

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2026-363-58>

УДК 621.396.96

ПОЛІКАРОВСЬКИХ ОЛЕКСІЙ

Одеський національний морський університет

<https://orcid.org/0000-0002-1893-7390>

E-mail: polalexey@gmail.com

ГУЛА ІГОР

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0002-4434-5794>

E-mail: hulaih@khmnu.edu.ua

ТКАЧУК АНДРІЙ

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-0865-9603>

E-mail: tkacukan@khmnu.edu.ua

АПАРАТНО-ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ MUSIC У СИСТЕМІ РАДІОПЕЛЕНГАЦІЇ KERBEROSSDR З ОПТИМІЗАЦІЄЮ ФАЗОВОЇ КОГЕРЕНТНОСТІ

У статті розглянуто питання практичної реалізації та модернізації системи радіопеленгації на базі чотириканального когерентного SDR-приймача KerberosSDR. Основну увагу приділено методам забезпечення фазової когерентності та адаптації застарілого програмного стека під сучасні обчислювальні середовища. Обґрунтовано вибір параметрів просторової та часової дискретизації для алгоритму надроздільної здатності MUSIC. Авторами проведено рефакторинг критичних модулів обробки сигналів на мові Python, що дозволило усунути детерміновані помилки та забезпечити візуалізацію просторового псевдоспектра в реальному часі. Експериментально доведено ефективність запропонованої конфігурації антенної решітки з інтервалом 0,333λ для стабільної пеленгації в FM-діапазоні.

Ключові слова: радіопеленгація, KerberosSDR, алгоритм MUSIC, фазова когерентність, псевдоспектр, програмно-визначене радіо (SDR), просторова дискретизація.

POLIKAROVSKYKH OLEKSIY

Odessa National Maritime University

HULA IHOR, TKACHUK ANDRII

Khmelnytskyi National University

HARDWARE AND SOFTWARE IMPLEMENTATION OF THE MUSIC ALGORITHM IN THE KERBEROSSDR DIRECTION FINDING SYSTEM WITH PHASE COHERENCE OPTIMIZATION

The paper addresses the practical challenges of implementing and optimizing a coherent radio direction finding (RDF) system based on the KerberosSDR platform. The study focuses on the modernization of the software stack to ensure full compatibility with modern computational environments and stable real-time signal processing. A significant part of the research is dedicated to achieving and maintaining strict phase coherence across four independent RTL-SDR channels, which is a fundamental prerequisite for high-resolution Direction of Arrival (DOA) estimation. The author performed a comprehensive refactoring of the system's core modules, specifically addressing critical compatibility issues with contemporary NumPy and PyQt5 libraries, transitioning to updated complex number standards and modern graphical layout widgets.

By adjusting the sampling rate to a fixed value of 1.024 MHz and optimizing the USB data stream, the study successfully eliminated sample drops and phase drifts that previously hindered the accuracy and reliability of the MUSIC (Multiple Signal Classification) algorithm. The experimental setup involved a 4-element uniform circular array (UCA) with an optimized element spacing of 0.333λ. This specific configuration was strategically chosen as a compromise to balance angular resolution and suppress spatial aliasing, ensuring stable performance especially in complex multipath environments typical for urban radio monitoring.

Furthermore, the paper details a rigorous calibration protocol utilizing an internal noise source to synchronize the tuners at the hardware level. The results demonstrate that the implemented hardware-software complex provides stable and accurate azimuth estimation in the FM broadcast band. The research highlights the critical importance of proper noise-source calibration and precise physical antenna alignment—referencing the true North—for the reliability of the spatial pseudospectrum visualization. The findings offer a comprehensive practical roadmap for utilizing low-cost SDR hardware in professional-grade radio monitoring, signal intelligence, and electronic warfare training tasks, proving that software-level optimizations can significantly enhance the capabilities of budget-friendly hardware.

Keywords: radio direction finding, KerberosSDR, MUSIC algorithm, phase coherence, spatial pseudospectrum, software-defined radio (SDR), spatial sampling.

Стаття надійшла до редакції / Received 11.02.2026

Прийнята до друку / Accepted 28.02.2026

Опубліковано / Published 26.03.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Полікаровських Олексій, Гула Ігор, Ткачук Андрій

Вступ

Математик Тома Фантет де Ланьї вперше вжив слово «гоніометрія» у мемуарах з математики та фізики Французької королівської академії наук за 1734 рік. Етимологічно воно походить від грецьких термінів *gonia* та *metron*, що означають відповідно «кут» та «вимірювання». Отже, цей термін слугує для означення наукової сфери про вимірювання кутів. Загалом, він також стосується різних методів, що використовуються для оцінки напрямку приходу (DoA - Direction of Arrival) акустичних, сейсмічних, електромагнітних або будь-яких інших хвиль, випромінюваних джерелом. Таким чином, радіогоніометр – це система, яка вимірює напрямок приходу вхідної електромагнітної хвилі і, відповідно, оцінює напрямок на джерело. Цей процес частіше називають радіопеленгацією (або просто пеленгацією), а прилад, що використовується для виконання цього завдання, називають радіопеленгатором (або просто пеленгатором) [1]. Як показано на рис. 1, напрямок поширення ЕМ-

хвилі визначається напрямком хвильового вектора $k(\phi, \theta)$, де $\phi \in [0^\circ; 360^\circ]$ та $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ позначають азимут та кут місця (елевацію) відповідно. Поляризація падаючої ЕМ-хвилі тут описується вектором поляризації (який іноді називають вектором Джонса) і визначається як комбінація вертикальної ($\hat{\theta}$) та горизонтальної ($\hat{\phi}$) поляризацій наступним чином:

$$p = \sin(\gamma)e^{j\eta f}\hat{\theta} + \cos(\gamma)\hat{\phi}, \tag{1}$$

де $\gamma \in [0^\circ; 90^\circ]$ та $\eta \in [-90^\circ; 90^\circ]$ відносяться до допоміжного кута поляризації та різниці фаз поляризації відповідно. Таким чином, параметри вхідної ЕМ-хвилі можна узагальнити вектором параметрів $\Omega = [\theta \phi \eta \gamma]^T$. Верхній індекс T означає транспонування матриці.

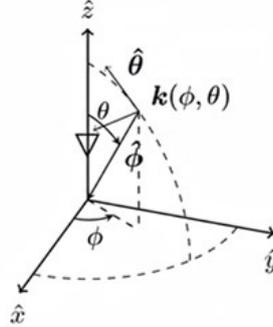


Рис.1. Визначення кутів азимута ϕ та місця (елевації) θ для напрямку приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі у Декартовій системі координат

Радіопеленгатори складаються з антенної решітки, яка дає змогу оцінювати напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі, використовуючи властивості її поширення. На відміну від більшості радіолокаційних систем, ці пристрої виконують пасивне та непомітне вимірювання, яке не може бути виявлене передавачем радіохвилі, що вимірюється.

Аналіз досліджень

Останні розробки в галузі бездротового зв'язку призвели до відновлення інтересу до радіопеленгації (DF - Direction Finding), одночасно підвищивши складність і вимоги до систем пеленгації. Значного прогресу було також досягнуто в області обробки сигналів антенних решіток, що дало змогу точніше оцінювати напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі. Проте всі сучасні радіопеленгатори базуються на одній і тій самій структурній схемі, зображеній на рис. 2.

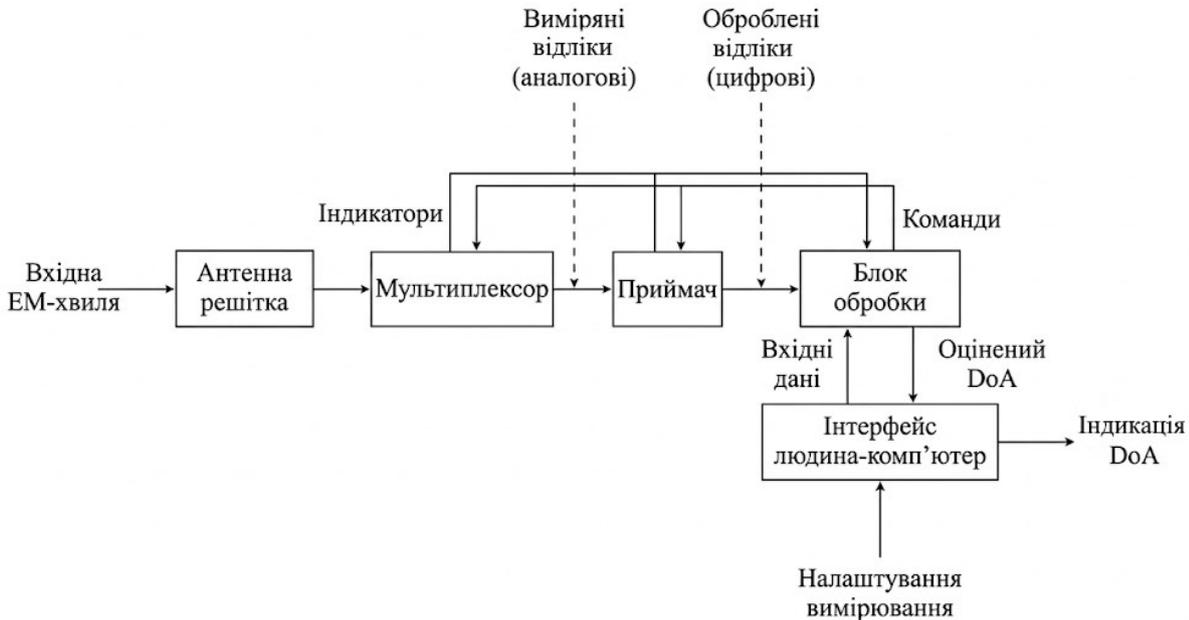


Рис.2. Функціональна схема цифрового радіопеленгатора

Така система включає наступні основні частини:

Антенна решітка, що складається з певного розташування кількох датчиків, які забезпечують дискретизацію падаючого хвильового фронту за амплітудою та/або фазою. Після цього отримані вибірки можуть бути оброблені наступними елементами радіопеленгатора для визначення напрямку приходу (DoA) вхідної ЕМ-хвилі. Аспекти проєктування антенної решітки, такі як кількість, вибір випромінювальних

елементів та їхнє геометричне розташування, визначаються відповідно до алгоритму пеленгації та робочого діапазону частот.

Мультиплексор може використовуватися, якщо кількість каналів прийому відрізняється від кількості вихідних портів антенної решітки. Таким чином, він спрощує цифровий тракт прийому та знижує вартість обладнання, послідовно та вибірково підключаючи вихідні порти до вимірювальних каналів.

Приймач забезпечує відповідність вимірюваного сигналу специфікаціям блоку обробки за допомогою серії операцій аналогової обробки сигналів, що передують оцифровуванню. Типова архітектура приймача, зокрема, дозволяє виконувати наступні дії для попередньої підготовки радіочастотного сигналу до ефективного оцифровування: посилення, фільтрацію та перетворення на відповідну проміжну частоту, якщо аналого-цифровий перетворювач не дозволяє виконувати обробку на частоті антенного сигналу. З іншого боку, характеристики вимірювання (робоча частота, смуга пропускання, посилення тощо) передаються на приймач через команди керування, що надсилаються блоком обробки.

Блок цифрової обробки містить алгоритм пеленгації, реалізований, наприклад, на програмованій логічній інтегральній схемі (ПЛІС/FPGA). Цей блок також дозволяє керувати мультиплексором, якщо він використовується. Крім того, зазвичай застосовується зворотний зв'язок для підвищення точності оцінки напрямку приходу (DoA).

Інтерфейс «людина-комп'ютер» дозволяє оператору взаємодіяти з системою пеленгації через інтерфейс користувача, який включає такі функції, як відображення напрямку приходу (DoA) та панель керування блоком обробки.

Характеристики радіопеленгації будь-якого радіопеленгатора залежать, з одного боку, від електричних характеристик його пеленгаторної антени, а з іншого – від застосованого методу пеленгації. Тому до практичних аспектів, що стосуються як проектування антени, так і вибору методу пеленгації, слід підходити з максимальною ретельністю, враховуючи взаємозалежність між ними. Цей вибір також має здійснюватися відповідно до передбачуваної сфери застосування, що передбачає врахування економічного аспекту, а також керування кількома обмеженнями (наприклад, розмір антени, вага, тип носія або навіть умови навколишнього середовища). Це має призвести до компромісу між очікуваними характеристиками та реальною експлуатаційною ситуацією. Тим не менш, існують певні показники (дескриптори), які можна використовувати для значущої кількості оцінки ефективності системи радіопеленгації.

Першою важливою характеристикою пеленгатора є зона огляду, яка відповідає кутовій області, в якій радіопеленгатор може оцінити напрямок приходу (DoA) падаючої електромагнітної хвилі відповідно до заданих вимог щодо точності. З точки зору кутового охоплення можна виділити три основні категорії радіопеленгації:

1. Радіопеленгація з 2-D кутовим охопленням: означає, що напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі може бути оцінений лише за азимутом або за кутом місця;

2. Радіопеленгація з обмеженим 3-D кутовим охопленням: означає, що напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі може бути оцінений як за азимутом, так і за кутом місця в обмеженій зоні тривимірного простору;

3. Радіопеленгація з 3-D кутовим охопленням: означає, що напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі може бути оцінений у всьому тривимірному просторі. Якщо пеленгаторна антена встановлена над площиною заземлення (з огляду на особливості вбудованих систем), таке охоплення обмежується верхнім тривимірним півпростором.

Кутове охоплення по суті залежить від діаграм спрямованості (ДС) антенних елементів, що входять до складу радіопеленгатора».

Друга характеристика, це частотне покриття пристрою. Воно визначає смугу частот, у якій радіопеленгатор здатний оцінювати напрямок приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі відповідно до заданих вимог щодо точності. Це також дозволяє виділити три категорії радіопеленгації:

1. Одночастотна радіопеленгація: як впливає з назви, дозволяє оцінювати DoA падаючої ЕМ-хвилі лише на одній частоті або у дуже вузькому частотному діапазоні;

2. Багаточастотна радіопеленгація: дозволяє оцінювати DoA падаючої ЕМ-хвилі на кількох частотах або у кількох вузьких частотних діапазонах;

3. Широкосмугова радіопеленгація: дозволяє оцінювати DoA падаючої ЕМ-хвилі у широкому діапазоні частот.

Частотне охоплення залежить переважно від узгодження імпедансу та діаграм спрямованості (ДС) антенних елементів, що входять до складу радіопеленгатора».

Третім параметром є теоретична межа – нижня межа Крамера-Рао. Нижня межа Крамера-Рао визначає нижню межу дисперсії будь-яких незміщених оцінювачів детермінованого параметра. Ця межа була названа на честь Г. Крамера та С. Р. Рао, які незалежно один від одного вивели це обмеження у 1940-х роках [2]. Окрему увагу слід приділити П. Стойці [3], який утвердив цей параметр як одну з найбільш використовуваних метрик для оцінки оптимальної точності радіопеленгації. У цьому контексті вона дозволяє визначити теоретичну межу середньої точності, якої може досягти конкретний радіопеленгатор, незалежно від застосованого методу пеленгації. Важливо зазначити, що межа Крамера-Рао сильно залежить від електричних характеристик пеленгаторної антени, особливо від її діаграм спрямованості (ДС). З технічної точки зору, межа Крамера-Рао

пов'язана з з інформаційною матрицею Фішера (FIM), яка позначається як J для багатопараметричних задач [3]. У математичній статистиці ця матриця підсумовує обсяг інформації в отриманих даних щодо величин, які нас цікавлять. Інформація Фішера відповідає другому моменту функції обрахунку. Математично елементи матриці J визначаються як

$$J_{i,j} = -E \left[\frac{\partial l(\Omega|x)}{\partial \Omega_i} \frac{\partial l(\Omega|x)}{\partial \Omega_j} \right] = -E \left[\frac{\partial^2 l(\Omega|x)}{\partial \Omega_i \partial \Omega_j} \right]. \quad (2)$$

Друга похідна визначає, наскільки гострим є пік функції правдоподібності в точці максимуму, оскільки інформація Фішера вимірює кривизну логарифмічної функції правдоподібності. Що більшою є кривизна, то легше оцінити істинне значення параметра Ω . Це означає, що в даних X міститься багато інформації про Ω . Згідно з теоремою Крамера-Рао, дисперсія будь-якої незміщеної оцінки Ω є вищою за величину, обернену до інформації Фішера. Отже, нижня межа дисперсії будь-якого оцінювача параметра Ω виражається наступним чином:

$$\text{Var}(\Omega_i) \geq [j^{-1}]_{i,j}. \quad (3)$$

Для цілей тривимірної (3-D) радіопеленгації вектор параметрів Ω містить кути азимута та кута місця падаючої електромагнітної хвилі. Він також може включати параметри поляризації хвилі, якщо їх необхідно оцінити.

Третім параметром, від якого залежить якість пеленгування є точність оцінювання. Ця точність відповідає кутовій похибці між оціненими кутами приходу та їхніми точними значеннями. Інакше кажучи, вона визначає інструментальну точність кутового вимірювання, а саме те, наскільки результат вимірювання відхиляється від істинного значення напрямку приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі. Зокрема, це залежить від різних чинників, таких як електричні характеристики пеленгаторної антени, відношення сигнал/шум (SNR) або навіть ефекти поширення падаючої ЕМ-хвилі. Зазвичай точність радіопеленгатора характеризується середньоквадратичним значенням (Root Mean Square — середнє квадратичне) кутової похибки. Залежно від сфери застосування, ця точність може бути представлена або як функція кутів азимута чи місця, або як функція кутової відстані [4]. У першому випадку вона визначається як

$$E_{RMS}(\Omega) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |\Omega - \hat{\Omega}|^2}, \quad (4)$$

де Ω – істинний кут (кут азимута ϕ або кут місця θ), $\hat{\Omega}$ – кут, оцінений радіопеленгатором, а L позначає кількість випробувань (ітерацій) за методом Монте-Карло. Точність оцінювання, досягнута антеною радіопеленгатора в межах заданого кутового охоплення, може бути оцінена шляхом аналізу або максимального значення, або 95-го перцентиля

$$\Delta a_{RMS}(\phi, \theta) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |\Delta a(\phi, \theta)|^2}, \quad (5)$$

усіх оцінених напрямків приходу (DoA). Останній відповідає порогу похибки для 95% усіх змодельованих або виміряних DoA у верхньому тривимірному півпросторі. Хоча максимальне значення $\Delta a_{RMS}(\phi, \theta)$ може бути цікавим на практиці, воно не дає повної картини ефективності антени, якщо точність є дуже високою в усьому 3-D півпросторі, за винятком кількох специфічних напрямків. У такому разі 95-й перцентиль $\Delta a_{RMS}(\phi, \theta)$ є кращим показником, оскільки він менш чутливий до помилок оцінювання в цих окремих напрямках. Орієнтація на 95-й перцентиль не є обмеженням в тому сенсі, що під час пеленгаційних вимірювань зазвичай присутнє поняття руху. Наприклад, мобільними можуть бути як сама антена пеленгатора, так і ціль (наприклад, ракета у військовій сфері). Також може бути цікаво розглянути значення E_{RMS} для кутів азимута та місця, а також відповідні 95-і перцентилі, навіть якщо радіопеленгатор призначений для 3-D пеленгації. Ці значення вказують на те, чи є радіопеленгатор точнішим за азимутом, чи за кутом місця.

Наступним параметром оцінки якості є чутливість: чутливість визначає мінімальну щільність потоку потужності F_{sensi} виражену в $\text{dBW} \times \text{m}^{-2}$, яка необхідна для оцінки напрямку приходу (DoA) падаючої ЕМ-хвилі з похибкою, що не перевищує заданого порогу. Її також можна виразити як функцію амплітуди відповідної електричної хвилі, тобто в $\text{dB} \mu\text{V} \times \text{m}^{-1}$. Інакше кажучи, чутливість визначає необхідну потужність P_{anti} на виході антени пеленгатора, яка забезпечує мінімальне відношення сигнал/шум (SNR) для досягнення бажаної точності.

Важливим параметром сучасного пеленгатора є стійкість до кругової неоднозначності: Для заданої антенної решітки точність оцінювання радіопеленгатора може погіршуватися через появу кутової неоднозначності. Загалом можна виділити два типи кутової неоднозначності. Кутова неоднозначність I типу виникає для певної пеленгаторної антени, коли два або більше напрямків приходу (DoA), що достатньо віддалені один від одного, мають відносний зсув фаз, кратний 2π , і демонструють колінеарні вектори керування [5]. Поява кутової неоднозначності пов'язана з просторовим розподілом складових випромінювальних елементів пеленгаторної антени, які здійснюють дискретизацію падаючої ЕМ-хвилі. Оцінювання стає неоднозначним, якщо їхнє взаємне розташування не задовольняє теорему Найквіста про просторову дискретизацію. Навіть якщо їхнє розташування запобігає субдискретизації падаючої ЕМ-хвилі, кутова неоднозначність може виникнути через інші явища, такі як наявність взаємозв'язку між елементами або розсіювання у ближній зоні. Проте можна оцінити ризик виникнення кутової неоднозначності між двома достатньо віддаленими напрямками, перевіривши, чи є для цих напрямків вектори лінійно залежними. Така перевірка виконується шляхом аналізу значення кута $d(\phi_i, \theta_i)$ та $d(\phi_j, \theta_j)$ між двома векторами напрямку, який визначається як:

$$\alpha(\phi_i, \theta_i, \phi_j, \theta_j) = \cos^{-1} \left(\frac{|d^H(\phi_i, \theta_i) \cdot d(\phi_j, \theta_j)|}{\|d^H(\phi_i, \theta_i)\| \cdot \|d(\phi_j, \theta_j)\|} \right), \quad (6)$$

$d^H(\phi_i, \theta_i)$ позначає Ермітове спряження (спряжене транспонування) вектора напрямку $d(\phi_i, \theta_i)$. Отже, чим меншим є кут $\alpha(\phi_i, \theta_i, \phi_j, \theta_j)$, тим вищий ризик виникнення кутової неоднозначності. Ризик кутових неоднозначностей у тривимірному просторі зазвичай оцінюється за 3-D спектром мінімального значення α між кожною парою кутів $(\phi_i, \theta_i, \phi_j, \theta_j)$ [6]. Цей метод припускає, що для обчислення мінімального значення α неоднозначності виникають для кутів, рознесених щонайменше на 15° .

Для забезпечення характеристик пеленгатора необхідно врахувати явище багатопроменевого поширення. В експлуатаційних умовах характеристики радіопеленгації погіршуються через багатопроменеve поширення. Це явище, при якому вхідна ЕМ-хвиля проходить різними шляхами до радіопеленгатора. Багатопроменеve поширення зазвичай зумовлене такими процесами, як дзеркальне та дифузне відбиття, розсіювання та рефракція від навколишніх об'єктів, таких як перешкоди, будівлі, дерева. У сценарії багатопроменевого поширення ЕМ-хвиля, що падає на радіопеленгатор, є комбінацією хвиль, які приходять від одного джерела різними шляхами, зазнають амплітудних та фазових викривлень і залишаються корельованими доти, доки надлишкова багатопроменева затримка є меншою за величину, обернену до смуги когерентності. Оскільки методи радіопеленгації часто базуються на гіпотезі про те, що ЕМ-хвиля має плоский та ізофазний фронт (що у випадку багатопроменевого поширення вже не обов'язково так), виникає погіршення характеристик пеленгації.

Відповідно, для вирішення цих проблем були запропоновані спеціальні методи. Важливим прикладом є просторове згладжування (spatial smoothing), що передбачає використання великої лінійної решітки, сформованої з кількох підрешіток [7]. Згодом цей підхід був адаптований Т. С. Шаном для методів формування діаграми спрямованості [8] та декомпозиції підпростору [9].

У класичних методах пеленгації роздільна здатність обмежена шириною головної пелюстки діаграми спрямованості антени. Якщо два джерела сигналу знаходяться ближче, ніж ширина цієї пелюстки, система «бачить» їх як один об'єкт. Методи надвисокої роздільної здатності використовують складну математичну обробку (декомпозицію власних значень), щоб «розрізнити» ці сигнали, навіть якщо вони знаходяться дуже близько один до одного. Для цього використовують алгоритми оцінювання DoA на основі підпросторів — це методи високої роздільної здатності, що базуються на концепції сигнального та шумового підпросторів. Ці аналізатори напрямку сигналу привернули значну увагу з моменту їх появи на початку 1980-х років, оскільки вони є ефективнішими, забезпечують вищу роздільну здатність і, як було доведено, є високоефективними.

Одним із найпопулярніших методів на основі підпросторів є алгоритм MUSIC (англ. multiple signal classification - класифікація множинних сигналів), запропонований Р. Шмідтом у 1986 році. Були представлені й інші алгоритми оцінки DoA на основі підпросторів. Серед них — ESPRIT (оцінка параметрів сигналів методом інваріантності до обертання), а також алгоритм root-MUSIC. Для досягнення визначених характеристик в роботі пропонується використати алгоритм MUSIC [9-12].

Алгоритм MUSIC. Метод на основі підпросторів є одним із найпопулярніших значною мірою завдяки своїй універсальності. Дійсно, його можна використовувати з антенними решітками довільної, але відомої конфігурації та характеристики відгуку. Більше того, він дозволяє оцінювати декілька параметрів для кожного джерела (таких як кути азимута та місця падаючої ЕМ-хвилі, а також стан її поляризації). Тим не менш, універсальність алгоритму MUSIC має свою ціну. Характеристика відгуку решітки має бути відома для всіх можливих комбінацій параметрів джерела або за допомогою процесу калібрування, або завдяки аналітичному опису. В основі алгоритму MUSIC лежить концепція сигнального та шумового підпросторів. Розглянемо решітку з P антен та V ($V < P$) падаючих ЕМ-хвиль, що поширюються в ізотропному, однорідному середовищі без втрат і падають на решітку. За наявності V падаючих ЕМ-хвиль вихідна напруга $x \in C^{P,1}$, отримана в момент часу t , може бути записана наступним чином:

$$x(t) = D(\Omega) \cdot s(t) + n(t), \quad (7)$$

де $D(\Omega) = [d(\Omega_1 \dots \Omega_\theta \dots \Omega_V)] \in C^{P,V}$ — це просторова характеристика відгуку решітки на V падаючих ЕМ-хвиль, що характеризуються параметрами Ω_θ . У рівнянні (7) $s \in C^{V,1}$, та $n \in C^{P,1}$ — це, відповідно, вектор сигналу, пов'язаний із цими вхідними ЕМ-хвилями (тобто амплітуда та фаза кожного сигналу), та адитивний білий гаусівський шум. Припускається, що шум є просторово інваріантним із нульовим середнім значенням та коваріаційною матрицею $R_n = \sigma_n^2 I \in C^{P,P}$. Спочатку сигнальний та шумовий підпростори ідентифікуються за допомогою розкладу за власними значеннями коваріаційної матриці R_x прийнятого сигналу x . Ця матриця може бути виражена наступним чином:

$$R_x = E[xx^H] = \sum_{p=1}^P \lambda_{x,p} v_{x,p}^H, \quad (8)$$

де $\lambda_{x,p}$ та $v_{x,p}^H$ позначають власні значення та відповідні ортонормовані власні вектори матриці R_x . Власні значення потім упорядковуються за спаданням, тобто:

$$\lambda_{x,1} > \lambda_{x,2} > \dots > \lambda_{x,V} > \lambda_{x,V+1} = \lambda_{x,V+2} = \dots = \lambda_{x,P} = \sigma_n^2. \quad (9)$$

Власні вектори $V_{x,S} = [v_{x,1}, v_{x,2}, \dots, v_{x,V}]$, що відповідають V найбільшим власним значенням, утворюють сигнальний підпростір, тоді як решта $P - V$ власних векторів $V_{x,N} = [v_{x,V+1}, \dots, v_{x,P}]$ утворюють ортогональний простір, де присутній лише шум. Цей простір зазвичай називають шумовим підпростором. На практиці коваріаційна матриця R_x є невідомою, тому використовується оцінка просторової коваріаційної матриці x за N відліками. Остання визначається наступним чином:

$$\hat{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[t_n] x^H[t_n]. \quad (10)$$

Оскільки при отриманні оцінки \hat{R}_x існують певні недосконалості, власні значення шумового підпростору не будуть точно дорівнювати σ_n^2 . Проте вони групуються навколо цього значення, і таким чином їх можна відрізнити від власних значень сигнального підпростору. Розділення стає легшим і більш чітким у міру збільшення кількості відліків, використаних для оцінювання, і в ідеалі воно досягається при їхній нескінченній кількості. По-друге, алгоритм MUSIC передбачає, що вектори керування падаючих ЕМ-хвиль є ортогональними до власних векторів шумового підпростору, а саме

$$V_{x,N}^H D(\Omega_l) = 0, l \in [1, L]. \quad (11)$$

Просторовий спектр MUSIC P_{MUSIC} визначається наступним чином

$$P_{MUSIC}(\Omega) = \frac{1}{D^H(\Omega) V_{x,N} V_{x,N}^H D(\Omega)}, \quad (12)$$

на основі якого оцінюються параметри падаючих ЕМ-хвиль. Коли $D(\Omega)$ є ортогональним до кожного стовпця матриці $V_{x,N}$ значення знаменника дорівнює нулю, але через наявність шуму воно фактично стає мінімумом, що відповідає максимуму P_{MUSIC} .

Як напрямок приходу (DoA), так і стан поляризації падаючої ЕМ-хвилі можна оцінити за допомогою векторної антени. Згідно з рівнянням 11, просторовий спектр MUSIC визначається наступним чином

$$P_{MUSIC}(\phi, \theta, \gamma, \eta) = \frac{1}{D^H(\phi, \theta, \gamma, \eta) V_{x,N} V_{x,N}^H D(\phi, \theta, \gamma, \eta)}. \quad (13)$$

Відповідно, параметри $\Omega_v = [\phi_v, \theta_v, \gamma_v, \eta_v]^T$ кожної з ЕМ-хвиль визначаються як:

$$(\phi, \theta, \gamma, \eta) = \arg \left\{ \max_{\phi, \theta, \gamma, \eta} P_{MUSIC}(\phi, \theta, \gamma, \eta) \right\}. \quad (14)$$

Оцінювання цих параметрів потребує значних комп'ютерних ресурсів, оскільки P_{MUSIC} є функцією чотирьох змінних. Тим не менш, нещодавні дослідження пропонують рішення для оптимізації часу обчислень. Наприклад, модель спостереження, заснована на кватерніонному формалізмі, дозволяє вдвічі скоротити потребу в ресурсах пам'яті та обчислювальні витрати [9-12]. Іншим прикладом є зниження розмірності алгоритму алгоритм MUSIC так званий DR-MUSIC, який дозволяє зменшити розмірність пошуку з чотиривимірної до двох двовимірних пошуків за допомогою теореми Релея-Рітца. У нашій роботі розглядається лише одна падаюча ЕМ-хвиля ($V = 1$), а її стан поляризації вважається відомим. Як наслідок, матриця D вироджується у вектор d , а просторовий спектр MUSIC виражається наступним чином:

$$P_{MUSIC}(\phi, \theta) = \frac{1}{d^H(\phi, \theta) V_{x,N} V_{x,N}^H d(\phi, \theta)}. \quad (15)$$

Параметри $\Omega_v = [\phi_v, \theta_v]^T$ ЕМ-хвилі визначаються як:

$$(\phi, \theta) = \arg \left\{ \max_{\phi, \theta} P_{MUSIC}(\phi, \theta) \right\}, \quad (16)$$

де P_{MUSIC} є функцією двох змінних (другого порядку розмірності пошуку).

Постановка завдання

В даній роботі досліджується процес формування просторового псевдоспектра алгоритму MUSIC у чотириканальній когерентній системі KerberosSDR. Для визначення впливу параметрів дискретизації на точність пеленгування отримано технічне обґрунтування вибору міжелементної відстані $0,333\lambda$ та частоти дискретизації 1,024 МГц, що є справедливим для умов багатопроменевого поширення сигналу в FM-діапазоні. Отриманий результат адаптації програмного забезпечення є ефективнішим за стандартні налаштування і дозволяє наочно побачити, як пов'язані фазова когерентність каналів та стабільність обчислення матриці коваріації з виглядом піків псевдоспектра для різних кутів приходу хвилі. Для оцінки точності системи в реальному часі та візуалізації результатів на картографічній основі використовується розроблене чисельне моделювання та натурний експеримент.

Результати дослідження

Спираючись на розглянуті теоретичні засади гоніометрії та математичний апарат алгоритму MUSIC, постає необхідність перевірки даних принципів у реальних умовах. Перехід від ідеалізованих моделей до практичної реалізації вимагає врахування низки апаратних обмежень, таких як фазовий дрейф тюнерів, нелінійність антенних характеристик та обчислювальна затримка програмного стека. У наступному розділі описано процес створення та модернізації експериментального комплексу на базі KerberosSDR, де теоретичні вимоги до просторової дискретизації знаходять своє втілення у конкретних інженерних рішеннях щодо геометрії антенної решітки та конфігурації цифрової обробки сигналів. KerberosSDR [12] має чотири RTL-SDR приймачі, він має досить високі вимоги до потужності споживання. Передача даних і основне живлення здійснюється через кабель micro USB Cablexpert довжиною 0,1 м який має гарне екранування і підключений до роз'єму USB 2.0. Правий micro USB для додаткового живлення підключений до зарядного пристрою DELL (5B, 2A) кабелем HOCO X83 2,4A довжиною 1 м. Для формування 4-елементної антенної решітки було використано широкосмугові антени з високим коефіцієнтом підсилення (12 dBi) та SMA-роз'ємами, з довжиною кабелю 3 м, що працюють у діапазоні 700–2700 МГц. Використання антен з магнітною основою забезпечило надійну фіксацію на металевій площині, що виконувала роль противаги, стабілізуючи діаграму спрямованості кожного елемента. Попри те, що антени розраховані на роботу в широкому спектрі частот (2G/3G/4G/LTE), їх було успішно адаптовано для пеленгації в FM-діапазоні на частоті 100,1 МГц. Оскільки ці антени є вертикальними

штирями, вони забезпечують роботу з вертикально поляризованими сигналами, що є стандартом для більшості наземних передавачів. Зовнішній вигляд KerberosSDR показаний на рис. 3.



Рис. 3. Зовнішній вигляд KerberosSDR [12]. Плата має чотири роз'єми для підключення антен, DIP-перемикачі, які керують включенням/виключенням окремо кожної з антен, антени підключаються з право на ліво (антена 1 – це роз'єм праворуч)

Проведемо тест режиму пеленгації на частоті 100.1 МГц. Після підключення KerberosSDR до ноутбука з вже налаштованим і готовим до роботи Kerberos GUI, потрібно здійснити синхронізацію та калібрування KerberosSDR. Для цього у вікні Configuration and Spectrum встановлюємо значення центральної частоти на рівні 100,1МГц. Встановлюємо частоту дискретизації, яка рекомендована для режиму пеленгації на рівні 1,024 МГц. Коефіцієнт підсилення приймача встановлено на рівні 40,2 дБ. Налаштування цифрового FIR-фільтра, який використовується для очищення сигналу перед обробкою. Параметри FIR-фільтра: смуга пропускання 150 кГц, тип 0, прорідження 1. Натискаємо кнопку start processing для запуску обробки даних.

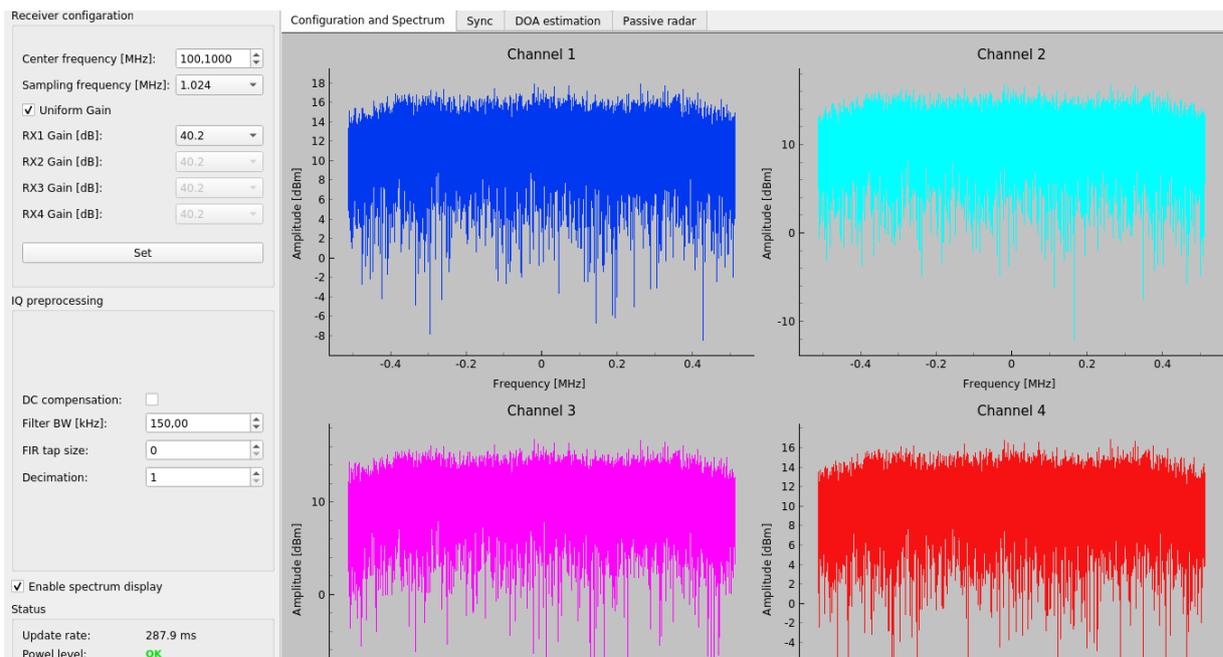


Рис. 4. Інтерфейс користувача KerberosGUI у режимі моніторингу спектра

Далі переходимо на вкладку Sync, де вмикаємо відображення синхронізації та кнопкою «Noise Source ON» активуємо внутрішній генератор білого шуму в KerberosSDR. Генератор подає однаковий шумовий сигнал на всі 4 тюнери одночасно, щоб система могла врахувати внутрішні затримки апаратних компонентів. Тільки при увімкненому джерелі шуму натискання кнопки Sample Sync дозволить софту розрахувати поправки для кожного каналу.

Процес калібрування і синхронізації проводимо за допомогою команд Sample Sync та Calibrate IQ, без підключення антен, з підключеними до кожного роз'єму заглушками термінаторами 4x50 Ом. Після завершення калібрування графіки фазових та часових відхилень на Sync Display стали нульовими (вирівнялися по центру), це свідчить про успішне узгодження всіх чотирьох каналів приймача.

Фазова синхронізація: усі піки крос-кореляції тепер суворо суміщені в одній точці, що дозволяє алгоритму MUSIC бачити «чисту» різницю фаз саме від антен, а не від похибок тюнерів. Переходимо до пеленгації, тепер, коли внутрішні затримки компенсовано, ми можеш вимикати Noise Source, підключати антени для отримання реального напрямку на 100,1 МГц. Після завершення ініціалізації та підключення антеною системи проводиться фінальна перевірка когерентності.

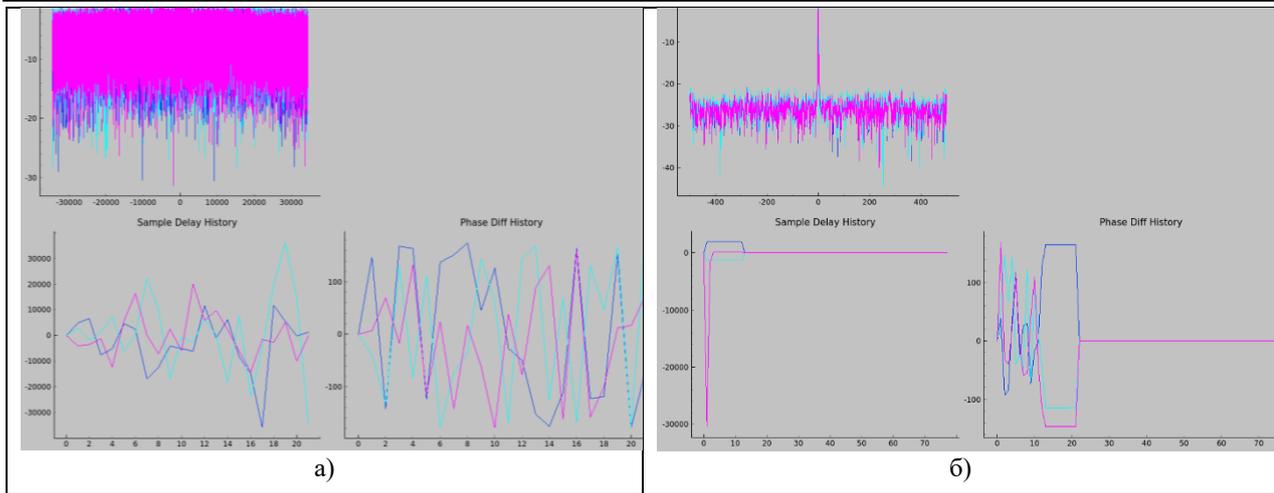


Рис. 5. Етап апаратної синхронізації та фазового калібрування системи: а) конфігурація входних трактів із підключеними узгодженими навантаженнями (термінаторами) 50 Ом; б) стан програмного інтерфейсу після успішного виконання процедур «Sample Sync» та «Calibrate IQ»

На рис. 6, а (вкладка Sync) відображено графіки Sample Delay History та Phase Diff History. Наявність стабільного піку та вирівнювання фазових ліній свідчить про те, що система успішно компенсувала внутрішні розбіжності тонерів.

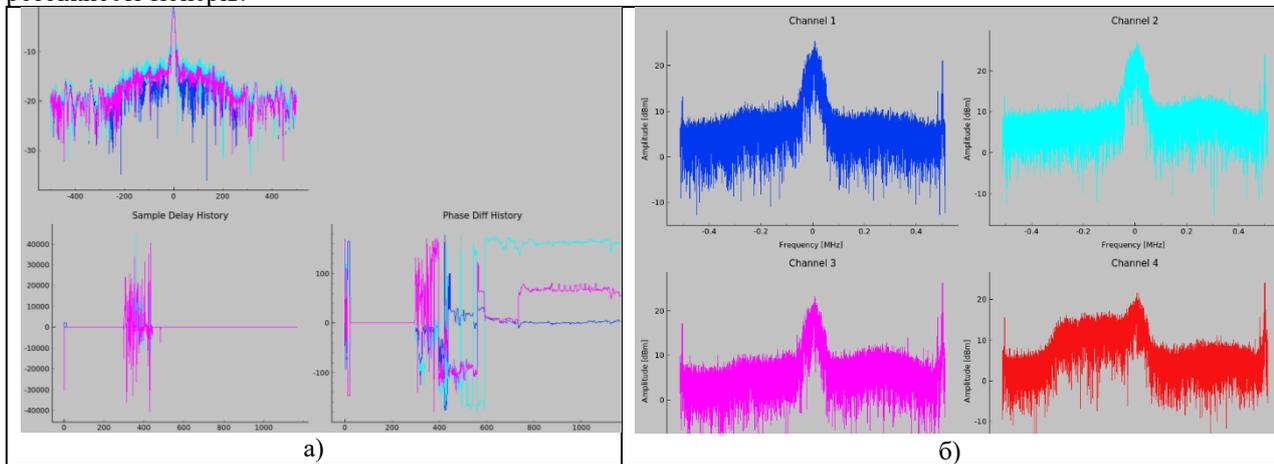


Рис. 6. Візуалізація когерентного прийому сигналу після завершення процедур калібрування: а) вкладка «Sync»: часові затримки та фазові розбіжності між каналами (спостерігається чіткий пік крос-кореляції); б) вкладка «Configuration and Spectrum»: спектр потужності для чотирьох антенних каналів

Перехід до основної вкладки спектра (рис. 6, б) демонструє ідентичність амплітудно-частотних характеристик усіх чотирьох каналів. Наявність вираженого сигналу на "водоспаді" при підключених антенах підтверджує готовність системи до формування просторового псевдоспектра та безпосереднього обчислення азимута на джерело випромінювання». Система використовує рівномірну кругову решітку (UCA - Uniform Circular Array) з чотирьох елементів, де фізична відстань між антенами (Spacing) встановлена на рівні 0,998 м.

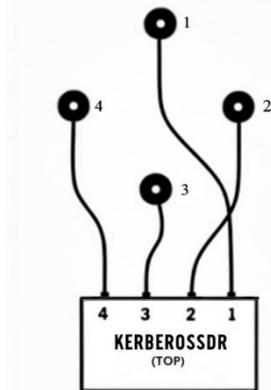


Рис. 7. Схема підключення KerberosSDR до антенної решітки (UCA)

Для забезпечення однозначного визначення напрямку приходу сигналу та запобігання виникненню просторового аліасингу (анг. aliasing — накладення спектрів), максимальна відстань між елементами антенної

решітки повинна задовольняти критерію Найквіста-Шеннона для просторової дискретизації, відстань між сусідніми антенами d повинна бути меншою половини довжини хвилі $\lambda/2$ робочої частоти. Відповідно до офіційної документації KerberosSDR, для досягнення оптимального балансу між кутовою роздільною здатністю та стійкістю алгоритму до фазових шумів, рекомендованим є використання інтервалу $d \approx 0,333\lambda$ (одна третина довжини хвилі). Таке налаштування (0,998 м для 100,1 МГц), забезпечує достатній «запас міцності» проти виникнення побічних пелюсток діаграми спрямованості, що дозволяє алгоритму MUSIC формувати максимально чіткий та достовірний вектор на азимутальному спектрі. Збільшення інтервалу (ближче до $0,5\lambda$): призводить до розширення ефективної апертури решітки, що безпосередньо підвищує її кутову роздільну здатність. Математично це виражається у формуванні вужчих і гостріших піків у псевдоспектрі алгоритму MUSIC, що дозволяє системі диференціювати кілька джерел випромінювання або розрізняти прямий сигнал від відбитих багатопроменевих компонентів. При значному розриві між антенами інтенсивні відбиті сигнали можуть інтерпретуватися алгоритмом як домінуючі, що призводить до хибної пеленгації через надмірну чутливість до структури поля.

Зменшення інтервалу (нижче $0,333\lambda$) призводить до зниження просторової вибірковості системи. У цьому випадку піки від прямого та відбитих сигналів перекриваються через недостатню роздільну здатність, зливаючись в один інтегрований максимум. Такий ширший пік фактично є результатом просторового усереднення багатопроменевих компонентів. Хоча це робить пеленг візуально стабільнішим, центр мас піка може бути зміщений (детермінована похибка) щодо реального азимута на джерело. Обраний нами інтервал $0,333*\lambda$ (для частоти 100,1 МГц, $d=0,998$ м) є оптимальним компромісом, він забезпечує достатню гостроту піка для точного пеленгування, зберігаючи при цьому стійкість до завад, притаманну меншим решіткам. Програмне забезпечення використовує ці параметри для формування вектора напрямку, що дозволяє коректно інтерпретувати фазові зсуви між каналами. Обчислення напрямку приходу сигналу (DoA) здійснюємо за допомогою алгоритму MUSIC. Цей алгоритм базується на власному розкладанні коваріаційної матриці вхідних сигналів на сигнальний та шумовий підпростори. На основі аналізу підпросторів будується просторовий псевдоспектр, де гострий пік відповідає найбільш імовірному куту приходу радіохвилі. Завдяки ідентичності характеристик усіх чотирьох антен та їхнього розташування у формі квадрата зі стороною 0,998 м, вдалося мінімізувати фазові розбіжності та забезпечити коректну роботу алгоритму MUSIC, що відобразилося у формуванні чіткого азимутального піка без просторового накладення спектрів.

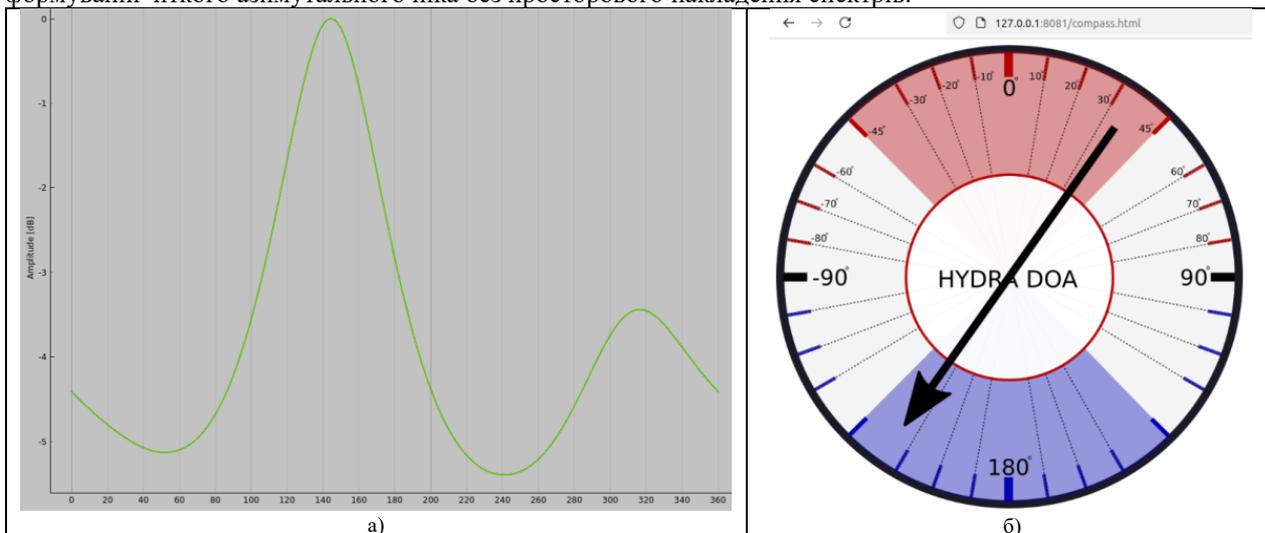


Рис.8. Візуалізація результатів радіопеленгування в реальному часі:
а) графік просторового спектра; б) Веб-інтерфейс Animated Compass

На рис.8 (а) спостерігається основний максимум в районі 145° . Результат обчислень у реальному часі передається на веб-інтерфейс Animated Compass. Стрілка індикатора вказує на обчислений азимут, що дозволяє оператору миттєво визначити напрямок на джерело випромінювання. Завдяки попередній синхронізації (Sync), фазові шуми тонерів мінімізовані, що забезпечує високу повторюваність результатів та вузьку апертуру піка на графіку. Весь процес координується через GUI, який інтегрує низькорівневе захоплення даних (через драйвери RTL-SDR) з високорівневою математичною обробкою на Python.

Авторами реалізована програмна адаптація стеку KerberosSDR під середовище Linux Mint 20.3. Здійснено модернізацію програмного комплексу KerberosSDR шляхом рефакторингу критичних модулів обробки сигналів під архітектуру Python 3.x. Зокрема, було усунуто критичні помилки сумісності з бібліотеками NumPy та PyQt5, а також оптимізовано пропускну здатність USB-інтерфейсу до 1,024 МГц для забезпечення безперервної фазової когерентності. виправлення архітектурних помилок у графічному алгоритмі обробки та системі керування пам'яттю бібліотеки NumPy забезпечило коректну візуалізацію псевдоспектру MUSIC, що є критичним для оперативного прийняття рішень при пеленгації. У поєднанні з антенною решіткою геометрії UCA ($d=0,998$ м) це дозволило отримати стабільний пеленг з високою роздільною здатністю. Проведено порівняльний аналіз технічних рішень та проведеної модернізації, див. таблицю 1.

Параметри модернізації системи KerberosSDR

Параметр / Модуль	Стан до модернізації	Стан після модернізації та оптимізації	Результат для системи
Обробка масивів (NumPy)	Використання застарілого типу <code>np.complex</code> , що призводило до помилки <code>AttributeError</code> у сучасних версіях.	Проведено рефакторинг рядка 680 <code>hydra_main_window.py</code> з переходом на актуальні стандарти комплексних чисел.	Відновлено працездатність математичного ядра алгоритму MUSIC.
Графічний інтерфейс (PyQt5)	Використання методів <code>setMargin</code> , несумісних із сучасними версіями Qt; застарілий клас <code>GraphicsWindow</code> .	Впроваджено <code>setContentMargins(0,0,0,0)</code> та перехід на <code>GraphicsLayoutWidget</code> у всіх модулях GUI.	Забезпечено коректну візуалізацію спектрів та DoA-графіків без збоїв інтерфейсу.
Потік даних (USB)	Стандартна частота 2.048 MHz / 2.4 MHz, що спричиняла перевантаження USB-шини та втрату пакетів.	Примусове встановлення частоти 1.024 MHz через модифікацію прапорця <code>-s</code> у скрипті <code>run.sh</code> .	Стабільна фазова когерентність між 4-ма каналами без ризику розриву синхронізації.
Управління ресурсами ОС	Використання команд <code>chrt</code> та <code>taskset</code> для жорсткої пріоритетизації процесів.	Спрощення логіки запуску в <code>run.sh</code> , видалення конфліктних пріоритетів, що викликали зависання.	Підвищено загальну стабільність системи та запобігання «завмиранню» GUI під час обробки.
Права доступу та Шляхи	Проблеми з відображенням GUI при запуску від <code>root</code> та помилки імпорту модулів.	Конфігурація доступу через <code>xhost +local:root</code> та динамічне налаштування <code>PYTHONPATH</code> у скриптах запуску.	Можливість запуску комплексу в стандартному оточенні Linux Mint без складних системних маніпуляцій.

Висновки

У ході проведеного дослідження було успішно реалізовано програмно-апаратну адаптацію когерентного чотириканального радіопеленгатора на базі архітектури KerberosSDR для роботи в FM-діапазоні (100,1 МГц). Встановлено, що ключовим фактором функціонування системи в сучасному обчислювальному середовищі є рефакторинг математичного ядра (перехід на актуальні стандарти комплексних чисел у NumPy 1.20+) та графічного стека (PyQt5). Це дозволило усунути помилки виконання та забезпечити коректну візуалізацію просторового псевдоспектру в реальному часі. Експериментально підтверджено, що для антенної решітки типу USA вибір міжелементної відстані $d=0,333\lambda$ (0,998 м для частоти 100,1 МГц) є оптимальним. Дана конфігурація забезпечує високу кутову роздільну здатність алгоритму MUSIC, мінімізуючи при цьому ризики просторового накладення спектрів та нівелюючи вплив багатопроменевого поширення сигналу в умовах складної електромагнітної обстановки. Доведено, що примусове обмеження частоти дискретизації до 1,024 МГц та деактивація агресивних механізмів планування ОС є необхідною умовою для підтримки фазової стабільності між каналами RTL-SDR. Такий підхід мінімізує джитер та виключає втрату відліків, що є критичним для формування достовірної коваріаційної матриці сигналів. Розроблений протокол ініціалізації, що включає обов'язковий етап калібрування за допомогою внутрішнього джерела шуму та контроль фазового «нуля», дозволив досягти високої точності пеленгації. Результати випробувань демонструють чітку кореляцію між обчисленим піком алгоритму MUSIC та візуалізацією на компасі, що підтверджує системну цілісність рішення.

Література

1. Van Trees H. L. Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. – New York : John Wiley & Sons, 2002. – 1472 p. – DOI: 10.1002/0471221104.
2. Kay S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. – Upper Saddle River : Prentice Hall PTR, 2010. – Vol. 1. – 595 p. – ISBN: 978-0133457112.
3. Stoica P., Moses R. L. Spectral Analysis of Signals. – Upper Saddle River : Prentice Hall, 2005. – 452 p. – ISBN 0-13-1139568.
4. Maral G. Satellite Communications Systems: Systems, Techniques, and Technology / G. Maral, M. Bousquet. – 5th ed. – Chichester : Wiley, 2009. – 714 p. – (Communication and Distributed Systems).
5. Tuncer E. R., Friedlander B. Classical and Modern Direction-of-Arrival Estimation. – Burlington : Academic Press, 2009. – 456 p. – ISBN: 978-0123745248.

-
6. Dual-band vector sensor for direction of arrival estimation of incoming electromagnetic waves / J. Lominé, C. Morlaas, C. Imbert, H. Aubert // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. – 2015. – Vol. 63, no. 8. – P. 3662–3671.
 7. Chen Z., Gokeda G., Yu Y. *Introduction to Direction-of-Arrival Estimation*. – Boston : Artech House, 2010. – 196 p. – ISBN: 978-1596930896.
 8. Tuncer E. R., Friedlander B. *Classical and Modern Direction-of-Arrival Estimation*. – Burlington : Academic Press, 2009. – 456 p. – ISBN: 978-0080923079.
 9. Huang Z. A Review of Classical and Modern Direction-of-Arrival Estimation / Z. Huang, H. Wang, C. Liu // *arXiv preprint arXiv:2103.03271*. – 2021. – 30 p. – DOI: 10.48550/arXiv.2103.03271.
 10. Miron S. Quaternion-MUSIC for vector sensor array processing / S. Miron, N. Le Bihan, J. Mars // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2006. – Vol. 54. – P. 1218–1229.
 11. Zhang X. A Review of Direction-of-Arrival Estimation of High-Resolution Multi-Source Signals / X. Zhang, G. Liao, J. He // *International Journal of Antennas and Propagation*. – 2014. – Vol. 2014. – 13 p. – DOI: 10.1155/2014/682472.
 12. KerberosSDR [Online resource]. – Access mode: <https://www.rtl-sdr.com/ksdr/> – (Accessed 01.02.2026).