

РАТУШНЯК ГЕОРГІЙ

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-9656-5150>e-mail: ratusnak@gmail.com

ОЦІНЮВАННЯ ТОЧНОСТІ ГЕОДЕЗИЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ ПІД ЧАС ВИЗНАЧЕННЯ КРЕНІВ ВЕЖОВИХ СПОРУД

Розглянуто актуальну проблему забезпечення надійності та безпеки експлуатації вежових споруд, які є складними інженерними об'єктами, шляхом регулярного та високоточного геодезичного моніторингу їхнього просторового положення та величин деформацій, зокрема значень крену. За результатами аналізу літературних джерел обґрунтовано доцільність подальшого розвитку інструментарію обґрунтування та вибору методології здійснення геодезичного моніторингу при дослідженнях деформацій вежових споруд.

Представлено аналіз досліджень з оцінювання точності традиційних методів геодезичних вимірювань та сучасних супутникових технологій при визначенні деформацій споруд, в тому числі кренів. Крен існуючих вежових споруд в залежності від необхідної точності, висоти споруди та умов місцевості визначають такими способами: координат, напрямків, малих кутів, вертикального проектування, зенітних відстаней, високоточного нівелювання марок осідання, напрямків з одного опорного пункту та стереофотограмметричним. Методики розрахунку необхідної точності визначення крену вежових споруд вибирають в залежності від способу його визначення, значень виміряних геодезичними приладами фізичних величин, а саме кутів, відстаней й перевищень.

За результатами оцінки точності кожного з методів підкреслено доцільність врахування сумісного впливу систематичних та випадкових похибок на результати геодезичних вимірювань. Відзначено відсутність систематизованого науково-методичного обґрунтування математичного апарату оцінювання точності здійснення геодезичного моніторингу вежових споруд з урахуванням сукупності факторів, які характеризуються кількісними та якісними величинами.

Для розрахунку точності геодезичних вимірювань з врахуванням впливу випадкових та систематичних похибок на результати визначення крену вежових споруд доцільно використовувати математичний апарат теорії нечітких множин та лінгвістичних змінних. Метод ідентифікації нелінійних об'єктів нечіткими базами знань дозволяє використовувати експертно-лінгвістичну інформацію при багатofакторному аналізі впливу кількісних та якісних факторів на цільову функцію, за яку можна прийняти необхідну точність визначення кренів вежових споруд. Запропоновано ієрархічний зв'язок факторів впливу на надійність результатів з оцінювання точності визначення кренів вежових споруд.

Ключові слова: вежові споруди, вимірювання, геодезичний моніторинг, крен, лінгвістична змінна, надійність, похибка, точність.

RATUSHNYAK GEORGIY

Vinnytsia National Technical University

ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF GEODESIC MEASUREMENTS DURING DETERMINATION OF TILT OF TOWER STRUCTURES

The current problem of ensuring the reliability and safety of operation of tower structures, which are complex engineering objects, is considered by means of regular and high-precision geodetic monitoring of their spatial position and deformation values, in particular the values of the roll. Based on the results of the analysis of literary sources, the feasibility of further development of the substantiation toolkit and the choice of the methodology for implementing geodetic monitoring in studying the deformations of tower structures is substantiated.

An analysis of studies on assessing the accuracy of traditional methods of geodetic measurements and modern satellite technologies in determining deformations of structures, including rolls, is presented. The roll of existing tower structures, depending on the required accuracy, the height of the structure and the conditions of the terrain, is determined by the following methods: coordinates, directions, small angles, vertical projection, zenith distances, high-precision leveling of settlement marks, directions from one reference point and stereophotogrammetric. Methods for calculating the required accuracy of determining the tilt of tower structures are selected depending on the method of its determination, the values of physical quantities measured by geodetic instruments, namely angles, distances and elevations.

According to the results of assessing the accuracy of each method, the expediency of taking into account the combined influence of systematic and random errors on the results of geodetic measurements is emphasized. The absence of a systematic scientific and methodological substantiation of the mathematical apparatus for assessing the accuracy of geodetic monitoring of tower structures, taking into account the set of factors characterized by quantitative and qualitative values, is noted.

To calculate the accuracy of geodetic measurements, taking into account the influence of random and systematic errors on the results of determining the tilt of tower structures, it is advisable to use the mathematical apparatus of the theory of fuzzy sets and linguistic variables. The method of identifying nonlinear objects using fuzzy knowledge bases allows using expert-linguistic information in multifactorial analysis of the influence of quantitative and qualitative factors on the objective function, which can be taken as the required accuracy of determining the tilt of tower structures. A hierarchical relationship of the factors influencing the reliability of the results for assessing the accuracy of determining the tilt of tower structures is proposed.

Keywords: tower structures, measurements, geodetic monitoring, tilt, linguistic variable, reliability, error, accuracy.

Стаття надійшла до редакції / Received 29.05.2026

Прийнята до друку / Accepted 17.07.2026

Опубліковано / Published 31.07.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Ратушняк Георгій

Постановка проблеми

Забезпечення надійності та безпеки експлуатації вежових споруд (висотних димових труб, телевізійних веж, радіомачт тощо), особливо в умовах воєнного екоциду передбачає регулярний та високоточний контроль їхнього просторового положення. Конструктивні особливості вежових споруд, які є складними інженерними

об'єктами, визначаються функціональним призначенням та характером силових навантажень, які вони сприймають в процесі експлуатації. Несвоєчасне виявлення критичного крену може привести до необхідності виконання дороговартісного ремонту або зупинення її подальшої експлуатації шляхом демонтажу. Висотні вежові споруди особливо чутливі до впливу динамічних (вітер) та статичних (температура, осідання) навантажень. Вдосконалення геодезичного моніторингу за технічним станом вежових споруд вимагає розробки методології врахування кількісних та якісних факторів впливу на результати визначення точності їхніх деформацій, в тому числі кренів.

Вежові споруди забезпечують технологію функціонування об'єктів енергетичної інфраструктури, засобів транспорту й зв'язку, промислових, хімічних, гірничодобувних та інших підприємств. Висота вежових споруд значно перевищує розміри в плані та можливі конструкції визначаються їхнім призначенням для вирішення відповідних технологічних задач. Характерним показником спільної деформації споруди вежового типу та її основи є відхилення фактичних геометричних параметрів від проектних або нормативних, що характеризується величиною крена та осідання [1].

Геодезичний моніторинг крену вежових споруд критично важливий для своєчасного виявлення аварійних ситуацій, спричинених нерівномірним осіданням фундаментів, дефектами конструкцій або пошкодженнями внаслідок воєнного екоциду. Спостереження за деформаціями вежових споруд, здійснюють відповідно з вимогами чинних нормативних документів [1,2,3]. Нормативні вимоги обмежують сумісну деформацію основи й споруди та їхні гранично допустимі величини. Визначення кренів виконується відповідно технічного завдання на виконання геодезичних робіт, яке обов'язково передбачає розрахунок необхідної точності геодезичних вимірювань [4,5,6,7,8].

Мета та постановка задачі статті

Аналіз існуючого інструментарію математичного апарату оцінки з підвищення точності визначення кренів висотних вежових споруд методами геодезичного моніторингу дозволив сформулювати мету та задачі статті. Мета дослідження полягає у підвищенні достовірності та точності визначення кренів вежових споруд шляхом обґрунтування методики розрахунку надійності точності геодезичних робіт, що базується на комплексній оцінці джерел похибок з використанням лінгвістичних змінних. Для цього необхідно вирішити наступні задачі:

- провести теоретичний аналіз досліджень з впливу джерел похибок та інструментарію методології оцінювання точності геодезичних вимірювань при визначенні крену вежових споруд;
- запропонувати методологію оцінювання надійності точності геодезичних вимірювань під час визначення кренів вежових споруд з врахуванням впливу систематичних та випадкових похибок як лінгвістичних змінних, що характеризуються якісними та кількісними параметрами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблеми розвитку інструментарію, обґрунтуванню і вибору методології виконання геодезичних робіт при дослідженні деформацій вежових споруд окреслено в роботах [8,9,10].

В роботі [8] висвітлено аналіз існуючих геодезичних інструментальних методів визначення крену вежових споруд. Наведено результати експериментальних досліджень крену вежової споруди енергетичної інфраструктури. Запропоновано алгоритм підготовки прийняття управлінських рішень стосовно оцінювання технічного стану вежових споруд за результатами геодезичного моніторингу.

В посібнику [11] розглянуто застосування теорії похибок та способу найменших квадратів для опрацювання результатів геодезичних вимірів. Наведено методики математичної обробки результатів рівноточних та нерівноточних вимірів. Охарактеризовано способи зрівнювання результатів вимірів в геодезії та оцінки точності. Розглянуто питання зрівнювання системи вимірних величин, пов'язаних умовами з додатковими невідомими.

В статті [12] аналізується точність визначення площ при інвентаризації земель геодезичними методами. Підкреслено, що точність сучасних опорних мереж не може забезпечити достовірність визначення площ. Наведено методику дослідження точності визначення площ за результатами геодезичних вимірів.

В роботі [13] наведено оцінку точності вимірювання просторових кутів та досліджено вплив значень лінійних вимірів довжин сторін на величини цих кутів. За результатами математичного моделювання встановлено середньоквадратичні похибки обчислень кутів і встановлено їхню апіорну оцінку. Аналіз апіорної оцінки точності вимірювання кутів, отриманої за результатами числових експериментів, підтвердив вплив значень лінійних вимірів довжин сторін на величини просторових кутів.

В роботі [15] висвітлено теоретичні питання з математичної обробки результатів вимірів та методи отримання кількісних та якісних характеристик вимірних величин. Наведено відомості з математичної статистики та теорії похибок вимірів, що дозволяють визначити критерії оцінки точності та методи розрахунку точності. Розглянуто сумісний вплив систематичних та випадкових похибок.

В посібнику [16] наведено теоретичні основи математичного оцінювання геодезичних вимірювань та теорії похибок вимірювань. Наведені теоретичні положення та методи, що рекомендується використовувати для розв'язання різноманітних задач математичного опрацювання геодезичних вимірювань.

В посібнику [17] висвітлено теоретичні та методичні основи теорії похибок вимірів. Розглянуто математичне опрацювання геодезичних вимірів та їх застосування для опрацювання результатів виконаних

геодезичних робіт та ймовірної оцінки їх точності. Надано рекомендації використання теорії ймовірностей та математичної статистики при математичному опрацюванні геодезичних вимірів.

В роботах [14, 18] висвітлено методику виконання спостережень методами глобальних навігаційних супутникових систем (ГНСС). Відзначено, що ГНСС також застосовують в задачах геодезичного моніторингу технічного стану споруд в комплексі з іншими технологіями, наприклад з використанням роботизованих тахеометрів.

В статті [19] розглянуто можливість використання супутникових спостережень для моніторингу територій та об'єктів нерухомості, а також визначення вертикальних і горизонтальних кутів з точністю IV класу. Розглянуто врахування похибок при геодезичному моніторингу за багатопрохідністю поширення сигналу і рефракцію.

Аналіз літературних джерел свідчить про відсутність вичерпних системних досліджень з інструментарію методології визначення кренів вежових споруд та математичного апарату опрацювання результатів вимірів при оцінюванні надійності точності геодезичних вимірювань з врахуванням систематичних та випадкових похибок, які характеризуються кількісними та якісними параметрами.

Виклад основного матеріалу

Геодезичний моніторинг за деформаціями вежових споруд здійснюють за результатами традиційних кутових та лінійних вимірювань та з використанням сучасних супутникових технологій [5-10]. Крен існуючих вежових споруд в залежності від необхідної точності, висоти споруди та умов місцевості може бути визначено такими способами: координат, напрямків, малих кутів, вертикального проектування, зенітних відстаней, високоточного нівелювання марок осідання, напрямків з одного опорного пункту та стереофотограмметричним [5,6]. Кутові та лінійні геодезичні вимірювання виконують з певними похибками.

Розрахунок необхідної точності геодезичних вимірювань виконують для кожного циклу спостережень за деформацією вежової споруди з врахуванням вимог до точності визначення крену, яка не повинна перевищувати відповідних будівельних допусків [4,5]. Математичні методи опрацювання геодезичних вимірювань дозволяють визначити похибку функції вимірюваних величин до допустимого рівня шляхом пошуку середньої квадратичної похибки.

Методику розрахунку необхідної точності визначення крену вежових споруд вибирають в залежності від способу його визначення, значень вимірюваних геодезичними приладами фізичних величин, а саме кутів, відстаней й перевищень [13,15,16]. При геодезичних спостереженнях за креном вежових споруд розповсюдженими способами необхідна середня квадратична похибка може бути розрахована за залежністю

$$m_k = \frac{m_\gamma \sqrt{2(S_1^2 + S_2^2)}}{\rho^2 \sin \gamma}, \quad (1)$$

де m_γ – необхідна середня квадратична похибка вимірювання горизонтальних кутів;

S_1, S_2 – відстані від пункту опорної геодезичної мережі, з якої виконуються вимірювання горизонтальних кутів до відповідного центра верхнього перерізу вежової споруди;

γ – вимірюваний кут прямої засічки;

$\rho = 206265$.

При визначенні крену вежової споруди способом високоточного гідростатичного або геометричного нівелювання середня квадратична похибка розрахунку величини крену може бути обчислена за формулою

$$m_k = m_h \frac{H}{d} \sqrt{2}, \quad (2)$$

де m_h – середня квадратична похибка вимірювання перевищень між марками та пунктом опорної геодезичної мережі;

H – висота вежової споруди над контрольним перерізом вежової споруди;

d – діаметр контрольного перерізу споруди.

Аналіз формул (1,2) свідчить, що в практиці обчислення сумарної характеристики оцінювання визначення точності крену вежових споруд одним із існуючих способів, як зімкнутої ланки з окремих ланцюгів, необхідно враховувати випадкові та систематичні похибки, які можливі при геодезичних вимірюваннях. Середня квадратична похибка визначення крена вежової споруди обчислюється за формулою

$$m_k^2 = \sum m_b^2 + \sum m_c^2, \quad (3)$$

де $\sum m_b$ – сумарна середня квадратична похибка випадкових величин;

$\sum m_c$ – сумарна середня квадратична похибка систематичних величин.

При апостеріорній оцінці точності визначення крену вежових споруд як функції незалежних результатів нерівноточних вимірюваних величин (кутових лінійних, довжин тощо) рекомендується визначати за залежністю [11]

$$\frac{1}{P_y} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 \frac{1}{P_1} + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 \frac{1}{P_2} + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right)^2 \frac{1}{P_i} \quad (4)$$

де P_y – вага функції результатів нерівноточних вимірювань;

$P_1, P_2, \dots, P_i$ – ваги окремих результатів вимірюваних величин $x_1, x_2, \dots, x_i$.

Застосування залежності [4] потребує визначення значень вагових коефіцієнтів $P_y, P_1, P_2, \dots, P_i$, які є домінуючими під час розрахунку надійності точності визначення достовірних величин крену. Для формування оптимальних оцінок невідомих змінних послідовностей вимірюваних величин протягом певного часу використовується модель адаптивного фільтра Калмана [20]. При використанні спеціального алгоритма фільтра Калмана враховується фізична модель системи, інформація попередніх вимірювань для виконання прогнозування, яка не завжди є в повному обсязі та достовірна про технічний стан вежової споруди.

Для моделювання складних процесів, на характер зміни яких впливає значна множина кількісних та якісних факторів, рекомендується використовувати математичний апарат нечіткої логіки та теорії нечітких множин й лінгвістичних змінних [21, 22]. Принцип ідентифікації нелінійних об'єктів нечіткими базами знань ґрунтується на описанні вхідних та вихідних змінних лінгвістичними змінними, які оцінюються не кількісними, а якісними термами. Кожний терм, що описує лінгвістичну змінну формалізується у вигляді нечіткої множини, яка задана на відповідній універсальній множині [21, 22]. Метод ідентифікації нелінійних об'єктів нечіткими базами знань дозволяє використовувати експертно-лінгвістичну інформацію при багатофакторному аналізі впливу кількісних та якісних факторів на цільову функцію, за яку можна прийняти необхідну точність визначення кренів вежових споруд.

Розглядаючи необхідну точність визначення крену вежових споруд на системному рівні відповідно до залежності (3), як лінгвістичну змінну ($y = m_k$) можна подати у вигляді співвідношення

$$y = f(x_1, x_2), \quad (5)$$

де x_1 – лінгвістична змінна, що описує вплив випадкових та систематичних середніх сумарних квадратичних похибок величин вимірювання горизонтальних кутів;

x_2 – лінгвістична змінна, що описує вплив систематичних та випадкових сумарних середніх квадратичних похибок величин вимірювання горизонтальних відстаней.

Лінгвістичну змінну x , що описує вплив випадкових та систематичних середніх квадратичних похибок окремих величин на точність вимірювань горизонтальних кутів, можна описати в загальному вигляді виразом

$$x_1 = f_1(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1i}), \quad (6)$$

де $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1i}$ – лінгвістичні змінні, що характеризують вплив окремих випадкових та систематичних похибок під час виконання кутових геодезичних вимірювань.

Лінгвістичну змінну, що описує вплив середніх квадратичних похибок окремих випадкових систематичних похибок під час виконання лінійних геодезичних вимірювань, можна подати в загальному вигляді співвідношенням

$$x_2 = f_2(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2i}), \quad (7)$$

де $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2i}$ – лінгвістичні змінні, що характеризують вплив окремих випадкових систематичних похибок під час виконання лінійних геодезичних вимірювань.

Співвідношення (5, 6, 7) слугують підґрунтям для формалізації та ієрархічної класифікації факторів впливу окремих похибок геодезичних вимірювань. Результати класифікації факторів впливу будуть використані для розроблення математичної моделі з оцінювання надійності точності визначення крену вежових споруд з врахуванням систематичних та випадкових похибок, що визначаються кількісними та якісними параметрами впливу.

За результатами формалізації та класифікації похибок, що впливають на точність визначення крену вежових споруд на системному рівні, запропоновано модель ієрархічних зв'язків між лінгвістичними змінними (формула 6,7) у сумарному вигляді дерева логічного висновку (рис. 1). Корінь дерева логічного висновку (рис. 1) відповідає середній квадратичній похибці визначення кренів вежової споруди, а висячі вершини-фактори як лінгвістичні змінні, які є визначальними чинниками впливу на цільову функцію. Структура дерева логічного висновку ієрархічних зв'язків середніх квадратичних похибок системних та випадкових похибок результатів геодезичних вимірювань корегується в залежності від способу визначення крену вежових споруд.

Оцінювання лінгвістичних змінних, які описують вплив окремих похибок на точність визначення крену вежової споруди, здійснюється за допомогою якісних нечітких термів [21]. Як нечіткі терми для оцінювання лінгвістичних змінних прийнято кількісні вирази «мала» (похибка, яка характеризує мінімальне відхилення результату вимірювань від його дійсного значення) (М), «нижче середньої» (НС), «середня» (С), «вище середньої» (ВС) та «надмірна» (похибка яка істотно перевищує очікувану величину результатів вимірювань за даних умов) (Н).

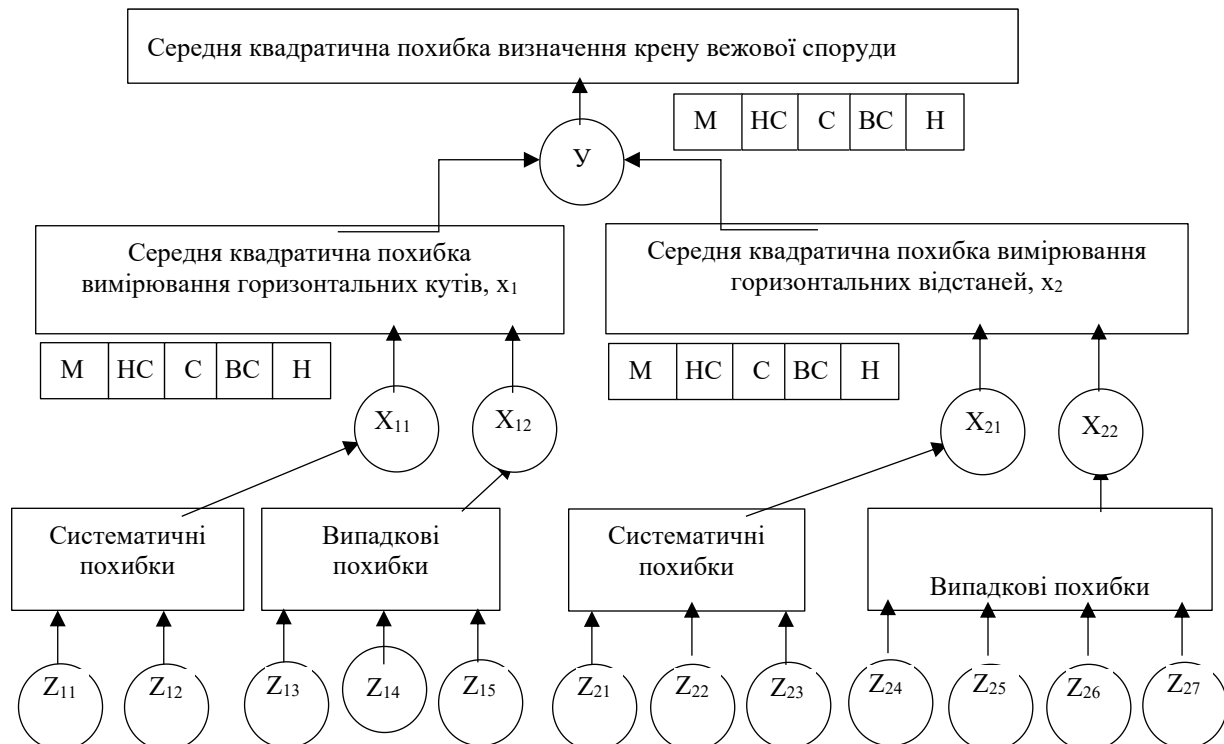


Рис.1. Дерево логічного висновку ієрархічних зв'язків середніх квадратичних систематичних та випадкових похибок вимірювання горизонтальних кутів та відстаней, що впливають на прогнозовану середню квадратичну похибку визначення крену вежової споруди

Під час вимірювання горизонтальних кутів можливими систематичними похибками є похибка приладу (Z_{11}) та відлікового пристрою (Z_{12}), а випадковими похибками – впливу зовнішніх умов (Z_{13}) центрування приладу (Z_{14}) та центрування візирної цілі (Z_{15}). Під час вимірювання горизонтальних відстаней можливими систематичними похибками є похибка компарування мірного приладу (Z_{21}), похибка укладання мірного приладу в створ (Z_{22}), похибка перевищення кінців мірного приладу (Z_{23}), а випадковими похибками – похибка за температуру мірного приладу (Z_{24}), за натягування мірного приладу (Z_{25}), взяття відліків (Z_{26}) та фіксації мірного приладу (Z_{27}).

Висновки

Точність визначення крену вежових споруд критично залежить від компенсації систематичних та випадкових похибок за результатами геодезичних вимірювань. Традиційні методи з оцінювання точності геодезичних вимірювань без відповідної корекції можуть давати похибку, що перевищує допустимі нормативні вимоги до визначення точності деформацій вежових споруд.

Використання математичного апарату теорії нечітких множин та лінгвістичних змінних є інструментарієм встановлення ієрархічних зв'язків між факторами впливу на системному рівні під час багатокритеріального аналізу оцінювання достовірності врахування систематичних та випадкових похибок геодезичних вимірювань на надійність точності визначення крену вежових споруд. Підвищення надійності контролю за технічним станом вежових споруд сприяє забезпеченню їхньої безпечної експлуатації.

Література

- ДБН В.1.2-6:2021. Основні вимоги до будівель і споруд. Механічний опір та стійкість. К.: Мінрегіонбуд України. 2022. (редакція від 20.04.2023). с. 30
- ДБН В.1.2-14:2018 Загальні принципи забезпечення надійності і конструктивної безпеки будівель і споруд. К.: Мінрегіонбуд України. 2018.
- ДБН В.1.3-2:2010. Система забезпечення точності геометричних параметрів у будівництві. Геодезичні роботи у будівництві. К.: Мінрегіонбуд України. 2010. 49 с.
- ДСТУ-Н Б.В.1.3-1:2009. Виконання вимірювань, розрахунків та контроль точності геометричних параметрів. Чинний від 01.10.2010. К.: Мінрегіонбуд України. 2010. 71 с.
- Optics and optical instruments. Field procedures for testing geodesic and surveying instruments. Part 5: Total stations. 2018.
- С. П. Войтенко. Геодезичні роботи в будівництві. Навч. посібник. К.: ІСДО, 1993. 144 с.
- О. М. Лівінський та ін. Контроль якості будівельно-монтажних робіт. К.: «МП Леся». 2018. 776 с.
- Ратушняк Г.С. Методика та результати визначення крену інженерних споруд вежового типу. II Вісник ВПІ. 1993. №1. С. 32-35.
- Ратушняк Г.С. Визначення крену вежових споруд. II Вісник геодезії та картографії. 1995. №1. С. 48-52.
- Ратушняк Г.С. Геодезичний моніторинг технічного стану вежових споруд в умовах воєнного екоциду. Сучасні

технології, матеріали і конструкції у будівництві. Том 38, №1. 2025. С. 143-150.

11. Метешкін К.О., Шаульський Д.В. Математична обробка геодезичних вимірювань. Навч. посібник. Х.: ХНАМГ. 2012. 177 с.
12. Літнарів Р.М. Дослідження точності геодезичних робіт для забезпечення облікової одиниці площі при інвентаризації земель. Навчальний посібник. Ч. 1. Чернівці: ЧДІЕУ. 2001. 32 с.
13. Фис М., Лозинський В., Бريدун А., Покотило І. Дослідження точності визначення просторових кутів між пунктами, отриманих за лінійними вимірюваннями. Зб. наук. праць «Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва». Вип. 2 (46). МНТК «ГЕОФОРУМ». 2023. с. 63-68.
14. Головашкін В. Геодезичні вимірювання супутниковими методами під час спостережень за осадкою і зміщенням великих інженерних споруд. Вісник Держгидрографії. №3(31). 2010. с. 4-9.
15. Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів. Навч. посібник. Київ: КНУБА. 2003. 216 с.
16. Зазуляк П.М., Гаврик В.І., Євсєєва Е.М., Йосипчук М.Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань. Навч. посібник. Львів: Растр. 2007. 408 с.
17. Рижок З.Р., Поляковська Л.Л., Ступень Р.М., Колодій П.П. Математична обробка геодезичних вимірювань. Навч. посібник. Львів: «Галицька видавнича спілка». 2020. 179 с.
18. Медведський Ю.В. Глобальні навігаційні супутникові системи. Конспект лекцій. Київ: КНУБА. 2025. 112 с.
19. Чернега П., Янчук О. Дослідження точності GPS-спостережень при закритих частинах горизонту. Геодезія, картографія і аерофотозіомка. Вип. 71. 2009. с. 99-109.
20. Тараненко Ю.К., Олійник О.Ю. Модель адаптивного фільтра Калмана. Технологія приладобудування. №1. 2017. Дніпро. С. 9-11.
21. Rotshtein A. Design and tuning of fuzzy if then rules for medical diagnosis. In N-H. Teodosic (ed): Fuzzy and Neural-Fuzzy. Systems in Medical and Biomedical Engineering. CRC Press. 1998. P. 35-97.
22. Ротштейн О.П., Кашканов А.В., Зелінська О.В., Кателіников Д.І. Нечіткий сценарний аналіз узагальнених динамічних систем. Кібернетика та системний аналіз. Том 62. Випуск 1. 2026. С. 89–99.

References

1. DBN V.1.2-6:2021. Osnovni vymohy do budivel i sporud. Mekhanichniy opir ta stiikist. K.: Minrehionbud Ukrainy. 2022. (redaktsiia vid 20.04.2023). s. 30
2. DBN V.1.2-14:2018 Zahalni pryntsypy zabezpechennia nadiinosti i konstruktyvnoi bezpeky budivel i sporud. K.: Minrehionbud Ukrainy. 2018.
3. DBN V.1.3-2:2010. Systema zabezpechennia tochnosti heometrychnykh parametriv u budivnytstvi. Heodezychni roboty u budivnytstvi. K.: Minrehionbud Ukrainy. 2010. 49 s.
4. DSTU-N B.V.1.3-1:2009. Vykonnannya vymiryuvan, rozrakhunok ta kontrol tochnosti heometrychnykh parametriv. Chynnyi vid 01.10.2010. K.: Minrehionbud Ukrainy. 2010. 71 s.
5. Optics and optical instruments. Field procedures for testing geodesic and surveying instruments. Part 5: Total stations. 2018.
6. S. P. Voitenko. Heodezychni roboty v budivnytstvi. Navch. posibnyk. K.: ISDO, 1993. 144 s.
7. O. M. Livinskyi ta in. Kontrol yakosti budivselno-montazhnykh robot. K.: «MP Lesia». 2018. 776 s.
8. Ratushniak H.S. Metodyka ta rezultaty vyznachennia krenu inzhenernykh sporud vezhovoho typu. II Visnyk VPI. 1993. №1. S. 32-35.
9. Ratushniak H.S. Vyznachennia krenu vezhovyykh sporud. II Visnyk heodezii ta kartohrafi. 1995. №1. S. 48-52.
10. Ratushniak H.S. Heodezychni monitorynh tekhnichnoho stanu vezhovyykh sporud v umovakh voiennoho ekotsydu. Suchasni tekhnologii, materialy i konstruktii u budivnytstvi. Tom 38, №1. 2025. S. 143-150.
11. Meteshkin K.O., Shaulytskyi D.V. Matematychna obrobka heodezychnykh vymiryuvan. Navch. posibnyk. Kh.: KhNAMH. 2012. 177 s.
12. Litnarovich R.M. Doslidzhennia tochnosti heodezychnykh robir dlia zabezpechennia oblikovoi odynitsi ploshchi pry inventaryzatsii zemel. Navchalnyi posibnyk. Ch. 1. Chernihiv: ChDIEU. 2001. 32 s.
13. Fys M., Lozynskyi V., Brydun A., Pokotylo I. Doslidzhennia tochnosti vyznachennia prostorovykh kutiv mizh punktamy, otrymanykh za liniinymy vymiryuvanniamy. Zb. nauk. prats «Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva». Vyp. 2 (46). MNTK «HEOFORUM». 2023. s. 63-68.
14. Holovashkin V. Heodezychni vymiryuvannia suputnykovymi metodamy pid chas sposterezhen za osadkoiu i zmishchenniam velykykh inzhenernykh sporud. Visnyk Derzhhidrografii. №3(31). 2010. s. 4-9.
15. Voitenko S.P. Matematychna obrobka heodezychnykh vymiriv. Teoriia pokhybok vymiriv. Navch. posibnyk. Kyiv: KNUBA. 2003. 216 s.
16. Zazuliak P.M., Havryk V.I., Yevseieva E.M., Yosypchuk M.D. Osnovy matematychnoho opratsiuvannia heodezychnykh vymiryuvan. Navch. posibnyk. Lviv: Rastr. 2007. 408 s.
17. Ryzhok Z.R., Poliakovska L.L., Stupen R.M., Kolodii P.P. Matematychna obrobka heodezychnykh vymiryuvan. Navch. posibnyk. Lviv: «Halytska vydavnycha spilka». 2020. 179 s.
18. Medvedskyi Yu.V. Hlobalni navihatsiini suputnykovi systemy. Konspekt lektzii. Kyiv: KNUBA. 2025. 112 s.
19. Cherneha P., Yanchuk O. Doslidzhennia tochnosti GPS-sposterezhen pry zakrytykh chastynakh horyzontu. Heodeziia, kartohrafiia i aerofotoziomka. Vyp. 71. 2009. s. 99-109.
20. Taranenko Yu.K., Oliinyk O.Iu. Model adaptivnoho filtra Kalmana. Tekhnologii pryladobuduvannia. №1. 2017. Dnipro. S. 9-11.
21. Rotshtein A. Design and tuning of fuzzy if then rules for medical diagnosis. In N-H. Teodosic (ed): Fuzzy and Neural-Fuzzy. Systems in Medical and Biomedical Engineering. CRC Press. 1998. P. 35-97.
22. Rotshtein O.P., Kashkanov A.V., Zelinska O.V., Katielnikov D.I. Nechitkyi stsenarnyi analiz uzahalnenykh dynamichnykh system. Kibernetika ta systemnyi analiz. Tom 62. Vypusk 1. 2026. S. 89–99.