq R \cdot N^s, \\ n_{gt} \cdot m_{gt} &= \tilde{N}r_{gt} \leq R \cdot N^g, \\ n_{jt} \cdot m_{jt} &= \tilde{N}r_{jt} \leq R \cdot N^j, \end{aligned} \tag{4}$$

де:  $n_{st}, m_{st}$  – кількість рядків та стовпчиків для деталі  $S^s$ ;

$n_{gt}, m_{gt}$  – кількість рядків та стовпчиків для деталі  $S^g$ ;

$n_{jt}, m_{jt}$  – кількість рядків та стовпчиків для деталі  $S^j$ .

Математичне представлення множини допустимих розв'язків задачі. За множину допустимих розв'язків задачі «Секція» будемо вважати секції, для яких коефіцієнт щільного використання площі секції  $P_{s_r}$  вищий за наперед задану коефіцієнт щільного використання площі  $P$ .

Будемо вважати, що ширина секції  $Sh_{s_r}$  дорівнює або менше за ширину матеріалу  $Sh$ . Довжина секції визначається наступним чином:  $Dl_{s_r} = \max_{k=s,g,j} (Dl_{r_k})$ , де  $g, j \in [1..q], s \neq g, j \neq g, s \neq j$ .

Тоді аналітичний вираз для визначення множини допустимих секцій можна представити наступним чином:

$$\left( n_{st} \cdot m_{st} |S^s| + n_{gt} \cdot m_{gt} |S^g| + n_{jt} \cdot m_{jt} |S^j| \right) / \left( \max_{k=s,g,j} (Dl_{r_k}) \cdot Sh \right) \geq P. \tag{5}$$

Функція цілі задачі «Секція». Функцію цілі задачі «Секція» аналітично можна приставити наступним чином:

$$P_{s_r} = f(R'_{st}, R'_{gt}, R'_{jt}) = \left( n_{st} \cdot m_{st} |S^s| + n_{gt} \cdot m_{gt} |S^g| + n_{jt} \cdot m_{jt} |S^j| \right) / \left( \max_{k=s,g,j} (Dl_{r_k}) \cdot Sh \right).$$

Тоді очевидно, що до множини допустимих ввійдуть ті секції, у яких щільність вища за наперед задану допустиму щільність, тобто  $SP_{s_r} \geq P$ .

**Алгоритми проектування допустимої множини секцій.** Розглянемо алгоритми проектування допустимих секцій із вже згенерованих розкладок. Вихідною інформацією буде довжини та ширини згенерованих розкладок деталей по довжині та ширині.

Проектування секцій із одного виду деталей  $S^k$ . (рис. 3). Серед множини згенерованих допустимих розкладок  $\tilde{R}_{kt}, k = 1, 2, \dots, q, t = 1, 2, \dots, t_k$  вибираємо до секцій ті розкладки, які задовольняють критерію, що представлений нижче.

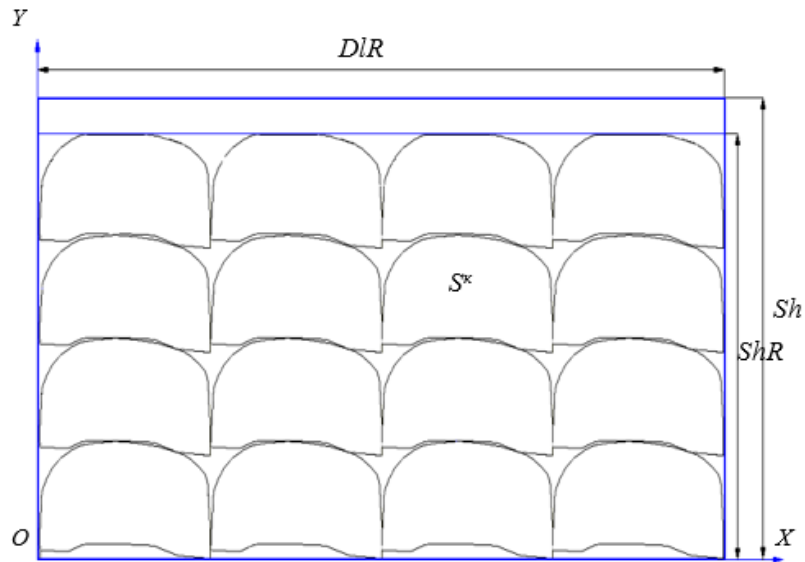


Рис. 3. Секція, яка складається з одного виду деталей

Критерій вибору із згенерованих розкладок тих розкладок, які можуть бути секціями з одного виду деталей можна приставити наступним чином:

$$\frac{i_0 \cdot j_0 \cdot |S^k|}{Dl_r \cdot Sh} \geq P, \tag{6}$$

де  $i_0$  – деталей  $S^k$  у одному розкладці;

$j_0$  – кількість рядків з деталлю  $S^k$  у розкладці;

$|S^k|$  – деталей  $S^k$

$Sh$  – довжина розкладки

$Dl_r$  – ширина матеріалу

$P$  – наперед визначений допустимий коефіцієнт корисного використання площі.

Проектування секцій, що містять два види деталей  $S^k$  та  $S^l$  ( $k = 1, 2, \dots, q - 1$ ;  $l = k + 1, \dots, q$ ). Прийнемо за комбіновану секцію ту секцію, яка складається із двох або трьох розкладок. Тоді очевидно, що під час проектування секцій, які містять деталі  $S^k$  та  $S^l$ , будуть використані два види розкладок  $\hat{R}_{kr}$  та  $\hat{R}_{lp}$  (рис. 4).

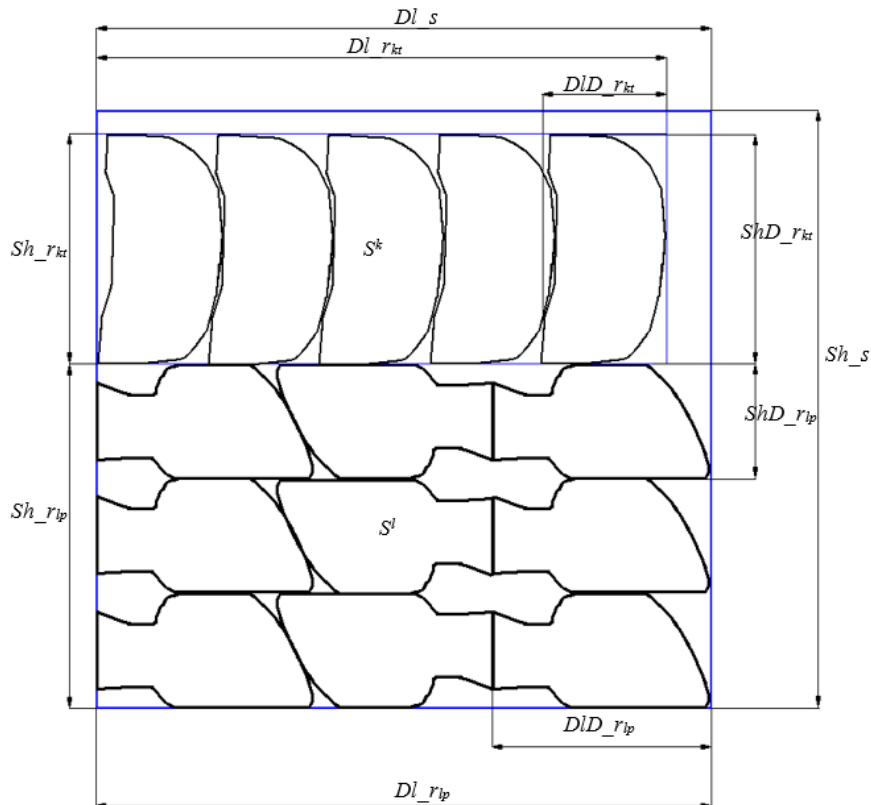


Рис. 4. Секція, що складається із двох видів деталей  $S^k$  та  $S^l$

При проектуванні секцій із двох видів деталей  $S^k$  та  $S^l$  необхідно враховувати те,:

– ширина секції повинна бути менше або дорівнювати ширині матеріалу. Тоді очевидно, сума ширини розкладок  $\hat{R}_{kr}$  та  $\hat{R}_{lp}$ , які входять як в секцію, мусить задовольняти наступним умовам: бути менше ширини матеріалу та більше величини, яка визначається як різниця ширини матеріалу та половини ширини деталі, меншої за шириною із двох деталей  $S^k$  та  $S^l$ , тобто  $Sh - \min(ShD_{r_{kr}}, ShD_{r_{lp}}) / 2 \leq ShS \leq Sh$ ;

– різниця довжин розкладок  $\hat{R}_{kr}$  та  $\hat{R}_{lp}$ , за абсолютною величиною, повинна бути менше або дорівнювати половині меншої довжини із довжин деталей  $S^k$  та  $S^l$ , тобто  $|Dl_{r_{kr}} - Dl_{r_{lp}}| \leq \min(DlD_{r_{kr}}, DlD_{r_{lp}}) / 2$ ;

– коефіцієнт щільного використання площі спроектованої секції повинен бути вище за наперед заданого коефіцієнту корисного використання площі  $P$ , тобто:

$$\frac{Nr_{kt} \cdot Mr_{kt} \cdot |S^k| + Nr_{lp} \cdot Mr_{lp} \cdot |S^l|}{Sh \cdot Dl_s} \geq P, \quad (7)$$

де  $Dl_s = \max(Dl_{r_{kr}}, Dl_{r_{lp}})$ .

Проектування секцій, що містить три види деталей  $S^k$ ,  $S^l$  та  $S^r$  ( $k = 1, 2, \dots, q - 2$ ;  $l = k + 1, \dots, q - 1$ ;  $r = l + 1, \dots, q$ ).

Проектування секцій, що містить три види деталей  $S^k$ ,  $S^l$  та  $S^r$  буде виконуватись використовуючи три види розкладок  $\hat{R}_{kr}$ ,  $\hat{R}_{lp}$  та  $\hat{R}_{rj}$  (рис. 5).

При проектуванні секцій, що містить три види деталей  $S^k$ ,  $S^l$  та  $S^r$  (рис. 5.) наступні обмеження необхідно враховувати:

– ширина секції повинна бути менше або дорівнювати ширині матеріалу. Тоді очевидно, сума ширини розкладок  $\hat{R}_{kr}$ ,  $\hat{R}_{lp}$  та  $\hat{R}_{rj}$ , з яких проектується секція, має бути менш ширини матеріалу та більш величини, яка визначається як різниця ширини матеріалу та половини ширини деталі, меншої за шириною із трьох видів деталей  $S^k$ ,  $S^l$  та  $S^r$ :

$$Sh - \min(ShD_{r_{kt}}, ShD_{r_{lp}}, ShD_{r_{rj}}) / 2 \leq ShS \leq Sh;$$

– для спроектованої секції абсолютна величина різниці довжин кожних двох розкладок, має бути менше за половину мінімальної довжини деталей, що входять в ці розкладки:

$$\begin{cases} |Dl_{r_{kt}} - Dl_{r_{lp}}| \leq \min(Dl_{r_{kt}}, Dl_{r_{lp}}) / 2; \\ |Dl_{r_{kt}} - Dl_{r_{rj}}| \leq \min(Dl_{r_{kt}}, Dl_{r_{rj}}) / 2; \\ |Dl_{r_{rj}} - Dl_{r_{lp}}| \leq \min(Dl_{r_{rj}}, Dl_{r_{lp}}) / 2. \end{cases} \quad (8)$$

– коефіцієнт щільного використання площі спроектованої секції повинен бути вище за наперед заданого коефіцієнту корисного використання площі  $P$ , тобто:

$$\frac{R_{kt} \cdot N \cdot R_{kt} \cdot M \cdot |S^k| + R_{lp} \cdot N \cdot R_{lp} \cdot M \cdot |S^l| + R_{rj} \cdot N \cdot R_{rj} \cdot M \cdot |S^r|}{Sh \cdot Dl_s} \geq P, \quad (9)$$

де  $Dl_s = \max(Dl_{r_{kt}}, Dl_{r_{lp}}, Dl_{r_{rj}})$ .

Для кожної спроектованої секції  $\hat{S}_i$  для її однозначного відтворення необхідно мати наступну інформацію:

– признак визначення типу секції  $PS_i$  ( $PS_i = 1$ , якщо секція містить один тип деталей;  $PS_i = 2$ , якщо секція містить два типи деталей;  $PS_i = 3$ , якщо секція містить три типи деталей);

– довжину секції  $Dl_{s_i}$ ;

– кількість  $B_{ij}$  деталей  $S^j$  в секції  $\hat{S}_i$ ;

– номер  $Nd_1(Nd_2, Nd_3)$  по порядку деталі, з якої відповідно складається перша (друга, третя) розкладка секції  $\hat{S}_i$ ;

– номер  $Ns_1(Ns_2, Ns_3)$  по порядку розкладки з деталлю  $Nd_1(Nd_2, Nd_3)$ , яка входить як складова частина в секцію  $\hat{S}_i$ ;

– коефіцієнт щільного використання площі  $P_{s_i}$  в спроектованій секції  $\hat{S}_i$ .

$$Q_1 = (Sh - \min(ShD_{r_{kt}}, ShD_{r_{lp}}, ShD_{r_{rj}}) / 2 \leq ShS \leq Sh);$$

$$Q_2 = \begin{cases} |Dl_{r_{kt}} - Dl_{r_{lp}}| \leq \min(DID_{r_{kt}}, DID_{r_{lp}}) / 2 \\ |Dl_{r_{kt}} - Dl_{r_{rj}}| \leq \min(DID_{r_{kt}}, DID_{r_{rj}}) / 2 \\ |Dl_{r_{rj}} - Dl_{r_{lp}}| \leq \min(DID_{r_{rj}}, DID_{r_{lp}}) / 2 \end{cases};$$

$$Q_3 = \frac{R_{kt} \cdot N \cdot R_{kt} \cdot M \cdot |S^k| + R_{lp} \cdot N \cdot R_{lp} \cdot M \cdot |S^l| + R_{rj} \cdot N \cdot R_{rj} \cdot M \cdot |S^r|}{Sh \cdot Dl_s} \geq P.$$

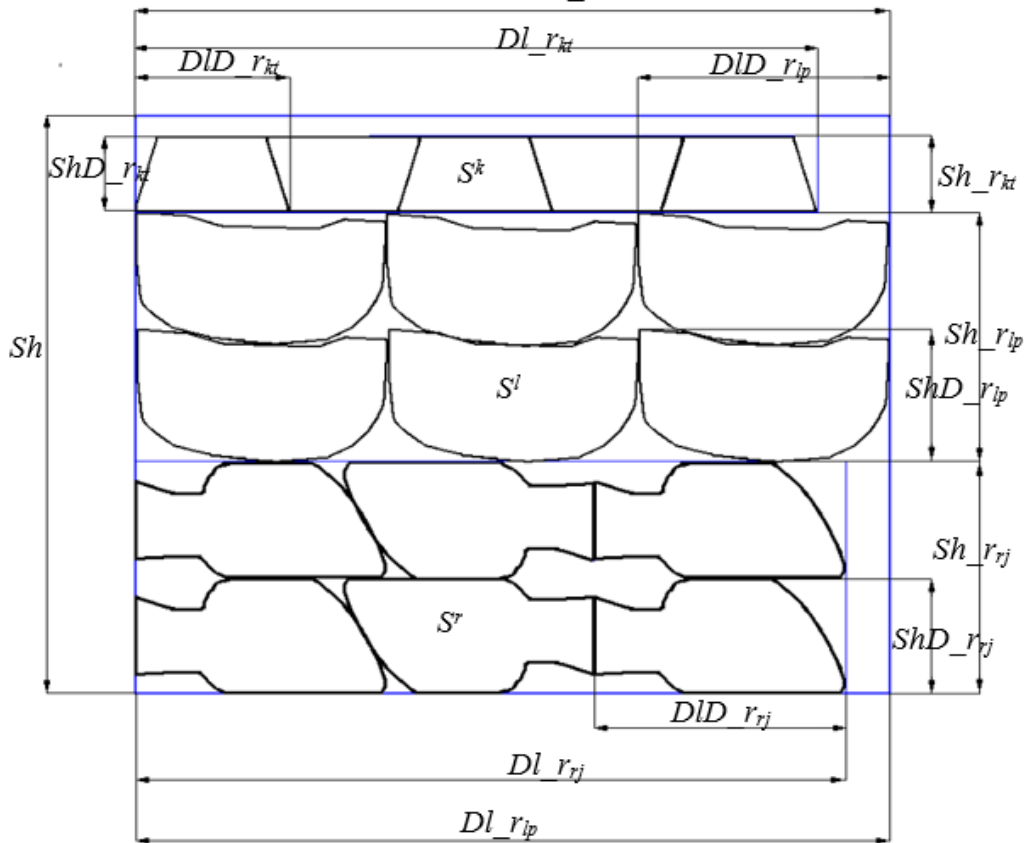


Рис. 5. Секція, що складатися із трьох видів деталей  $S^k$ ,  $S^l$  та  $S^r$

Для вибору із спроектованої множини допустимих секції необхідних секцій, які забезпечать комплектність деталей у схемі розкрою при максимальному коефіцієнті використання матеріалу у розкрійній схемі адаптуємо алгоритм, який представлений в роботі [14].

Представлені вище алгоритми забезпечують можливість їх реалізації в програмний продукт для проєктування раціональних схем розкрою для матеріалів прямокутної форми на деталі галантерейні.

#### Результати програмної реалізації автоматизованого проєктування раціональних розкрійних матеріалів прямокутної форми на галантерейні деталі

Запропоновані математичні моделі задачі автоматизованого проєктування раціональних розкрійних схем матеріалів прямокутної форми на галантерейні деталі були реалізовані в програмний продукт в середовищі програмування Delphi. Розроблений програмний продукт легкий у використанні та не потребує багато часу для оволодіння ним.

Крім того, інформація про спроектовані розкрійні схеми може бути збережена у файлі та використана розкрійним обладнанням для автоматичного розкрою матеріалу на деталі галантерейних виробів за спроектованою схемою розкрою.

З практичної точки зору було розроблене програмне забезпечення, яке протестовано на деталях галантерейних виробів та показало свою ефективність та за забезпечує генерацію ефективної схеми розкрою за декілька хвилин. Це програмне забезпечення набагато ефективніше від запропонованого в роботі [16], що базується на модифікації генетичного алгоритму та не завжди забезпечує задовільний результат за обмежений час.

Це програмне забезпечення можна успішно використовувати на підприємствах галантерейні в підготовчо-розкрійному виробництві в галантерейній галузі. Використання його підвищить використання матеріалу при розкрою на 1.5–2.5 % та дозволить впровадити автоматизовані розкрійні комплекси в розкрійне виробництво.

Таким чином, запропоноване програмне забезпечення дозволяє вдосконалити технологічний процес автоматизованого проєктування раціональних схем розкрою на деталі галантерейних виробів. Це складає передумови для впровадження запропонованого забезпечення у виробництво.

Для застосування програмного забезпечення є наступні обмеження: виробництво є масовим, тобто розглядається більше 10 комплектів деталей; деталі виробу є багатокутниками або апроксимуються багатокутниками довільної форми. Багатокутники визначаються координатами їх вершин.

#### Висновки з даного дослідження

1. Запропоновано метод автоматичного проєктування раціональних схем розкрою матеріалів прямокутної форми на деталі виробів галантереї із врахуванням комплектного виходу. В розробленому методі автоматизованого проєктування схем розкрою враховані практичні рекомендації та вимоги при побудові схем розкрою у розкрійному виробництві. Ці рекомендації були використані при розробці математичної моделі та виділенні основних структурних компонент цієї задачі.

2. Запропоновані три типи секцій, як структурні компоненти розкрійних схем. Розроблені алгоритми генерування множини допустимих секцій для кожного із виділених типів секцій.

3. Розроблені алгоритми генерування множини допустимих секцій були реалізовані програмне забезпечення, яке підвищує ефективність використання матеріалів при розкрою на деталі галантереї та дозволяє впровадити автоматизовані розкрійні комплекси в розкрійне виробництво.

Розроблене програмне забезпечення було протестовано на деталях галантерейних виробів та показало свою ефективність (підвищення використання матеріалу при розкрою на 1.5–2.5 %). Це програмне забезпечення можна успішно використовувати на підприємствах галантереї в підготовчо-розкрійному виробництві.

#### Література

1. Ke, Q., Zhang, P., Zhang, L., and Song, S. (2020). Electric vehicle battery disassembly sequence planning based on frame-subgroup structure combined with genetic algorithm. *Front. Mech. Eng.* 6. doi:10.3389/fmech.2020.576642. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.576642/full>

2. Cinat, P., Gnecco, G., and Paggi, M. (2020). Multi-scale surface roughness optimization through genetic algorithms. *Front. Mech. Eng.* 6. doi:10.3389/fmech.2020.00029. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.00029/full>

3. Mundim, L. R., Andretta, M., Carravilla, M. A., and Oliveira, J. F. (2018). A general heuristic for two-dimensional nesting problems with limited-size containers. *Int. J. Prod. Res.* 56 (1-2), 709–732. doi:10.1080/00207543.2017.1394598. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2017.1394598?journalCode=tpres20>

4. Leao, A. S., Toledo, F. M. B., Oliveira, J. F., and Carravilla, M. A. (2016). A semi-continuous mip model for the irregular strip packing problem. *Int. J. Prod. Res.* 54 (3), 712–721. doi:10.1080/00207543.2015.1041571. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2015.1041571?journalCode=tpres20>

5. Leao, A. A. S., Toledo, F. M. B., Oliveira, J. F., Carravilla, M. A., and Alvarez-Valdés, R. (2020). Irregular packing problems: A review of mathematical models. *Eur. J. Operational Res.* 282 (3), 803–822. doi:10.1016/j.ejor.2019.04.045. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719303820>

6. Liu, X., Liu, J. M., Cao, A. X., and Yao, Z. L. (2015). HAP3D-a new constructive algorithm for the 3D irregular packing problem. *Front. Inf. Technol. Electron. Eng.* 16 (5), 380–390. doi:10.1631/FITEE.1400421. <https://link.springer.com/article/10.1631/FITEE.1400421>

7. Cherri, L. H., Cherri, A. C., and Soler, E. M. (2018). Mixed integer quadratically-constrained programming model to solve the irregular strip packing problem with continuous rotations. *J. Glob. Optim.* 72 (1), 89–107. doi:10.1007/s10898-018-0638-x. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10898-018-0638-x>

8. Peralta, J., Andretta, M., and Oliveira, J. F. (2018). Solving irregular strip packing problems with free rotations using separation lines. *Pesqui. Oper.* 38 (2), 195–214. doi:10.1590/0101-7438.2018.038.02.0195. <https://www.scielo.br/j/pope/a/RcXzqWKwBnL7QhcgkgNyZPv/?lang=en>

9. Stoyan, Y., Pankratov, A., and Romanova, T. (2016). Cutting and packing problems for irregular objects with continuous rotations: Mathematical modelling and non-linear optimization. *J. Operational Res. Soc.* 67 (5), 786–800. doi:10.1057/jors.2015.94. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1057/jors.2015.94?journalCode=tjor20>

10. Wang, A., Hanselman, C. L., and Gounaris, C. E. (2018). A customized branch-and-bound approach for irregular shape nesting. *J. Glob. Optim.* 71 (4), 935–955. doi:10.1007/s10898-018-0637-y. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10898-018-0637-y>

11. Guo, B., Ji, Y., Hu, J., Wu, F., and Peng, Q. (2019). Efficient free-form contour packing based on code matching strategy. *IEEE Access* 7, 57917–57926. doi:10.1109/ACCESS.2019.2914248. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8704207>

12. Гаврилов Т.М. Модель автоматичного проєктування схем розкрою листових матеріалів на деталі взуття / Т.М. Гаврилов, В.І. Чупринка // Вісник КНУТД. – 2011. – № 6. – С. 83-88. [https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk\\_6\\_2011.pdf](https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk_6_2011.pdf)



13. Чупринка В.І. Метод автоматизованого проектування щільних укладок при прямокутно-гніздовій схемі розкрою / В.І. Чупринка, В.С. Мурженко // Вісник КНУТД. – 2011. – № 6. – С. 72-77. [https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk\\_6\\_2011.pdf](https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk_6_2011.pdf)
14. Чупринка В.І., Науменко Б.В., Василенко О.Л. Генерування раціональних схем розкрою рулонних матеріалів на деталі шкіргалантереї. *Мехатронні системи: інновації та інжиніринг* : тези доповідей VI міжнар. Наук.-практ. конф., 24 листопада 2022 р. Київ : КНУТД, С. 157-158. [https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/20956/1/MSIE\\_2022\\_P157-158.pdf](https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/20956/1/MSIE_2022_P157-158.pdf)
15. John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman (2001). *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation* (англ.) (вид. 2-ге). Addison-Wesley. с. 419. ISBN 0-201-44124-1
16. Колиско О.З. Модифікація генетичного алгоритму для генерації секцій розкрійних схем / О.З. Колиско // Вісник КНУТД. – 2009. – № 1. – С. 54-56. [https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45\\_P014-017.pdf](https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45_P014-017.pdf)

## References

1. Ke, Q., Zhang, P., Zhang, L., and Song, S. (2020). Electric vehicle battery disassembly sequence planning based on frame-subgroup structure combined with genetic algorithm. *Front. Mech. Eng.* 6. doi:10.3389/fmech.2020.576642. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.576642/full>
2. Cinat, P., Gnecco, G., and Paggi, M. (2020). Multi-scale surface roughness optimization through genetic algorithms. *Front. Mech. Eng.* 6. doi:10.3389/fmech.2020.00029. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fmech.2020.00029/full>
3. Mundim, L. R., Andretta, M., Carravilla, M. A., and Oliveira, J. F. (2018). A general heuristic for two-dimensional nesting problems with limited-size containers. *Int. J. Prod. Res.* 56 (1-2), 709–732. doi:10.1080/00207543.2017.1394598. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2017.1394598?journalCode=tprs20>
4. Leao, AaS., Toledo, F. M. B., Oliveira, J. F., and Carravilla, M. A. (2016). A semi-continuous mip model for the irregular strip packing problem. *Int. J. Prod. Res.* 54 (3), 712–721. doi:10.1080/00207543.2015.1041571. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2015.1041571?journalCode=tprs20>
5. Leao, A. A. S., Toledo, F. M. B., Oliveira, J. F., Carravilla, M. A., and Alvarez-Valdés, R. (2020). Irregular packing problems: A review of mathematical models. *Eur. J. Operational Res.* 282 (3), 803–822. doi:10.1016/j.ejor.2019.04.045. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221719303820>
6. Liu, X., Liu, J. M., Cao, A. X., and Yao, Z. L. (2015). HAP3D-a new constructive algorithm for the 3D irregular packing problem. *Front. Inf. Technol. Electron. Eng.* 16 (5), 380–390. doi:10.1631/FITEE.1400421. <https://link.springer.com/article/10.1631/FITEE.1400421>
7. Cherri, L. H., Cherri, A. C., and Soler, E. M. (2018). Mixed integer quadratically-constrained programming model to solve the irregular strip packing problem with continuous rotations. *J. Glob. Optim.* 72 (1), 89–107. doi:10.1007/s10898-018-0638-x. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10898-018-0638-x>
8. Peralta, J., Andretta, M., and Oliveira, J. F. (2018). Solving irregular strip packing problems with free rotations using separation lines. *Pesqui. Oper.* 38 (2), 195–214. doi:10.1590/0101-7438.2018.038.02.0195. <https://www.scielo.br/j/pope/a/RcXzqWKwBnL7QhcgkgNyZPv/?lang=en>
9. Stoyan, Y., Pankratov, A., and Romanova, T. (2016). Cutting and packing problems for irregular objects with continuous rotations: Mathematical modelling and non-linear optimization. *J. Operational Res. Soc.* 67 (5), 786–800. doi:10.1057/jors.2015.94. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1057/jors.2015.94?journalCode=tjor20>
10. Wang, A., Hanselman, C. L., and Gounaris, C. E. (2018). A customized branch-and-bound approach for irregular shape nesting. *J. Glob. Optim.* 71 (4), 935–955. doi:10.1007/s10898-018-0637-y. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10898-018-0637-y>
11. Guo, B., Ji, Y., Hu, J., Wu, F., and Peng, Q. (2019). Efficient free-form contour packing based on code matching strategy. *IEEE Access* 7, 57917–57926. doi:10.1109/ACCESS.2019.2914248. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/8704207>
12. Havrylov T.M. Model avtomatyzovano proektuvannia skhem rozkroiu lystovykh materialiv na detali vzuttia / T.M. Havrylov, V.I. Chuprynka // *Visnyk KNUТD*. – 2011. – № 6. – С. 83-88. [https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk\\_6\\_2011.pdf](https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk_6_2011.pdf)
13. Chuprynka V.I. Metod avtomatyzovano proektuvannia shchilnykh ukladok pry priamokutno-hnizdovii skhemi rozkroiu / V.I. Chuprynka, V.S. Murzhenko // *Visnyk KNUТD*. – 2011. – № 6. – С. 72-77. [https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk\\_6\\_2011.pdf](https://knutd.edu.ua/files/Visnyk/Visnuk_6_2011.pdf)
14. Chuprynka V.I., Науменко Б.В., Василенко О.Л. Генерування раціональних схем розкрою рулонних матеріалів на деталі шкіргалантереї. *Мехатронні системи: інновації та інжиніринг* : тези доповідей VI міжнар. Наук.-практ. конф., 24 листопада 2022 р. Київ : КНУТД, С. 157-158. [https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/20956/1/MSIE\\_2022\\_P157-158.pdf](https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/20956/1/MSIE_2022_P157-158.pdf)
15. John E. Hopcroft, Rajeev Motwani, Jeffrey D. Ullman (2001). *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation* (англ.) (вид. 2-ге). Addison-Wesley. с. 419. ISBN 0-201-44124-1
16. Kolysko O.Z. Modyfikatsiia henetychnoho alhorytmu dlia heneratsii sektsii rozkriinykh skhem / O.Z. Kolysko // *Visnyk KNUТD*. – 2009. – № 1. – С. 54-56. [https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45\\_P014-017.pdf](https://er.knutd.edu.ua/bitstream/123456789/6983/1/V45_P014-017.pdf)