DOI 10.31891/2307-5732-2024-337-3-14 УДК 621.396.969.1

ПАРХОМЕЙ ІГОР

Національний авіаційний університет <u>https://orcid.org/0000-0002-9510-7657</u> e-mail: <u>i_parhomey@ukr.net</u>

БОЙКО ЮЛІЙ Хмельницький національний університет

https://orcid.org/0000-0003-0603-7827 e-mail: <u>boiko_julius@ukr.net</u>

ТКАЧУК ВІТАЛІЙ Хмельницький національний університет <u>https://orcid.org/0000-0003-0640-2740</u> е-mail: <u>tkachukv.p@gmail.com</u>

СВАЧІЙ ОЛЕГ

Хмельницький національний університет https://orcid.org/0009-0004-4470-0305 e-mail: oleg.svachiy.ninetynine19@gmail.com

МЕТОДИКА ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ АВТОМАТИЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ РОБОТОТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ ДОДАТКОВИХ МОДУЛІВ БПЛА

В роботі наведено методику підвищення точності автоматизованого керування робототехнічними системами додаткових модулів безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Описано вдосконалений алгоритм визначення взаємного позиціонування літальних апаратів який спрямований на підвищення точності системи управління літаком в умовах необхідної потреби дозаправки. Запропонований результат базується на використанні апарату подвійних кватерніонів та розширеного фільтру Калмана. Під час дослідження виконується симуляція та перевірка ефективності розробленого методу.

Ключові слова: БПЛА, фільтр Калмана, алгоритму управління, кватерніони, позиціонування.

PARKHOMEY IGOR National Aviation University BOIKO JULIY, TKACHUK VITALII, SVACHII OLEH Khmelnytskyi National University

METHOD FOR INCREASING THE ACCURACY OF AUTOMATED CONTROL OF ROBOTIC SYSTEMS OF ADDITIONAL UAV MODULES

The paper presents a methodology for improving the accuracy of automated control of robotic systems of additional modules of unmanned aerial vehicles (UAVs). An improved algorithm for determining the relative positioning of aircraft is described, which is aimed at improving the accuracy of the aircraft control system under conditions of necessary refueling. A critical aspect of military operations using UAVs is the ability to refuel in the air. Such an operation increases the efficiency of the aircraft, expanding its range and endurance (the amount of time spent in the air), which allows it to reach any point on the globe if necessary. In addition, having the ability to refuel, military UAVs are able to carry the maximum amount of weapons without reducing the flight range due to additional weight. In fact, this allows UAVs to be more effective in attacking and destroying enemy air and ground targets. The result proposed in the article is based on the use of a dual quaternion apparatus and an extended Kalman filter. Double quaternions were used to extend the theoretical results that exist for calculating relative motion, as well as similar calculations, of combined position and relative motion. This was achieved by replacing standard quaternion calculations with double quaternions, without performing additional steps to derive new equations. The study simulates and tests the effectiveness of the developed method. The scientific novelty of the presented study is that the chosen method for determining mutual positioning has not yet been used for UAVs during the refueling procedure. The practical significance of the obtained results lies in obtaining an algorithm for determining mutual positioning that has increased accuracy compared to analogs. Recommendations for further work on this research topic are also developed.

Keywords: UAV, Kalman filter, control algorithm, quaternions, positioning.

Постановка проблеми

У сучасному світі стрімко розвивається робототехніка, зокрема системи управління робототехнічними системами та різними автономними та автоматичними системами [1]. Безпілотні літальні апарати (БПЛА) не є виключенням. Для їх ефективної роботи необхідно вирішити велику кількість задач, зокрема задачу автономної дозаправки такого літального апарату (ЛА) в повітрі [2].

Однією з проблем, що необхідно вирішити для підвищення точності системи управління БПЛА під час дозаправки є визначення взаємного позиціонування та взаємних швидкостей літака-заправника (танкера), та БПЛА, що потребує дозаправки. Вона є актуальною та не повністю вирішеною, через особливу складність останніх етапів стиковки, а саме дії навколишнього середовища та похибки навігаційних приладів [3, 4].

Дану статтю присвячено опису методики вдосконалення алгоритму визначення взаємного позиціонування літальних апаратів з метою підвищення точності системи автоматичного управління БПЛА, що потребує дозаправки. Методи дослідження та досягнення результату базуються на подвійних кватерніонах та розширеному фільтрі Калмана [5]. Під час дослідження виконується симуляція та перевірка ефективності розробленого методу.

Наукова новизна представленого дослідження полягає в тому, що обраний метод визначення взаємного позиціонування ще не використовувався для БПЛА під час процедури дозаправки.

Практичне значення отриманих результатів полягає в отриманні алгоритму визначення взаємного позиціонування, який має підвищену точність роботи щодо аналогів. Також необхідно розробити рекомендації щодо подальшої роботи над даною темою досліджень.

Аналіз останніх джерел

Як обговорювалось у роботах [6, 7] БПЛА грають важливу роль у сучасних військових інноваціях та забезпечення потреб цивільної інфраструктури. Вони використовуються при знаходженні критично важливих для швидкого виявлення цілей; повідомленні позицій противника та передачі їх у командні пункти поля бою; знищення стратегічних цілей та літальних систем, що знаходяться на землі. Крім того, багато з цих БПЛА розробляються так, щоб залишатись у польоті на періоди часу у 18 годин і більше. На жаль, при цьому цим транспортним засобам доводиться повертатися до своїх баз для отримання більшої кількості палива. Це обмеження створює логістичні проблеми управління на полі бою [8].

Критичним аспектом військових літальних операцій є можливість заправки в повітрі. Подібна операція збільшує ефективність літака, розширюючи його дальність і витривалість (кількість часу, проведеного у повітрі), що дозволяє йому при необхідності досягати будь-якої точки земної кулі. До того ж, маючи можливість дозаправки, військові БПЛА здатні перевозити максимальну кількість зброї без зменшення дальності перельоту за рахунок додаткової ваги. Фактично, це дозволяє БПЛА бути більш ефективними при атаці та знищенні ворожих повітряних та наземних об'єктів [9].

Існує п'ять ключових технічних проблем автоматизованої дозаправки у повітрі (АДП) [10]:

1. Здатність «бачити поруч»: процедура заправки проходить в безпосередній близькості БПЛА до літака-танкера (ЛЗ). Тому для БПЛА дуже важливо з високим рівнем точності знати, як саме він розташований відносно літака-танкера. Отже для забезпечити безпеки стикування й утримання одного взаємного розташування БПЛА та ЛЗ важливо створити високоточну сенсорну систему в поєднанні зі складними алгоритмами системи управління польотом.

2. Уникнення зіткнень: для БПЛА дуже важливо уникати зіткнень як з ЛЗ, так і з іншими літальними апаратами (ЛА) що працюють з ним в одному повітряному просторі. Під час АДП акцент робиться на уникненні зіткнення лише з ЛЗ.

3. Командування та контроль: для БПЛА важливо реагувати та повідомляти оператора дозаправки в разі виникнення небезпечної умови заправки. Ці команди мають бути виконані враховуючи малу відстань між БПЛА та ЛЗ та присутності віддаленого керування БПЛА з ЛЗ.

4. Інтеграція літальних апаратів: реалізація можливості АДП на БПЛА потребуватиме модифікацій обох пристроїв (ЛЗ та БПЛА). З точки зору витрат, обслуговування та доступності, важливо мінімізувати модифікації флоту ЛЗ. Крім того, через обмеження ваги та розміру, які притаманні сучасним БПЛА, розмір і вага обладнання для заправки цього транспортного засобу також повинні бути мінімізовані.

5. Обмеження в реальному світі: система заправки БПЛА повинна бути функціональною за будьяких погодних умов, а також в денний і нічний час. Крім того, оскільки потрібна посилена передача даних, системи зв'язку мають бути з низькою затримкою, мати низьку швидкість втрати даних та бути здатними до надійного шифрування даних.

Цей список технічних проблем не є повним. Існують додаткові технічні проблеми з повітряною дозаправкою та БПЛА. До них належать, але не обмежуються ними, управління під час надзвичайних ситуацій, поза межами зору або зв'язку між БПЛА та його оператором і повне уникнення зіткнень у повітряному просторі.

Ці проблеми, зокрема проблема «бачити поруч», що включає в себе обрання та керування сенсорами та безпосередньо управління БПЛА мають багато рішень та підходів [11]. Наприклад, для успішного виконання дозаправки необхідні закони управління, що виконує як ЛЗ так і БПЛА, рис. 1.



Рис. 1. Дозаправка за допомогою штанги/стріли (ДШТ)

Проведемо короткий огляд робіт присвячених окресленій проблематиці. В роботі [9] запропоновано надійний лінійний квадратичний регулятор (LQR) та Н∞ контролер, який відстежує опорний сигнал від компонування вимірювань з глобальної системи позиціонування (GPS) та датчика штучного зору. В роботі [12] розглянуто проблему розробки конструкції автопілоту автономної заправки повітрям із застосуванням методик диференціальних ігор та адаптивного керування. Для компенсації вихрових невизначеностей використовувався адаптивний керуючий сигнал. У роботі [13] використовував кількісну теорію зворотного зв'язку для розробки автоматичної системи управління польотом на станції управління для регулювання положення ЛА, що отримує паливо відносно ЛЗ під час заправки повітря-повітря, припускаючи, що наявний відносний навігаційний датчик. У роботі [14] була розроблена система штучного зору для оцінки відносної позиції, заснована на локалізації пасивних інфрачервоних маркерів, які мають відомий розподіл геометрії. В дослідженнях викладених у [15] запропоновано оптимальну ненульову задану температуру із структурою контролю швидкості для відстеження стикування зі стаціонарним дрогером у турбулентності, використовуючи комбінований датчик на основі комп'ютерного зору. У роботі [16, 17] розглядаються базові принципи розпізнавання за рахунок кольорів та розпізнавання границь простих фігур, розглядається Гаусівська диференційна кореляція з використанням методу найменших квадратів, застосування двох алгоритмів на основі співставлення простих форм та на основі сегментації зображень, використання МЕМЅакселерометрів та інерціальних навігаційних систем тощо.

Метою роботи є розробка методики створення алгоритму управління та визначення взаємного позиціонування БПЛА та ЛЗ, а також розробка критеріїв оцінювання алгоритму на основі рівняння розширеного фільтру Калмана (РФК) з використанням подвійних кватерніонів.

Розробка алгоритму управління та визначення взаємного позиціонування БПЛА та ЛЗ

У загальному вигляді можна виділити 4 ключові компоненти, що необхідні для виконання дозаправки БПЛА.

1. Сенсори

Існує багато видів сенсорів та рішень, що на них засновуються, які допомагають визначити взаємне розташування ЛА. Нижче наведено декілька з них.

Світловипромінювальні діодні маяки (VisNav) (рис. 2).



Рис. 2. Схема формування VisNav

Навігаційна система на основі комп'ютерного бачення під назвою VisNav [18] забезпечує високоточну інформацію про шість ступенів свободи для навігаційних програм у реальному часі. VisNav – кооперативна технологія бачення, в якій набір маяків встановлений на цільовому тілі (наприклад на корзинці чи штанзі ЛЗ) контролюється датчиком VisNav, що встановлений на корпус літака, зо потребує заправки.

На рис. 2 схематично зображено принцип роботи VisNav.

GPS

Передбачається, що і ЛА, і ЛЗ обладнані GPS та функціональним зв'язком. Для простоти передбачається, що GPS закріплений у центрі маси літака. ЛА додатково оснащений комп'ютерним баченням, що використовується для визначення відносного розташування під час операцій з високою близькістю.

Камера

Камера може бути встановлена як на літаку, що заправляється, так і на ЛЗ. Існує багато різних конфігурацій камер, які використовують для різних методів машинного бачення.

• Визначення взаємного положення з використанням однієї камери.

Існує досить багато підходів для визначення взаємного розташування, використовуючи одну камеру.

Бінокулярний зір.

Бінокулярний зір досягається наявністю двох камер. Це дає змогу без особливих проблем визначати 6 ступенів свободи системи бінокулярної камери із перекриттям поля зору, поєднуючи спостереження обох камер [16] (рис. 3). Ми припускаємо, що у кожної камери є відомі параметри і фіксована орієнтація, при якій вони перекривають одна одну. Встановлюється деяка єдина координата (кадр), на який дивляться обидві камери. Можна розрахувати орієнтацію камер відносно цього кадру.



Рис. 3. Бінокулярний зір при утворенні схеми спільного кадру

- 2. Контролер.
- 3. Система управління.

На рисунку 4 зображена системна блок-схема подання всього алгоритму сенсорно-навігаційного управління.

Опис схеми управління наступний: n_1 — шум датчика комп'ютерного бачення, n_2 — шум датчика зворотного зв'язку літака, n_3 — помилка вимірювання інерційного положення літака, $n_4 = n_1 + n_3$, w пориви вітру, а Δd — збурення, викликані високочастотною немодельованою динамікою. Комп'ютерне бачення вимірює відносний вектор положення між літаком приймача та штангою, а також деяким шумом вимірювання. Таким чином, вихід датчика дорівнює дію $y = y + n_1$. Отже, щоб отримати інерційне положення штанги, до вимірювання комп'ютерним зором, слід врахувати положення літака приймача.

Інерційне положення літака приймача вимірюється деяким вимірювальним шумом, а отриманий сигнал — у + n₃. Коли цей сигнал додається до вимірювання датчику зору, –у та +у компенсують один одного, показуючи, що загальна система не має зворотного зв'язку щодо положення літака приймача у.



Рис. 4. Схема системи автоматичного управління: CE – стабілізуючий елемент; VisNav - навігаційна система на основі комп'ютерного бачення; МГОТ - блок генерації опорної траскторії

Отриманий сигнал, що подається на модуль генерації траєкторії у+n₁+n₃, складається лише з інерційної позиції штанги, помилки вимірювання інерційної позиції штанги та шуму датчика зору, які не залежать від інерційного положення літака приймача у. Вихід модуля генерації траєкторії у* +n₄ також не залежить від у.

4. Обладнання для виконання дозаправки.

Розробка системи визначення взаємного положенні літальних апаратів

Нехай кадр В і кадр D – це два рухомих кадри, визначені до переслідувача та цільового ЛА, відповідно. Тоді кутове прискорення кадру В по відношенню до кадру D визначається як:

Технічні науки	ISSN 2307-5732
$\bar{\alpha}_{B/D} = \bar{\alpha}_{B/I} - \bar{\alpha}_{D/I} - \bar{\omega}_{D/I} \times \bar{\omega}_B$	// (1)

де $\bar{\omega}_{Y/Z}$ - кутова швидкість кадру Y щодо кадру Z, $\bar{\alpha}_{Y/Z}$ - кутове прискорення кадру Y щодо кадру Z, кадр I - інерційний кадр.

Відповідно до цього рівняння, відносний кутовий рух між двома ЛА не залежить від лінійного руху. Отже, відносний кутовий рух можна розглядати як відчеплений від лінійного руху, що істотно спрощує проблему визначення взаємного розташування.

Лінійне прискорення В-кадру відносно D-кадру задається наступною формулою [19]:

$$\bar{a}_{B/D} = \bar{a}_{B/I} - \bar{a}_{D/I} - \bar{\alpha}_{D/I} \times \bar{r}_{B/D} - \bar{\omega}_{D/I} \times (\bar{\omega}_{D/I} \times \bar{r}_{B/D}) - 2\bar{\omega}_{D/I} \times \bar{v}_{B/D}$$
(2)

де $\overline{a}_{Y/Z}$ - лінійне прискорення початку кадру Y відносно кадру Z, $\overline{r}_{Y/Z}$ - вектор положення від початку

кадру Z до початку кадру Y, $\overline{v}_{Y/Z}$ - швидкість початку координат кадру Y щодо кадру Z.

Це рівняння показує, що відносний лінійний рух між двома ЛА залежить від кутового руху. Отже, на відміну від відносного кутового руху, відносний лінійний рух не можна трактувати як окрему задачу. Єдиний спосіб розглянути це як окрему проблему - припустити, що кутовий рух повністю визначений.

Загальний підхід полягає у розгляді повністю нелінійних, зв'язаних, кутових та лінійних відносних рівнянь руху, заданих рівняннями (1) та (2).

Подвійні кватерніони можуть бути використані для розширення теоретичних результатів, що існують для обчислень відносного руху, а також аналогічних обчислень комбінованого положення та відносного руху. Більше того, це можна досягти просто замінивши в стандартних розрахунках кватерніони подвійними кватерніонами, не виконуючи додаткові дії по виведенню нових рівнянь. Це пояснюється тим, що подвійні кватерніони повністю засновані на тих самих положеннях, що і класичні кватерніони. Подвійні кватерніони забезпечують компактне зображення позиції кадру відносно іншого кадру [19].

Вперше кватерніони були введені Гамільтоном у 1843 р. Вони є продовженням комплексних чисел до \mathbb{R}^4 . Кватерніон визначається як:

$$q = q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \tag{3}$$

де q₀, q₁, q₂, q₃ $\in \mathbb{R}$ та i, j, й k задовольняють наступним умовам: $i^2 = j^2 = k = 2 - I$,

$$i = jk = -kj,$$

$$j = ki = -ik,$$

$$k = ij = -ji.$$

Кватерніон також можна представити як упорядковану пару $q = (q_0, \bar{q})$ де $\bar{q} = [q_1 q_2 q_3]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^3$ векторна частина кватерніона, а $q_4 \in \mathbb{R}$ - скалярна частина кватерніона.

Кінематичні рівняння обертання кадру тіла та кадру з деякої бажаної орієнтації відносно інерційного кадру, представлені одиничними кватерніонами $q_{\rm B/I}$ та $q_{\rm D/I}$, відповідно:

$$\dot{q}_{B/I} = \frac{1}{2} q_{B/I} \omega_{B/I}^B = \frac{1}{2} \omega_{B/I}^I q_{B/I}$$
(4)

$$\dot{q}_{D/I} = \frac{1}{2} q_{D/I} \omega_{D/I}^{D} = \frac{1}{2} \omega_{D/I}^{I} q_{D/I}$$
(5)

де $\omega_{\frac{Y}{Z}}^{X} = \left(0, \bar{\omega}_{\frac{Y}{Z}}^{X}\right), \quad \bar{\omega}_{Y/Z}^{X} = \left[p_{Y/Z}^{X}, q_{Y/Z}^{X}, r_{Y/Z}^{X}\right]^{\mathsf{T}}$ - кутова швидкість Y-кадру щодо Z-кадру, виражена в X-кадрі. Кватерніон помилки задається наступним чином:

$$q_{B/D} = q_{D/I}^* q_{B/I} \tag{6}$$

 $q_{\rm B/D}$ - одиничний кватерніон, який обертає потрібний кадр на кадр корпусу. Диференціюючи рівняння (4, 5) кінематичні рівняння кватерніона помилок визначаються як:

$$\dot{q}_{B/D} = \frac{1}{2} q_{B/D} \omega^B_{B/D} = \frac{1}{2} \omega^D_{B/D} q_{B/D}$$
(7)

де $\omega_{B/D}^{B} = \omega_{B/I}^{B} - \omega_{D/I}^{D} (ma \, \omega_{B/D}^{D} = \omega_{B/I}^{D} - \omega_{D/I}^{D})$ - кватерніонне представлення обертальних відносних динамічних рівнянь.

Мультиплікативний розширений фільтр Калмана на основі подвійних кватерніонів (DQ-MEFK)

Мультиплікативний розширений фільтр Калмана на основі одиничних кватерніонів (Q-MEKF) є надзвичайно успішним інструментом для оцінки позиціювання ЛА. Він набув широкого використання для опису позиціювання [20] космічних кораблів NASA. Цей фільтр успішно використовується на протязі багатьох років. Частина його успіху полягає в тому, що одиничні кватерніони забезпечують глобальне не сингулярне представлення взаємного положення з мінімальною кількістю параметрів. Більше того, вони відображаються лінійно в кінематичних рівняннях руху, на відміну від кутів Ейлера, які вимагають обчислення обчислювально-дорогих тригонометричних функцій.

Ще однією причиною успіху Q-MEKF є те, що він не покладається на модель динаміки системи. Насправді, відсутність успішного використання фільтрації Калмана пояснюється неможливістю досить точно моделювати динаміку системи. Хоча нові підходи, такі як нелінійні спостерігачі, мали деякі переваги перед класичним EKF, всебічне дослідження методів оцінки нелінійного позиціонування дійшло до висновку, що класичний EKF все ще є найбільш точним та практичним рішенням. Technical sciences

Додаткова перевага Q-MEKF полягає в тому, що матрицю коваріації 4 на 4 чотирьох елементів одиничного кватерніону не потрібно обчислювати. Поширення матриці коваріації стану є найбільшим обчислювальним навантаженням у будь-якій реалізації фільтра Калмана. Переписуючи стан EKF з точки зору трьох елементів векторної частини кватерніона одиничної помилки між справжнім одиничним кватерніоном та його оцінкою, потрібно обчислити лише матрицю коваріації 3 на 3. Отже, використовуючи Q-MEKF коли матриця коваріації позиціонування становить лише 3 на 3, тіло все ще може мати будь-яке інше довільне положення. Це одна з найбільш привабливих властивостей Q-MEKF.

Представимо основні рівняння розширеного фільтру Калмана (ЕКF), для того, щоб ввести необхідні позначення, а також для огляду обраного методу. Це служить відправною точкою формулювання DQ-MEKF (розширеного фільтру Калмана з використанням подвійних кватерніонів). Рівняння стану ЕКF можна записати як:

$$\dot{x}_{n}(t) = f_{n}(x_{n}(t), t) + g_{n \times p}(x_{n}(t), t)\omega_{p}(t)$$
(8)

де $x_n(t) \in \mathbb{R}^n$ – це стан системи, $\omega_p(t) \in \mathbb{R}^p$ – це шум процесу.

Вважається, що даний шум є білим шумом Гауса, середнє значення та коваріація якого задані $E\{\omega_p(t)\} = 0_{p \times 1}$ та $E\{\omega_p(t)\omega_p^{\mathsf{T}}(\tau)\} = Q_{p \times p}(t)\delta(t-\tau)\}$, відповідно, де $Q_{p \times p}(t)\epsilon\mathbb{R}^{p \times p}$ симетрична позитивна напіввизначена матриця. Початкове середнє значення та коваріація стану задаються формулами:

$$\hat{X}\{x_n(t_0)\} \cong \hat{x}_n(t_0) = x_{n,0} \in \mathbb{R}$$

та $E\{(x_n(t_0) - x_{n,0})(x_n(t_0) - x_{n,0})^{\mathsf{T}}\} \cong P_{n \times n}(t_0) = P_{n \times n,0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, які вважаються визначеними та заздалегідь відомими.

Враховуючи початкове середнє значення стану, мінімальна коваріаційна оцінка стану у майбутньому часі за відсутності вимірювань дається умовним очікуванням:

$$\hat{x}_n(t) = E\{x_n(t) \mid \hat{x}_u(t_0) = x_{n,0}\}$$

Ця оцінка задовольняє диференціальне рівняння:
 $\hat{x}_n(t) = E\{f_n(x_n(t), t)\}$

що апроксимується як:

$$\hat{x}_n(t) \approx f_n(\hat{x}_n(t), t) \tag{9}$$

Отже, за відсутності вимірювань оцінка стану визначається за допомогою рівняння (2). Крім оцінки стану, потрібно визначити і матрицю коваріації стану. Матриця коваріації стану задається формулою:

$$P_{n \times n}(t) = E\{\Delta x_n(t) \Delta x_n^{\dagger}(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

де $\Delta x_n(t) = x_n(t) - \hat{x}_n(t) \in \mathbb{R}^n$ - похибка стану. Як наближення першого порядку, похідна похибки стану задається формулою:

$$\frac{d}{dt}\Delta x_n(t) = F_{n \times n}(t)\Delta x_n(t) + G_{n \times p}(t)w_p(t),$$

а матриця коваріації стану задовольняє рівняння Ріккаті:

$$\dot{P}_{n\times n}(t) = F_{n\times n}(t)P_{n\times n}(t) + P_{n\times n}(t)F_{n\times n}^{\mathsf{T}}(t) + G_{n\times n}(t)Q_{n\times n}(t)G_{n\times n}^{\mathsf{T}}(t)$$
(10)

де

(5).

$$F_{n \times n}(t) \triangleq \frac{\partial f_n(x_n, t)}{\partial x_n} \Big|_{\hat{x}_n(t)} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$ma \ G_{n \times n}(t) \triangleq g_{n \times n}(\hat{x}_n(t), t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$$
(11)

Припустимо, що вимірювання проводиться в момент часу *t*_k, який пов'язаний зі станом РФК за допомогою нелінійного рівняння вихідного сигналу:

$$z_m(t_k) = h_m(x_n(t_k)) + v_m(t_k) \in \mathbb{R}^m$$
(12)

де $v_m(t_k) \in \mathbb{R}^m$ - це шум вимірювання, який вважається дискретним процесом білого шуму Гауса, середнє значення якого та коваріація задані формулою $E\{v_m(t_k)\}=0_{m\times 1}$.

Одразу після вимірювання в момент часу t_k , мінімальна оцінка дисперсії становить $x_n(t_k)$ і рахується наступним чином:

$$\hat{x}_n^+(t_k) = \hat{x}_n^-(t_k) + \Delta^* \hat{x}_n(t_k)$$
$$\Delta^* \hat{x}_n(t_k) = K_{n \times m}(t_k) \nu_m(t_k)$$
$$\nu_m(t_k) = z_m(t_k) - \hat{z}_m(t_k)$$

 $v_m(t_k) - z_m(t_k) - z_m(t_k)$ де $\Delta^* \hat{x}_n(t_k) = K_{n \times m}(t_k)[z_m(t_k) - \hat{z}_m(t_k)]$ - це оптимальним оновленням стану Калмана $v_m(t_k)$, де $\hat{z}_m(t_k) = h_m(\hat{x}_n^-(t_k))\hat{z}_m(t_k) = E\{z_m(t_k)\} \approx h_m(\hat{x}_n^-(t_k)), \hat{x}_n^-(t_k) i \hat{x}_n^+(t_k)$ - прогнозовані значення стану безпосередньо перед і після вимірювання. I $\hat{x}_n^+ max_n$ - це прогнозовані значення стану безпосередньо перед і після вимірювання.

 $K_{n \times m}(t_k)$ - це приріст Калмана.

Приріст Калмана визначається наступним чином:

$$P_{n \times n}(t) = E\{\Delta x_n(t)\Delta x_n^{\mathsf{T}}(t)\} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

$$K_{n \times m}(t_k) = P_{n \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)H_{m \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)[H_{m \times n}(t_k)P_{n \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)H_{m \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)$$

$$+R_{m \times m}(t_k)]^{-1}$$

де $P_{n\times n}^{-}(t_k)$ - передбачена матриця коваріації стану безпосередньо перед вимірюванням і:

$$H_{m \times n}(t_k) = \frac{\partial h_m(x_n)}{\partial x_n} \Big|_{\hat{x}_n^-(t_k)} \in \mathbb{R}^{m \times n}$$
(13)

 $h_m(x_n)$ - матриця чутливості вимірювання. Відразу після вимірювання матриця коваріації стану задається формулою:

$$P_{n\times n}^{+}(t_{k}) = (I_{n\times n} - K_{n\times m}(t_{k})H_{m\times n}(t_{k}))P_{n\times n}^{-}(t_{k})$$

$$= (I_{n\times n} - K_{n\times m}(t_{k})H_{m\times n}(t_{k}))P_{n\times n}^{-}(t_{k})$$

$$\times (I_{n\times n} - K_{n\times m}(t_{k})H_{m\times n}(t_{k}))^{\mathsf{T}}$$

$$+ K_{n\times m}(t_{k})R_{m\times m}(t_{k})K_{n\times m}(t_{k})^{\mathsf{T}}$$

Нарешті, матриця коваріації інновації задається формулою: $S_{m \times m}(t_k) = E\{\nu_m(t_k)\nu_m^{\mathsf{T}}(t_k)\} = R_{m \times m}(t_k) + H_{m \times n}(t_k)P_{n \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)H_{m \times n}^{\mathsf{T}}(t_k)$ (14)

Модель вимірювання кутової та лінійної швидкості

Модель подвійного вимірювання швидкості визначається аналогічно моделі вимірювання кутової швидкості, яка зазвичай задається наступним чином:

$$\omega_{B/I,m}^{B} = \omega_{B/I}^{B} + b_{\omega} + \eta_{\omega}$$

$$(15)$$

$$de \ \omega_{B}^{B} = \omega_{\overline{I}'}^{B} + \epsilon v_{B}^{B} \in \mathbb{H}_{d}^{v}, \omega_{\overline{I}'}^{B} = \left(0, \bar{\omega}_{\overline{I}}^{B}\right), \bar{\omega}_{\overline{I}'}^{B} \in \text{BUMIPOM } \bar{\varpi}_{\overline{I}}^{B},$$

$$v_{D}^{B} = \left(0, \overline{v}_{\overline{I}}^{B}\right), \overline{v}_{D}^{B} = c_{D} e^{i \overline{v}} e^{i \overline{v}}$$

 $v_{\underline{B}}^{B} = \left(0, \overline{v}_{\underline{B}}^{B}, \dots, \overline{v}_{\underline{B}^{B}, \dots, \underline{v}_{\underline{B}^{B}, \dots, \underline{v}_{\underline{B}$

зміщення кутової швидкості вимірювання, $b_v = (0, \bar{b}_v)$, $\bar{b}_v \in \mathbb{R}^3$ - зміщення лінійної швидкості вимірювання, $\eta_\omega = \eta_\omega + \epsilon \eta_v$ - подвійний шум, $\eta_\omega = (0, \bar{\eta}_\omega)$, $\bar{\eta}_\omega \in \mathbb{R}^3$ - шум вимірювання кутової швидкості, який вважається гаусівським процесом білого шуму, $\eta_v = (0, \bar{\eta}_v)$, $\bar{\eta}_v \in \mathbb{R}^3$ - це шум вимірювання лінійної швидкості, який вважається гаусівським процесом білого шуму.

В цій статті І-кадр позначає загальний кадр, не обов'язково інерційний. Якщо І-кадр інерційний, $\omega_{B/I}^{B}$ слід інтерпретувати як інерційні кутові та лінійні швидкості ЛА. У такому випадку $\omega_{B/I}^{B}$ можна виміряти за допомогою комбінації вимірів приладів, наприклад, гіроскопа, швидкості допплерівського радіолокатора та GPS.

З іншого боку, якщо І-кадр не інерційний, $\omega_{B/I}^{B}$ слід інтерпретувати як відносні кутові та лінійні швидкості ЛА відносно рухомого кадру, наприклад, кадру, прикріпленого до іншого ЛА. У цьому випадку $\omega_{B/I}^{B}$ можна виміряти за допомогою комбінації, наприклад, допплерівського радара, диференціального GPS та LIDAR.

Стан і процес шуму в DQ-MEKF обрані як:

$$x_{16} = \begin{bmatrix} \left[\delta q_{B/I} \right] \\ \left[b_{\omega} \right] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{16} \text{ and } w_{16} = \begin{bmatrix} \left[\eta_{\omega} \right] \\ \left[\eta_{b_{\omega}} \right] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{16}$$
(16)

де одиничний подвійний кватерніон помилки $\delta q_{B/I} \in \mathbb{H}_d^u$ визначається аналогічно одиничному кватерніону помилок $\delta q_{B/I} = \hat{q}_{B/I}^* q_{B/I} \in \mathbb{H}^u$ наступним чином:

$$\delta \mathbf{q}_{B/I} = \hat{\mathbf{q}}_{B/I}^* \mathbf{q}_{B/I} \in \mathbb{H}_d^u \tag{17}$$

де $\delta q_{B/I}$ – різниця подвійного кватерніона між фактичним подвійним кватерніоном $q_{B/I}$ та його оцінкою $\hat{q}_{B/I} \triangleq E \{ q_{B/I} \}.$

Таким чином, для оновлення вимірювань DQ-MEKF коефіцієнт підсилення Калмана розраховується з рівняння (13), тоді як оптимальне оновлення стану Калмана обчислюється як:

$$\Delta^{\star} \hat{x}_{12}(t_k) \triangleq \begin{vmatrix} \Delta^{\star} \overline{\delta \hat{q}_B}(t_k) \\ I \\ \Delta^{\star} \overline{\hat{b}_{\omega}}(t_k) \end{vmatrix} = K_{12 \times 8}(t_k) \Big(z_8(t_k) - \hat{z}_8(t_k) \Big)$$
(18)

Потім обчислюється оцінка стану в момент часу t_k після вимірювання: $\hat{q}^+_{B/I}(t_k) = \hat{q}^-_{B/I}(t_k) \Delta^* \delta \hat{q}_{B/I}(t_k)$

(20)

 $\overline{\hat{\mathbf{b}}}_{\omega}(t_k) = \hat{\mathbf{b}}_{\omega}(t_k) + \Delta^* \overline{\mathbf{b}}_{\omega}(t_k)$ де $\Delta^* \delta \hat{\mathbf{q}}_{B/I}$ визначається як одиничний подвійний кватерніон:

$$\left(\sqrt{1-\|\overline{\Delta^{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\|^{2}, \overline{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\right) + \epsilon \left(\frac{-\Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,r}}^{T}\Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,d}}}{\sqrt{1-\|\overline{\Delta^{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\|^{2}}}, \Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,d}}\right)$$
(21)

Якщо початкова здогадка про стан недостатньо близька до реального стану, норма $\Delta^* \delta \hat{q}_{B/I,r}$ може стати більшою за одиницю, що зробить скалярну частину кватерніонів в рівнянні (21) складною. Отже, якщо норма $\overline{\Delta^* \delta \hat{q}_{B/I,r}}$ більша за одиницю, рівняння (21) замінено на:

$$\left(\sqrt{1-\|\overline{\Delta^{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\|^{2}, \overline{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\right) + \epsilon \left(\frac{-\Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,r}}^{T}\Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,d}}}{\sqrt{1-\|\overline{\Delta^{\star}\delta\hat{q}_{B/I,r}}\|^{2}}}, \Delta^{\star}\overline{\delta\hat{q}_{B/I,d}}\right)$$
(22)

Зауважимо, що тоді як рівняння (22) є прямим застосуванням рівняння наступної оцінки після обраної оцінки часу, рівняння (21) - ні. Оскільки $\Delta^* \delta \hat{q}_{B/I}(t_k)$ є одиничним подвійним кватерніоном, $\hat{q}_{B/I}^+(t_k)$ обчислюється за допомогою подвійного множення кватерніонів, що робить запропонований ЕКГ мультиплікативним. Нарешті, матриця коваріацій стану безпосередньо після вимірювання при t_k обчислюється з рівнянням (18).

Звернемо увагу, що будь-яке вимірювання, яке є нелінійною функцією стану DQ-MEKF, можна використовувати для оновлення вимірювань. Якщо використовується інше вимірювання, застосовується лише матриця чутливості вимірювання, яка задана рівнянням (17) і яку потрібно перерахувати. Наприклад, якщо передбачається, що доступні прямі вимірювання $q_{\rm B/I}$ та $r_{\rm B/I}^{\rm I}$, пошкоджені адитивним білим гауссовим шумом, то, використовуючи рівняння (16), вихідне рівняння набуває форми:

$$\begin{bmatrix} \left[q_{B_{\overline{I}},m}(t_{k}) \right] \\ \bar{r}_{\overline{I}}^{I}}(t_{k}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\hat{q}_{B_{\overline{I}},r}(t_{k})\delta q_{B_{\overline{I}},r}(t_{k}) \right] \\ 2\hat{q}_{B_{\overline{I}},r}(t_{k})\delta q_{B_{\overline{I}},d}^{*}(t_{k})\delta q_{B_{\overline{I}},r}^{*}(t_{k})\hat{q}_{B_{\overline{I}},r}^{*}(t_{k}) + \hat{q}_{B_{\overline{I}},r}(t_{k})\hat{r}_{B}^{B}(t_{k})\hat{q}_{B_{\overline{I}},r}^{*}(t_{k}) \end{bmatrix} ,$$

$$+ \nu_{7}(t_{k}),$$
(23)

а нова матриця чутливості задана як:

$$H_{7\times12}(t_k) = \begin{bmatrix} \left[\hat{q}_{B/1} \right]_{4\times3}^L & 0_{4\times3} & 0_{4\times3} & 0_{4\times3} \\ 0_{3\times3} & 2\hat{R}^{1\leftarrow B} & 0_{3\times3} & 0_{3\times3} \end{bmatrix}$$
(24)

де $\hat{R}^{I \leftarrow B}$ - оціночне значення $R^{I \leftarrow B}$, яке може бути сформовано з $\hat{q}_{B/1}$.

На рис. 5 і рис.6 для порівняння наведено графічне зображення результатів послідовних розрахунків та виконаних з використанням фільтра Калмана (FK), суцільною та пунктирною лініями, відповідно. Пунктирною лінією з меншим інтервалом зображено реальні значення швидкості рис.5 та переміщення рис.6.



Рис. 5. Графічне зображення результатів розрахунків швидкості при завадах у межах ± 0.06 м/с^2



З графіків видно, що фільтр Калмана суттєво зменшує рівень завад.

Висновки

В статті було проведено аналіз предметної області, а саме процедура дозаправки у повітрі БПЛА, її ключові компоненти, методи визначення взаємного розташування літальних об'єктів. Було обгрунтоване використати у статті розширений фільтр Калмана на подвійних кватерніонах, як новітній метод, що вже має використання у інших областях. На основі проведеного аналізу була проведена розробка вище згаданого методу (а саме розширеного фільтру Калмана з використанням подвійних кватерніонів), поставлені необхідні математичні обмеження та проведені основні розрахунки. На основі цих розрахунків був створений алгоритм визначення взаємного позиціонування літальних апаратів. За результатами симуляції було доведено, що даний метод дає меншу похибку за свої аналоги. Однак також була виявлена мала швидкодія даного методу, що не дозволяє використовувати його без додаткових доопрацювано у реальних системах.

References

1. A. Carron, E. Arcari, M. Wermelinger, L. Hewing, M. Hutter and M. N. Zeilinger, "Data-Driven Model Predictive Control for Trajectory Tracking With a Robotic Arm," in IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 4, no. 4, pp. 3758-3765, Oct. 2019.

2. J. Nalepka and J. Hinchman, "Automated Aerial Refueling: Extending the Effectiveness of UAVs," AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, San Francisco, California, 2005, pp. 1.

3. A. Wahdan, J. Georgy, W. F. Abdelfatah and A. Noureldin, "Magnetometer Calibration for Portable Navigation Devices in Vehicles Using a Fast and Autonomous Technique," in IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, vol. 15, no. 5, pp. 2347-2352, Oct. 2014.

4. I. Parkhomey, J. Boiko, I. Zeniv and T. Bondarenko, "Method for measuring voltages in channels of a hemispherical resonator gyroscope with an arbitrary orientation axes", Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science (IJEECS), vol. 29, no. 2, pp. 715-724, Feb. 2023.

5. P. S. Madhukar and L. B. Prasad, "State Estimation using Extended Kalman Filter and Unscented Kalman Filter," 2020 International Conference on Emerging Trends in Communication, Control and Computing (ICONC3), Lakshmangarh, India, 2020, pp. 1-4.

6. M. Ghamari, P. Rangel, M. Mehrubeoglu, G. S. Tewold and R. S. Sherratt, "Unmanned aerial vehicle communications for civil applications: a review", IEEE Access, vol. 10, pp. 102492-102531, 2022.

7. Z. Jiandong, Y. Qiming, S. Guoqing, L. Yi and W. Yong, "UAV cooperative air combat maneuver decision based on multi-agent reinforcement learning," in Journal of Systems Engineering and Electronics, vol. 32, no. 6, pp. 1421-1438, Dec. 2021.

8. R. Alyassi, M. Khonji, A. Karapetyan, S. C. -K. Chau, K. Elbassioni and C. -M. Tseng, "Autonomous Recharging and Flight Mission Planning for Battery-Operated Autonomous Drones," in IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, vol. 20, no. 2, pp. 1034-1046, April 2023.

9. M. Fravolini, A. Ficola, M. Napolitano, G. Campa, and M. Perhinschi, "Development of Modeling and Control Tools for Aerial Refueling for UAVs," AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit Paper, 2003, pp.1.

10. C. Zhang, X. Xu, Y. Shi, Y. Deng, C. Li and H. Duan, "Binocular Pose Estimation for UAV Autonomous Aerial Refueling via Brain Storm Optimization," 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), Wellington, New Zealand, 2019, pp. 254-261.

11. G. Campa, B. Seanor, M. Perhinschi, M. Fravolini, A. Ficola, and M. Napolitano, "Autonomous Aerial Refueling for UAVs Using a Combined GPS-Machine Vision Guidance," AIAA Paper 2004-5350, Aug. 2004.

12. V. Stepanyan, E. Lavretsky, and N. Hovakimyan, "Aerial Refueling Autopilot Design Methodology: Application to F-16 Aircraft Model," AIAA Paper 2004-5321, Aug. 2004.

13. M. Pachter, C. H. Houpis, and D. W. Trosen, "Design of a Air-to-Air Automatic Refueling Flight Control System Using Quantitative Feedback Theory," International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 7, No. 6, 1997, pp. 561–580.

14. L. Pollini, M. Innocenti, and R. Mati, "Vision Algorithms for Formation Flight and Aerial Refueling with Optimal Marker Labeling," Collection of Technical Papers—AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, Vol. 1, AIAA, Reston, VA, 2004, pp. 208–220.

15. W. Xufeng, D. Xinmin and K. Xingwei, "Feature recognition and tracking of aircraft tanker and refueling drogue for UAV aerial refueling," 2013 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Guiyang, China, 2013, pp. 2057-2062.

16. C. Martínez, T. Richardson, P. Thomas, J. Luke du Bois, and P. Campoy, "A vision-based strategy for autonomous aerial refueling tasks," Robotics and Autonomous Systems, Vol. 61, Iss. 8, pp. 876-895, 2013.

17. J. Boiko, O. Svachii, and T. Kałaczyński. "Control of unmanned aerial vehicle modules based on inertial measurement system and MEMS sensor." MATEC Web of Conferences. Vol. 391. EDP Sciences, 2024.

18. X. Wang, X. Shao, D. Gong and D. Duan, "GPS/VISNAV integrated relative navigation and attitude determination system for ultra-close spacecraft formation flying," in Journal of Systems Engineering and Electronics, vol. 22, no. 2, pp. 283-291, April 2011, doi: 10.3969/j.issn.1004-4132.2011.02.015.

19. A. Cohen, B. Taub, and M. Shoham, "Dual Quaternions Representation of Lagrange's Dynamic Equations," Journal of Mechanisms and Robotics, Vol. 16, Iss. 4, 2024.

20. J. Boiko, O. Svachii, I. Parkhomey and O. Horskyi, "Software Simulation of a MEMS Accelerometer for Cargo Unmanned Aerial Vehicle," 2023 IEEE 7th International Conference on Methods and Systems of Navigation and Motion Control (MSNMC), Kyiv, Ukraine, 2023, pp. 120-125.