

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2026-365-77>

УДК 621.01

**ХАРЖЕВСЬКИЙ В'ЯЧЕСЛАВ**

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-4816-2781>e-mail: [kharzhevskiyi@khmnu.edu.ua](mailto:kharzhevskiyi@khmnu.edu.ua)**БОЖЕК РОМАН**

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0009-0007-4341-4560>e-mail: [bozhekro@khmnu.edu.ua](mailto:bozhekro@khmnu.edu.ua)**МАРЧЕНКО МАКСИМ**

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0002-8645-3013>e-mail: [max.khnu@gmail.com](mailto:max.khnu@gmail.com)**ХАРЖЕВСЬКИЙ АНТОН**

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-0911-7881>e-mail: [a.kharzhevskiyi@khmnu.edu.ua](mailto:a.kharzhevskiyi@khmnu.edu.ua)**ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕТОСТАТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ СИМЕТРИЧНИХ ВАЖІЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ З ПЕРІОДИЧНИМ ВИСТОЄМ ВИХІДНОЇ ЛАНКИ**

В роботі розглядається проблема визначення кінетостатичних характеристик важільних механізмів Чебишева, співвідношення довжин ланок яких забезпечує викреслювання шатунною точкою симетричних кривих, причому їх верхня ділянка використовується для наближення до дуги кола. Такі механізми мають як самостійне використання у машинобудуванні, забезпечуючи круговий напрямний рух ланки на певній ділянці з «найкращим наближенням» за Чебишевим, а також вони можуть бути використані як базові для проектування на їх основі механізмів із періодичним вистоем вихідної ланки. В статті наведено методику визначення кінетостатичних параметрів механізмів, проведено розрахунки та отримано результати у вигляді діаграм максимальних значень основних кінетостатичних параметрів, а саме: реакцій у кінематичних парах, миттєвого та циклового ККД, коефіцієнта зростання сил, що дозволяє проводити оптимальний синтез механізмів з вистоем вихідної ланки.

**Ключові слова:** важільні механізми, кінетостатичні параметри, вистій вихідної ланки, напрямні механізми, наближення за Чебишевим.

**KHARZHEVSKIY VIACHESLAV, BOZHEK ROMAN, MARCHENKO MAKSYM,  
KHARZHEVSKIY ANTON**

Khmelnytskyi National University

**STUDY OF KINETOSTATIC PARAMETERS OF SYMMETRICAL LINKAGE MECHANISMS WITH PERIODIC DWELL OF THE OUTPUT LINK**

The paper considers the problem of determining the kinetostatic characteristics of Chebyshev linkage mechanisms, whose link length ratios provide the plotting of symmetrical curves of the coupler's point. The upper section of the coupler's curve of the mentioned mechanisms was used to approximate a circular arc. Such mechanisms can be used independently in mechanical engineering, providing path generating motion of a link with the "best approximation conditions" according to Chebyshev within its certain segment. These conditions include the presence of a uniform deviation from a circular arc with the maximum possible number of interpolation nodes within the approximation segment of the coupler curve. Path generating linkage mechanisms can also be used as a basis for designing mechanisms with periodic dwell of the output link, which is considered in the article.

To determine the optimal geometric parameters for these mechanisms, it is essential to conduct both kinematic and kinetostatic analyses. In the presented paper, a methodology for determining the kinetostatic parameters of the dwell mechanisms is introduced, calculations according to the obtained formulae are also performed, and results are presented in the form of diagrams of maximum values of the main kinetostatic parameters of the mechanisms, such as: reactions in the kinematic pairs, instantaneous and cyclic efficiency coefficients, the force increasing coefficient, which allows to carry out the optimal synthesis of mechanisms with the dwell of the output link.

Based on the obtained dependencies, a computer program was made up, which was used to study the force loads on the mechanisms' links under dynamic loading. The values of the dynamic parameters of linkage mechanisms that were obtained can be used for preliminary strength calculations of the links and parts of the mechanisms.

**Key words:** linkage mechanisms, kinematic parameters, dwell of the output link, path generating mechanisms, Chebyshev approximation.

Стаття надійшла до редакції / Received 11.02.2026

Прийнята до друку / Accepted 11.03.2026

Опубліковано / Published 28.05.2026

This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Харжевський В'ячеслав, Божек Роман, Марченко Максим, Харжевський Антон

**Постановка проблеми**

Проектування важільних механізмів, вихідна ланка яких здійснює зворотньо-поступальний або коливальний рух з періодичною зупинкою вихідної ланки відповідно до циклограми роботи машини, має широке практичне використання у ряді машин-автоматів різноманітного призначення, зокрема, у машинах легкої промисловості [1,2]. Підчас зупинки вихідної ланки виконується певна технологічна операція наперед заданої тривалості, причому очевидно, що для досягнення цієї мети можуть використовуватись різні типи механізмів, зокрема, кулачкові, проте використання для цього саме важільних механізмів має ряд суттєвих переваг, оскільки

такі механізми забезпечують геометричне замикання ланок, більшу надійність та довговічність, а також більшу навантажувальну здатність. Проте їх кінематичний синтез є досить складною задачею, яка до того ж не має єдиного розв'язку, зважаючи на те, що різні варіанти кінематичних схем можуть обиратись відповідно до вимог конструктора, і в кожному розкретному випадку, очевидно, ці вимоги можуть бути різними.

В даній роботі розглядається частковий випадок таких важливих механізмів, а саме круговий напрямний механізм Чебишева, у якого для наближення до дуги кола використовується верхня ділянка симетричної шатунної кривої. Крім забезпечення заданої тривалості зупинки відповідно до технологічного призначення машини, важливим критерієм вибору оптимальних схем таких механізмів є їх кінематичні та кінетостатичні характеристики. Не дивлячись на велику кількість наукових робіт з даної тематики, невирішеною задачею є їх проектування відповідно до величин силових параметрів. Дослідження динамічних характеристик механізмів є важливим етапом їх проектування, оскільки геометричні і кінематичні параметри не дають повної картини про їх роботу. Може виявитись, що спроектований лише за цими параметрами механізм, є непрацездатним у зв'язку з тим, що сили, які діють на його ланки, занадто великі, а коефіцієнт корисної дії – занадто малий. Тому динамічні параметри механізму, які можна одержати в результаті кінетостатичного аналізу механізмів, є більш об'єктивними критеріями при виборі оптимальної кінематичної схеми механізму.

**Метою даної роботи** є розробка методики проведення кінетостатичного дослідження 6-ланкових важливих механізмів із зупинкою вихідної ланки на основі кругового напрямного механізму Чебишева, у якого для наближення використовується верхня ділянка шатунної кривої. Для досягнення цієї мети були поставлені наступні **задачі**: 1) розробити методіку наближеного силового розрахунку зазначених механізмів; 2) розробити відповідне програмне забезпечення та провести наближений силовий аналіз зазначених механізмів; 3) побудувати діаграми максимальних значень основних кінетостатичних характеристик, з метою вибору оптимальних варіантів кінематичних схем за різними критеріями.

#### Аналіз літературних джерел

Проблема оптимального кінематичного синтезу важливих напрямних механізмів та побудованих на їх основі механізмів із зупинкою вихідної ланки відноситься до однієї з найскладніших в теорії механізмів та машин. Всі існуючі методи умовно можна розділити на декілька груп: до першої групи відносяться методи кінематичної диференціальної геометрії, що започатковані Л. Бурместером, які знайшли подальший розвиток в роботах В. Ліхтенхельдта, Р. Бейера та інших вчених: детальний опис цих методів наведено у роботах J. McCarthy [2] та D. Wang [3]. До другої групи методів відносять алгебраїчні методи Чебишева, що базуються на використанні методів найкращого (рівномірного) наближення за Чебишевим. В цьому напрямку слід відзначити роботи Блоха Г., Гродзенської О., Кіницького Я. [4], Miler D. [5]. Слід відзначити, що в роботі [5], наряду з використанням теоретичних основ, закладених Чебишевим, використовуються також сучасні методи багатоцільової чисельної оптимізації. Взагалі, використання сучасних чисельних та оптимізаційних методів останнім часом широко використовується для розв'язання задач синтезу важливих механізмів в різних напрямках машинобудування, що можна розглядати як третій напрямок у розвитку методів їх синтезу. Зокрема, в роботі Lanni C. [6] розглядається 10-ланковий важливий механізм, вихідна ланка якого забезпечує тривалу зупинку вихідної ланки. Проте слід відзначити, що збільшення кількості ланок у механізмі з 6 до 10 є недоліком, що призводить як до ускладнення конструкції, так і до зниження фактичної точності механізму порівняно з механізмами з меншим числом ланок через неточності виготовлення та монтажу. В роботі Акаю О. [7] розглядається синтез шарнірних чотириланкових механізмів чисельними методами на основі методів нелінійного регресійного аналізу. В процесі синтезу механізмів важливим є врахування умов передач сил у механізмі та запобігання заклинюванню ланок, для чого проводять розрахунок кутів передачі, як показано в роботі [8].

В роботах [9, 10] розглядаються питання синтезу механізмів Чебишева з наближенням верхньої ділянки шатунної кривої до дуги кола. В даній роботі ми будемо досліджувати механізми з такими ж геометричними параметрами кінематичних схем, проте вже з точки зору їх кінетостатичного (силового) дослідження.

На рис. 1 показано такий 6-ланковий важливий механізм [9], вихідна ланка якого (повзун 5) забезпечує періодичний вистій під час неперервного обертального руху вхідної ланки – кривошипа 1.

Як видно, в основі цього механізму – шарнірний чотириланковий механізм Чебишева  $OABCD$ , шатунна точка  $D$  якого описує деяку криву, яка на своїй ділянці  $D'D''$  наближається до дуги кола радіусом  $R$ . На рис. 1, б показано діаграму переміщень вихідної ланки 5 цього механізму, де видно наявність вистою, який відповідає куту повороту вхідної ланки кривошипа  $\varphi_1 = 2\alpha_T$ . Характерною особливістю механізму Чебишева є таке співвідношення між довжинами його ланок, що відхилення  $E$  між шатунною кривою та колом наближення є рівномірними та мають максимальну можливу кількість спільних точок – 6, як видно з рис. 1, в. В процесі синтезу таких механізмів найбільш складною є задача синтезу базового чотириланкового механізму, який би забезпечував саме такий характер відхилення. Не дивлячись на наявність робіт з проблеми кінематичного синтезу цих механізмів, не вирішеною є задача їх синтезу з врахуванням результатів кінетостатичного аналізу, для чого необхідно розробити методіку та провести відповідні розрахунки, що і розглядається в даній роботі.

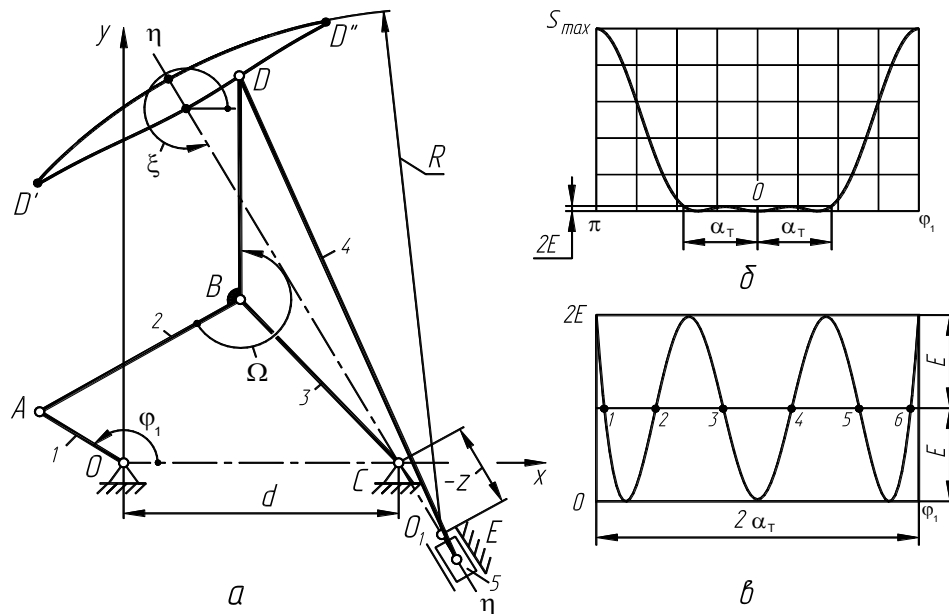


Рис. 1. Важільний механізм із вистосм на основі механізму Чебишева  $OABCD$ , з наближенням верхньої ділянки шатунної кривої до дуги кола (а); діаграма переміщень ланки 5 (б); ділянка наближення (в) [9]

### Виклад основного матеріалу

На початковій стадії проектування механізму, коли відомі лише його геометричні параметри, виконати точний силовий розрахунок складно, оскільки маси ланок ще не визначені, а отже, неможливо встановити реальні сили інерції. Отже, під час виконання кінестатичного аналізу механізму доцільно застосовувати наближений підхід до визначення його силових параметрів, при якому враховується лише динамічне навантаження на вихідну ланку. Такий метод також відомий як метод одиничних мас. Очевидно, що нехтування масами ланок механізму зумовлює певні відхилення від реальних значень сил, які виникають у механізмі. Проте цей метод дає змогу встановити загальні закономірності зміни максимумів динамічних параметрів залежно від геометричних характеристик механізму, що, в свою чергу, дозволяє обирати оптимальні геометричні параметри з найбільшими значеннями коефіцієнта корисної дії та найменшими реакціями в кінематичних парах. Навантаження, зумовлені масами ланок, а також сили ваги і тертя враховують на завершальному етапі – під час динамічного проектування механізмів. Натомість на стадії геометричного синтезу достатньо мати наближені дані, які можна отримати, застосовуючи метод одиничних мас.

Розглянемо методику та результати наближеного кінестатичного дослідження таких механізмів. На рис. 1 зображено розрахункову схему 6-ланкового механізму, який дозволяє отримати вистій вихідної ланки (повзуна 5) при неперервному обертанні кривошипа 1. Механізм складається з базового механізму Чебишева  $OABCD$ , для якого є характерним співвідношення ланок  $l_{AB} = l_{BC} = l_{BD}$ , з приєднаною структурною групою Ассура II класу II виду (шатун 4 і повзун 5). Загальне навантаження на вихідній ланці механізму – повзуну 5, визначається як сума статичних та динамічних навантажень:

$$F_5 = F_{cm} + F_0, \quad (1)$$

де  $F_{cm}$  – зведені до ланки 5 статичні сили опору;  $F_0 = -m_n a_E$  – зведені динамічні сили опору;  $m_n$  – маса повзуна, разом зі зведеною до нього масою,  $a_E$  – прискорення ланки зведення – повзуна 5.

Ігноруючи статичне навантаження на повзун 5 та прийнявши його масу рівною одиниці (згідно з методом одиничних мас), можна представити у безрозмірному вигляді формулу для визначення інваріантів (безрозмірних величин) сумарних сил:  $F_{5ine} = -x_E''$ , де  $x_E'' = \frac{d^2 x_E}{d\varphi_1^2}$  – аналог лінійних прискорень ланки 5.

Силу, що передається на шатун  $ABD$  з боку структурної групи, приєднаної до базового механізму  $OABCD$ , можна визначити з умови рівноваги повзуна 5 під дією прикладених до нього сил  $F_4, F_5$  та сили тертя у поступальній парі  $E$ . Величину цієї сили можна визначити у безрозмірному вигляді наступним чином:

$$F_{4ine} = \frac{[F_{5ine}(1 + f \operatorname{tg} \varphi_{42})]}{\cos \varphi_{42}}, \quad (2)$$

де  $\varphi_{42}$  – кут, що визначає положення шатуна 4 у системі координат  $x_2 C y_2$ , що повернута відносно основної на кут  $\xi$  з метою спрощення розрахунків переміщень повзуна 5 (рис. 2).  $f$  – коефіцієнт тертя в поступальній парі. Тертям у шарнірах ми нехтуємо, оскільки сили тертя в обертальних парах значно менші, ніж у поступальних.

Для того, щоби визначити реакції в кінематичних парах, необхідно розглянути умову рівноваги шатуна  $ABD$ , на який діють сили  $F_2, F_3, F_4$ . Згідно з теоремою про три сили, які діють на одну ланку, їх лінії дії перетинаються в одній точці – полюсі. Оскільки напрямки сил  $F_3$  і  $F_4$  збігається з положенням відповідних ланок механізму, як видно з рис. 2, то можна визначити напрямок дії сили  $F_2$ , яка проходить через точку  $P$ , що є перетином напрямків сил  $F_3$  і  $F_4$ . Отже, можна розрахувати значення сил  $F_2$  і  $F_3$ , виходячи з планів сил, показаних на рис. 2, б:



наведених результатів можна відзначити, що максимальні значення сил відповідають такому положенню механізму, яке характеризується кутом повороту кривошипа  $\varphi_1 = 0$ . Цей факт дозволяє спростити визначення максимальних значень реакцій у кінематичних парах, оскільки в такому випадку проводити дослідження можна лише в одному положенні механізму. Отже, для визначення величин сил можна записати наступні залежності:

$$F = \frac{F_5 \sin(\varphi_2 - \frac{\Omega}{2})}{\sin \varphi_2} \frac{F_5 \sin(\frac{\Omega}{2})}{\sin \varphi_2} \quad (6)$$

де  $F_5 = -x_E'' [m_n \omega_1^2 l]$  – динамічна сила опору, яка зведена до ланки 5 ( $M_{cm} = 0$ );  $\varphi_2 = -\arccos[0,5(l_{OA} + l_{OC})]$ .

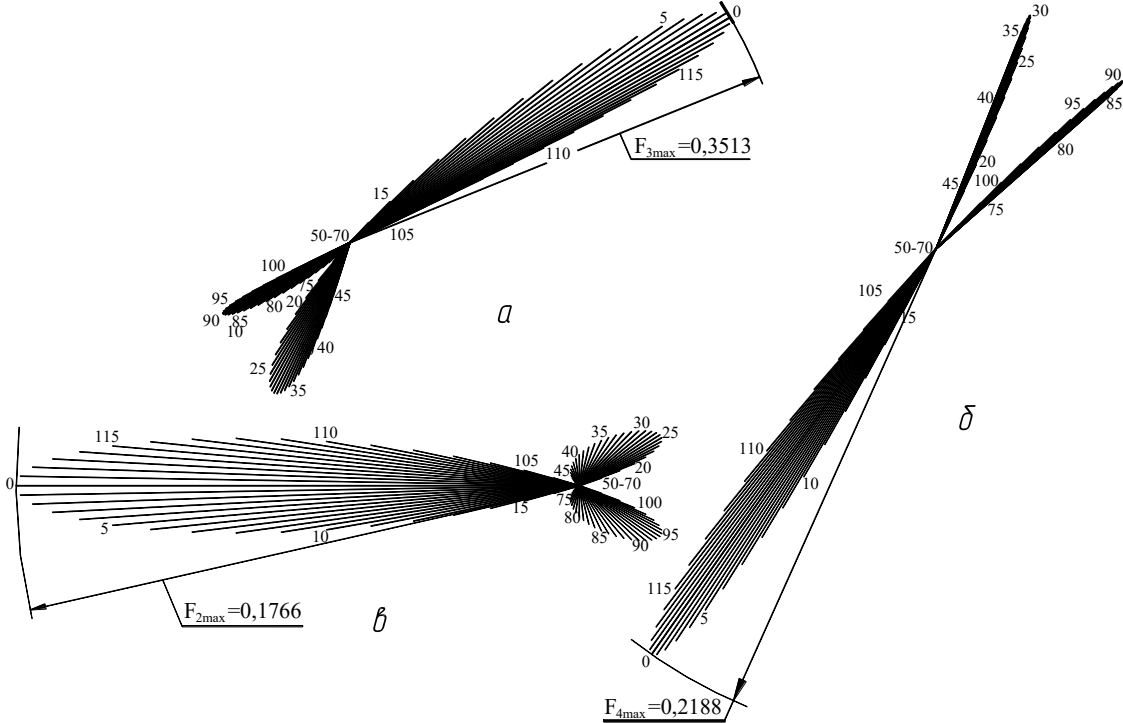


Рис. 4. Годографи сил, що діють на ланки механізму: а)  $F_3$ ; б)  $F_4$ ; в)  $F_2$

В процесі вибору параметрів кінематичної схеми механізму, одним з основних критеріїв є коефіцієнт корисної дії (ККД) механізму. Миттєве значення ККД можна визначити наступним чином [4]:

$$\eta_k = \frac{M_{1id}}{M_{1ine}}, \quad (7)$$

де  $M_{1id} = M_{5ine} x_5'$  – відносний момент на вхідному валу кривошипа 1 для ідеального механізму;  $M_{5ine}$  – момент на вихідній ланці – повзуні 5, розрахований у безрозмірному вигляді;  $x_5'$  – величина аналога швидкостей вихідного повзуна 5;  $M_{1ine}$  – обертовий момент сил (безрозмірна величина), який необхідно прикласти до кривошипа 1.

В роботі [4] проведено наведено формулу для визначення ККД механізму Чебишева з наближенням нижньої ділянки шатунної кривої до дуги кола. З врахуванням цього, можна записати аналогічну формулу для визначення ККД такого ж механізму, але з наближенням вже верхньої ділянки:

$$\eta_k = \frac{|x_5'|}{|x_5'| (1+e_n) C_1 [e_E (|\varphi_4'| + |\varphi_{42}'|) + C_3 e_C (|\varphi_3'| + |\varphi_{32}'|) + C_2 e_A (|\varphi_{21}' + e_o|)]}, \quad (8)$$

де  $C_1 = \frac{F_4}{F_5} = \left( \frac{1+f \operatorname{tg} \varphi_{42}}{\cos \varphi_{42}} \right)$ ;  $e_n = f \operatorname{tg} \varphi_{42}$ ;  $e_i = f_i r_i$ , де  $f_i$  – коефіцієнти тертя у шарнірах,  $r_i$  – радіуси цапф шарнірів механізму;  $\varphi_3', \varphi_4'$  – величини аналогів швидкостей ланок механізму 3 та 4;  $\varphi_{ik} = |\varphi_i - \varphi_k|$  – величини аналогів відносних швидкостей спряжених ланок. Коефіцієнти, що входять у (8):  $C_2 = \left| \frac{\sin(\varphi_4 - \varphi_3)}{\sin(\varphi_3 - \gamma_1)} \right|$ ;  $C_3 = \left| \frac{\sin(\varphi_4 - \gamma_1)}{\sin(\gamma_1 - \varphi_3)} \right|$ .

Як видно з отриманої залежності (8), миттєвий ККД механізму залежить від положення кривошипа 1, оскільки аналоги швидкостей є функцією від узагальненої координати – положення кривошипа, що визначається кутом  $\varphi_1$ , а також та від коефіцієнта тертя  $f$  у кінематичних парах механізму. На рис. 5 показано отримані залежності миттєвого ККД механізму  $\eta_k$  протягом усього його циклу роботи, з яких видно, що збільшення коефіцієнта тертя  $f$  в кінематичних парах приводить до зменшення миттєвого ККД. Зазначимо також, що для ідеального механізму, у якого немає відхилень вихідної ланки від нерухомого положення в період зупинки, величина  $\eta_k$  в цей час повинна дорівнювати нулю, проте практично маємо  $\eta_k \neq 0$ , причому характер зміни цих відхилень залежить від точності наближення.

Очевидно, що миттєвий коефіцієнт корисної дії механізму можна використати лише для порівняння ККД у різні фази його роботи, а для порівняння декількох механізмів між собою потрібно провести розрахунок циклового ККД, який можна визначити за період руху вихідної ланки механізму наступним чином [4]:

$$\eta_u = \frac{\sum_{i=1}^n \eta_{ki}}{n}, \quad (9)$$

де  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  – номери положень механізму.

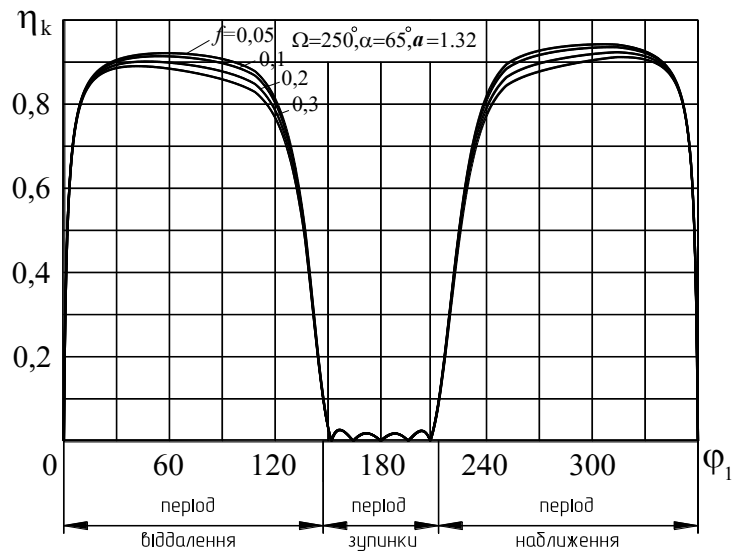


Рис. 5. Залежності ККД механізму від кута повороту кривошипа  $\phi_1$  та коефіцієнта тертя  $f$  в кінематичних парах

На рис. 6 показано отримані діаграми  $\eta_u$  залежно від міжосьової відстані  $a$  механізму ( $a = OC$ , див. рис. 2, а).

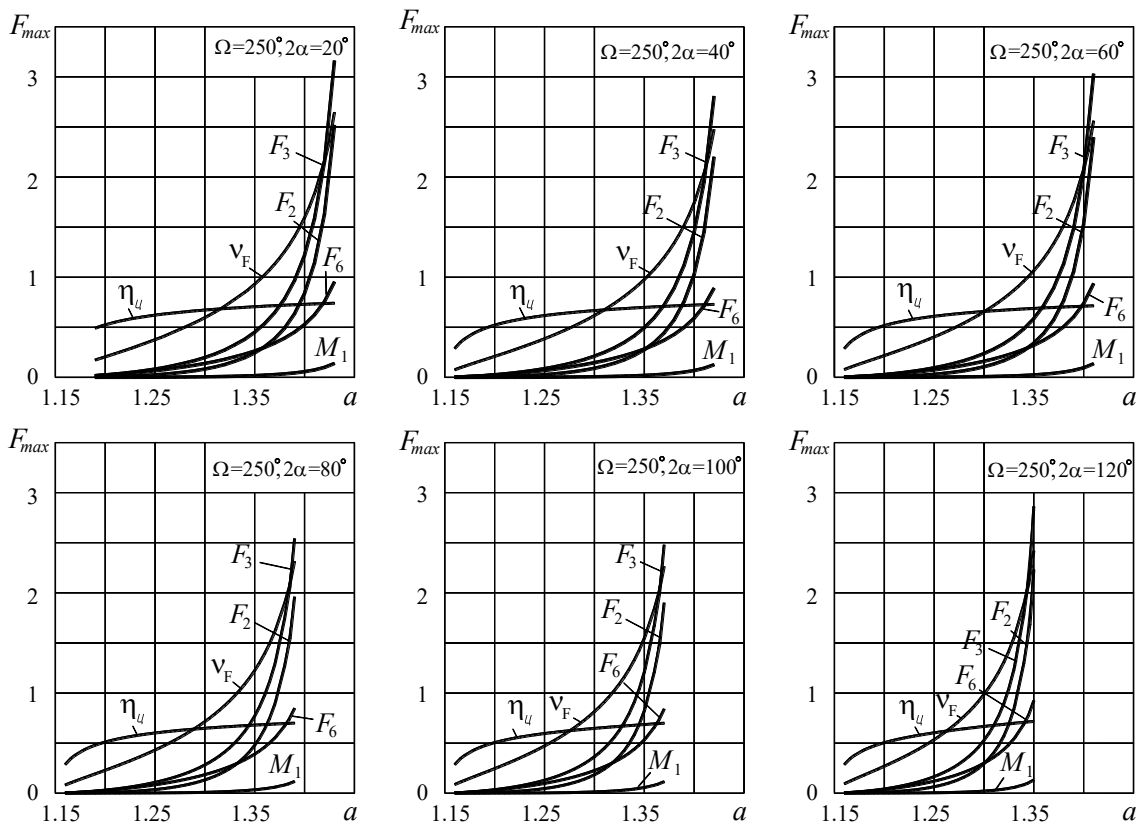


Рис. 6 Діаграми максимальних значень основних кінетостатичних параметрів механізмів

Важливим аспектом при проектуванні важільних механізмів є умови передачі сил, що можна оцінити шляхом використання коефіцієнту зростання сил  $v_F$ , який для цього використовується, зокрема, у роботі [4]. Для шарнірно-важільних механізмів цей коефіцієнт можна записати як відношення сили, що діє на вхідну ланку (кривошип 1), до відповідної сили, яка діє на вихідну ланку (повзун 5), тобто:  $v_F = \frac{F_2}{F_5}$ . В результаті виконаних розрахунків встановлено залежність коефіцієнту зростання сил від міжосьової відстані  $a$  (рис. 6). Як видно, зі збільшенням цієї відстані значення коефіцієнту  $v_F$  також зростає.

На основі отриманих залежностей (1–9) розроблено комп'ютерну програму, за допомогою якої виконано дослідження силового навантаження ланок механізму за умов динамічного навантаження ( $F_{cm} = 0$ ).

Крім величин, вказаних раніше, на рис. 6 також зображено діаграми максимальних значень моменту  $M_1 = M_{1інв}$  та сил  $F_2 = F_{2інв}$ ,  $F_3 = F_{3інв}$ ,  $F_4 = F_{4інв}$  залежно від міжосьової відстані  $a$  механізму. Діаграми наведено для механізмів, що забезпечують різну тривалість вистою  $2\alpha_T$  вихідної ланки 5. Максимальні величини сил  $F_2, F_3, F_4$ , а також момент  $M_1$ , які вказані на діаграмах рис. 6, були обчислені наступним чином:

$$F_i = F_{\text{інв}}[m_n \omega_1^2 l]; M_i = M_{\text{інв}}[m_n l^2 \omega_1^2], \quad (10)$$

де:  $m_n$  – маса інерції ведених мас механізму;  $\omega_1$  – кутова швидкість кривошипа;  $l$  – дійсна довжина шатуна 2.

Для всіх розглянутих механізмів характерна спільна закономірність: зі зростанням міжосьової відстані  $a$  підвищуються максимальні значення сил, що діють на ланки, збільшується цикловий ККД, а також покращуються умови передачі зусиль.

### Висновки

В результаті проведених досліджень розроблено методику розрахунку кінетостатичних параметрів важливих механізмів із вистоем вихідної ланки, які побудовані на основі шарнірного чогириланкового механізму Чебишева. Отримані величини динамічних параметрів механізмів можна використовувати для попереднього розрахунку ланок та деталей механізмів на міцність. Це дозволить враховувати ці параметри в процесі синтезу механізму оптимізаційними методами для забезпечення кращих характеристик таких механізмів відповідно до вимог конструктора. Подальші дослідження планується продовжити в напрямку проведення оптимізаційних досліджень таких механізмів, в т.ч. з врахуванням дійсних значень тривалості зупинки вихідної ланки, які можуть відрізнятися від теоретичних значень, розрахованих за умовами найкращого наближення за Чебишевим.

### Література

1. Waldron, K.J., Kinzel, G.L., Agrawal, S.K.: Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery, 3rd ed. Wiley, Chichester, 2016.
2. McCarthy, J., Soh G. Geometric Design of Linkages, 2nd edition. – Springer-Verlag, New York, 2011. <https://doi.org/DOI:10.1007/978-1-4419-7892-9>.
3. Wang D., Wang W. Kinematic Differential Geometry and Saddle Synthesis of Linkages – John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2015.
4. Кіницький Я.Т. Шарнірні механізми Чебишева із зупинкою вихідної ланки. Хмельницький, ХНУ, 2017. 159 с.
5. Miler D., Birt D., Hoić M. Multi-Objective Optimization of the Chebyshev Lambda Mechanism. Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering. Vol.68, No.12, 2022, 725-734. <https://doi.org/10.5545/sv-jme.2022.349>.
6. Lanni C., Figliolini. G., Tomassi L. Higher order kinematic analysis of long-dwell mechanisms. Proceedings of ASME 2023 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, IDETC-CIE2023. Vol 8. 2023. <https://doi.org/10.1115/DETC2023-116699>.
7. Akay O.E., Catalkaya M., Synthesis of a four-bar mechanism using nonlinear regression analysis. Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 39, pp. 1427–1434, 2025, <https://doi.org/10.1007/s12206-025-0234-1>.
8. Wu X., Liu Q., Ding J., Wang C., Yu H., Bai S., Transmission angle of planar four-bar linkages applicable for different input-output links subject to external loads, Mechanism and Machine Theory, vol. 203, 105829, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105829>
9. Харжевський В. О. Дослідження законів руху вихідної ланки механізмів, побудованих на основі механізму Чебишева з наближенням верхньої ділянки шатунної кривої. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. 2017. №1 (245). С. 10-15.
10. Харжевський В. О. Визначення фактичних значень інваріантів кінематичних параметрів механізмів Чебишева із зупинкою вихідної ланки та моделювання їх роботи у системі SOLIDWORKS. Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. 2017. №2 (247). С. 52-58.

### References

1. Waldron, K.J., Kinzel, G.L., Agrawal, S.K.: Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery, 3rd ed. Wiley, Chichester, 2016.
2. McCarthy, J., Soh G. Geometric Design of Linkages, 2nd edition. – Springer-Verlag, New York, 2011. <https://doi.org/DOI:10.1007/978-1-4419-7892-9>.
3. Wang D., Wang W. Kinematic Differential Geometry and Saddle Synthesis of Linkages – John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd., 2015.
4. Kinytskyi Ya.T. Sharnirni mekhanizmy Chebysheva iz zupynkoiu vykhidnoi lanky. Khmelnytskyi, KhNU, 2017. 159 c.
5. Miler D., Birt D., Hoić M. Multi-Objective Optimization of the Chebyshev Lambda Mechanism. Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering. Vol.68, No.12, 2022, 725-734. <https://doi.org/10.5545/sv-jme.2022.349>.
6. Lanni C., Figliolini. G., Tomassi L. Higher order kinematic analysis of long-dwell mechanisms. Proceedings of ASME 2023 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, IDETC-CIE2023. Vol 8. 2023. <https://doi.org/10.1115/DETC2023-116699>.
7. Akay O.E., Catalkaya M., Synthesis of a four-bar mechanism using nonlinear regression analysis. Journal of Mechanical Science and Technology, vol. 39, pp. 1427–1434, 2025, <https://doi.org/10.1007/s12206-025-0234-1>.
8. Wu X., Liu Q., Ding J., Wang C., Yu H., Bai S., “Transmission angle of planar four-bar linkages applicable for different input-output links subject to external loads”, Mechanism and Machine Theory, vol. 203, 105829, 2024, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105829>
9. Kharzhevskiy V. O. Doslidzhennia zakoniv rukhu vykhidnoi lanky mekhanizmiv, pobudovanykh na osnovi mekhanizmu Chebysheva z nablyzhenniam verkhnoi dilianky shatunnoi kryvoi. Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. 2017. №1 (245). С. 10-15.
10. Kharzhevskiy V. O. Vyznachennia faktychnykh znachen invariantiv kinematychnykh parametrov mekhanizmiv Chebysheva iz zupynkoiu vykhidnoi lanky ta modeliuвання yikh roboty u systemi SOLIDWORKS. Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. 2017. №2 (247). С. 52-58.