

РЯБЧИКОВ МИКОЛА

Луцький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-9382-7562>e-mail: mykola.riabchikov@lntu.edu.ua

ДИНАМІКА ПРОНИКНЕННЯ РІДИНИ В ТЕКСТИЛЬНІ МАТЕРІАЛИ З ВРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНИХ ЕФЕКТІВ

Проникнення рідини в текстильні матеріали в ряді випадків визначає комфортність і функціональність виробів. В роботі запропонована спрощена методика розв'язку нелінійного рівняння руху рідини з урахуванням реальних властивостей матеріалу. Реальні константи, що характеризують цей процес повинні враховувати два аспекти – дифузю рідини і гальмування, що враховує вплив накопиченої концентрації на процес проникнення. Одержані результати демонструють необхідність врахування другого фактору, і адекватність моделі, що наближається до експериментальних даних. При цьому розроблена модель відрізняється від лінійних рішень на 20-30%, що дозволяє рекомендувати її для практичного використання.

Ключові слова: текстильні матеріали, проникнення рідини, нелінійні рівняння, коефіцієнт накопичення

RIABCHUKOV MYKOLA

Luts'k National Technical University

DYNAMICS OF LIQUID PENETRATION INTO TEXTILE MATERIALS TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR EFFECTS

Water penetration in many cases determines the functionality of products, in particular in special garments, as well as in medical textiles. Water penetration affects the comfort and durability of products. Existing models of water penetration have a number of shortcomings, the main of which is the impossibility of taking into account the effects of the accumulated liquid on further sorption processes.

The article analyzes the shortcomings of existing linear models of fluid passage. The presence of two processes is noted. The first of them determines the intensity of fluid movement. The second process affects this intensity with a certain accumulation of liquid in the material. Taking into account two processes leads to the need to solve a nonlinear differential equation in partial derivatives. A simplified method that takes into account the small thickness of the material is proposed. At the same time, the task is reduced to finding the concentration inside the material. The equation reduces to a differential equation in which the variables can be separated. As a result, an analytical solution was obtained, which takes into account nonlinear processes during liquid accumulation and includes two parameters that determine the sorption properties of the material.

Numerical verification showed a significant difference between the obtained results and linear models. Water penetration rates for real fluid accumulation rates differ by 20-30%. Adequacy of the obtained model is confirmed by approximation to known experimental data. The obtained results prove the need to take into account nonlinear effects when determining indicators of fluid accumulation. The developed model allows you to solve practical problems taking into account the indicators of the passage and accumulation of liquid in textile materials and products.

Keywords: textile materials, liquid penetration, nonlinear equations, accumulation coefficient.

Постановка проблеми у загальному вигляді

Водопроникнення текстильних виробів у багатьох випадках визначає їх функціональність і комфортність. Прогнозування цього процесу на етапі створення виробів може повисити ефективність. Фізично процес руху рідини крізь текстильні матеріали уявляє собою процес дифузії. Математично цей процес описується диференційними рівняннями в часткових похідних. Окремі аналітичні розв'язки не враховують реальної залежності коефіцієнту дифузії від накопиченої рідини, що призводить до нелінійності процесу і вносить значні похибки в розрахунки. Спроби чисельного реалізації розв'язку нелінійних рівнянь вимагають великих ресурсів і не можуть вважатися реальним засобом для практичного застосування. Розробка спрощеної моделі проходження рідини крізь текстильний матеріал може створити умови для оперативного прогнозування динаміки руху рідини з урахуванням реальних властивостей матеріалу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Водопроникнення в багатьох випадках визначає функціональність виробів. Відзначається [1], що низьке водопроникнення критично важливе для одягу та спорядження, призначених для захисту від вологи (плащі, куртки, намети). У медичному текстилі контроль водопроникності забезпечує належний захист від рідин [2].

Комфорт користувача визначається тим, що матеріали з оптимальним балансом водопроникності забезпечують кращий мікроклімат тіла, запобігаючи перегріву чи переохолодженню [3]. Надмірне водопроникнення може пришвидшити зношування тканини та погіршити її властивості, що визначає довговічність текстильних виробів [4]. Водопроникнення впливає на якість продукції. Це дозволяє виробникам контролювати та гарантувати характеристики своїх виробів [5]. Спортивний одяг у ряді випадків вимагає контрольованого водопоглинання [6]. Урахування властивостей по руху рідини допомагає правильно підібрати тканину для конкретного застосування [7], визначити показники комфортності одягу [8], стимулює розробку нових матеріалів з покращеними водовідштовхувальними властивостями [9].

Основна частина досліджень водопроникнення крізь текстильні матеріали присвячена експериментальним дослідженням [10-11]. В деяких роботах зроблена спроба математично описати процес проходження рідини крізь подібні матеріали. Публікації цього напряму основані на лінеаризованій моделі

дифузії рідини крізь матеріали [12]. Певні спроби розв’язку нелінійних задач дифузії [13] носять дуже складний характер, що робить їх непридатними для практичного використання.

Засоби розв’язку нелінійних диференціальних рівнянь [14] на наш погляд повинні супроводжуватись спрощеними методами, які дозволяють використовувати їх в практичних задачах.

Мета дослідження: розробити і перевірити спрощену модель визначення водопроникнення текстильних матеріалів з врахуванням нелінійних складових гальмування процесів дифузії в процесі насичення матеріалу рідиною

Виклад основного матеріалу

Розрахункова модель проникнення рідини в матеріал представлена на рис.1. На рисунку показана h товщина матеріалу. Координату x по глибині для зручності почнемо від точки досягнення рідини.

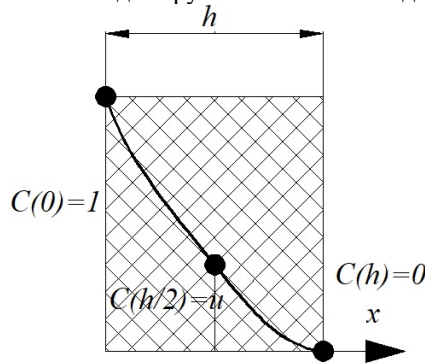


Рис.1 Розрахункова схема проникнення рідини в матеріал

Процес проникнення рідини в несутільні матеріали можна описати рівнянням дифузії [12]. Невідомим параметром в рівнянні виступає концентрація рідини C , яка виражає кількість рідини в певній точці віднесено до максимально можливого об'єму порожнин для її вміщення. В числовому виразі вона є безрозмірною величиною і може змінюватись від 0 до 1.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} D \frac{\partial C}{\partial x}$$

Дане рівняння є нелінійним. Багато джерел свідчать, що коефіцієнт дифузії не є постійною величиною. В загальному випадку він сам залежить від накопиченої концентрації рідини. Залежність коефіцієнту дифузії від концентрації досить важко підлягає дослідженню. Частіше всього [13] визначається залежність з участь постійного коефіцієнту дифузії D_0 і коефіцієнту накопичення σ . Коефіцієнт дифузії має розмірність m^2/c . Коефіцієнт накопичення – безрозмірна величина. Методи визначення цих коефіцієнтів і їх значення для певних матеріалів наведені в [15].

$$D = D_0(1 - \sigma \cdot U)$$

При додаванні цього виразу до рівняння дифузії одержується досить складне нелінійне рівняння.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_0 \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \sigma \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)^2 - \sigma \cdot C \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right)$$

За рахунок появи коефіцієнту накопичення в рівнянні з’являються члени зі степенями та добутками. Рівняння вміщує функцію, її першу і другу похідну по координаті. Для забезпечення розв’язку необхідні дві граничних умови.

Зі схеми рис.1 витікають умови

$$C=1 \text{ при } x=0,$$

$$C=0 \text{ при } x=h.$$

Спробуємо розв’язати рівняння в наближеному вигляді. Будемо враховувати, що товщина текстильного матеріалу досить мала. Тому значення похідних замінимо умовно кінцевими різницями з врахуванням реальної концентрації всередині ділянки $x = \frac{z}{2}$ (Рис.1). Концентрацію рідини всередині матеріалу означимо літерою u

Похідні наближено будуть замінені кінцевими різницями згідно відомих правил.

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{1-0}{h} = \frac{1}{h}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{\left(\frac{1-u}{h/2} - \frac{u-0}{h/2}\right)}{h/2} = \frac{4(1-2u)}{h^2}, \frac{\partial C}{\partial x} \rightarrow \frac{du}{dt}$$

Тоді рівняння дифузії перепишеться у вигляді

$$\frac{du}{dt} = D_0 \left(\frac{4(1-2u)}{h^2} - \sigma \left(\frac{1-0}{h} \right)^2 - \sigma \cdot u \cdot \frac{4(1-2u)}{h^2} \right)$$

Після перетворень рівняння прийме вигляд

$$\frac{du}{dt} = \frac{8\sigma D_0}{h^2} \left[u^2 - u \frac{\sigma+2}{2\sigma} + \left(\frac{1}{2\sigma} - \frac{1}{8} \right) \right]$$

Для розв’язку даного рівняння можна скористатися методом розділення змінних.

$$\frac{du}{u^2 - u \frac{\sigma+2}{2\sigma} + \left(\frac{1}{2\sigma} - \frac{1}{8} \right)} = - \frac{8\sigma D_0}{h^2} dt$$

Інтегрування правої частини очевидне. Для інтегрування лівої частини треба спершу розв'язати характеристичне рівняння знаменника.

$$u^2 - u \frac{\sigma + 2}{2\sigma} + \left(\frac{1}{2\sigma} - \frac{1}{8}\right) = 0$$

Розв'язки рівняння мають вигляд

$$u_{1,2} = \frac{\sigma+2}{4\sigma} \pm \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}}$$

Для відомих значень коефіцієнтів накопичення обидва розв'язки будуть дійсними і позитивними. У такому випадку дріб з лівої частини можна розділити на два доданки

$$\frac{1}{u^2 - u \frac{\sigma + 2}{2\sigma} + \left(\frac{1}{2\sigma} - \frac{1}{8}\right)} = \frac{1}{(u - u_1)(u - u_2)} = \frac{1}{u_1 - u_2} \left(\frac{1}{u - u_1} - \frac{1}{u - u_2} \right)$$

Тоді інтеграл від лівої частини може бути записаний, як

$$\frac{1}{u_1 - u_2} \ln \left(\frac{u - u_1}{u - u_2} \right).$$

Тоді з врахуванням вільної константи інтегрування К можна записати рішення у вигляді

$$\frac{u - u_1}{u - u_2} = K \cdot \exp \left(-\frac{8 \cdot \sigma \cdot D_0}{h^2} \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}} t \right).$$

Врахувавши умову рівності нулю концентрації в початковий момент часу, загальне рішення можна знайти у вигляді

$$u = \frac{u_1 \cdot u_2 \left[1 - \exp \left(-\frac{8 \cdot \sigma \cdot D_0}{h^2} \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}} t \right) \right]}{u_2 - u_1 \cdot \exp \left(-\frac{8 \cdot \sigma \cdot D_0}{h^2} \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}} t \right)}$$

З врахуванням теореми Вієта

$$u = \frac{(4 - \sigma) \cdot \left[1 - \exp \left(-\frac{8 \cdot \sigma \cdot D_0}{h^2} \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}} t \right) \right]}{8\sigma \left(u_2 - u_1 \cdot \exp \left(-\frac{8 \cdot \sigma \cdot D_0}{h^2} \sqrt{\frac{(\sigma+2)^2}{16\sigma^2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2\sigma}} t \right) \right)}$$

Залежності для зміни концентрації всередині матеріалу для різних коефіцієнтів насичення показані на рис.2. Слід відзначити, що реальні значення коефіцієнтів знаходяться в межах 2-2,5, що дає значне відхилення від лінійного розв'язку

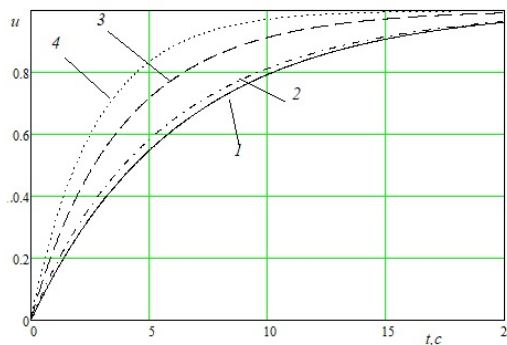


Рис.2 – Концентрація всередині матеріалу при різних значеннях коефіцієнту насичення. 1- $\sigma=0$, 2- $\sigma=1$, 3- $\sigma=2$, 4- $\sigma=3$

Кількість рідини, що накопичена всередині матеріалу віднесена до одиниці площі визначається інтегральною сумою

$$U = \int_0^h C(x) dx \approx h \cdot \left(u + \frac{1}{2} \right).$$

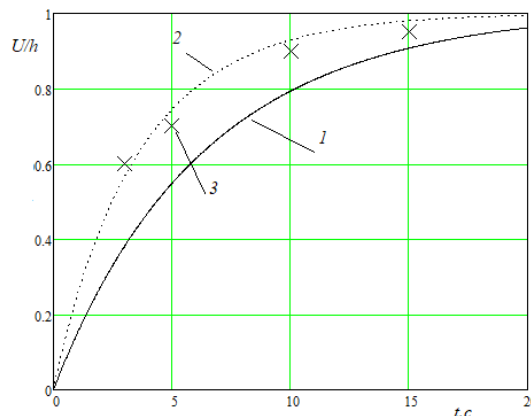


Рис.3 – Зміна концентрації рідини в матеріалі. 1-лінійна модель, 2 – запропонована модель, 3 – експериментальні дані

Рисунок 3 демонструє, що дані, одержані за запропонованою моделлю значно ближчі до експериментальних.

Висновки

Доведена необхідність врахування нелінійних ефектів при моделюванні процесу проходження рідини крізь текстильні матеріали. Запропонована спрощена модель рідинопроникнення враховує реальний вплив накопичення рідини на коефіцієнт дифузії. Одержані результати демонструють відхилення від лінійної моделі 20-30% і близько наближаються до результатів, одержаних експериментально. Одержані методи більш адекватно описують процеси проходження рідини крізь текстильні матеріали і можуть бути використані в практичних задачах.

Література

1. Gang Xia, Xueyan Bian, Yuanfeng Wang, Yintung Lam, Yuanyuan Zhao, Suju Fan, Peng Qi, Zhan Qu, John H. Xin, (2024) Janus outdoor protective clothing with unidirectional moisture transfer, antibacterial, and mosquito repellent properties, *Chemical Engineering Journal*, Volume 490, 2024, 151826, <https://doi.org/10.1016/j.cej.2024.151826>
2. Meng, N., Zhang, Y., Lin, Y., ...Yu, J., Ding, B. (2023) Integrated High Barrier and Efficient Moisture-Wicking Multilayer Textile for Medical and Health Protection. *Advanced Functional Materials*, 33(51), 2305411, <https://doi.org/10.1002/adfm.202305411>
3. Schwarz, Ivana, Dubravko Rogale, Stana Kovačević, and Snježana Firšt Rogale. (2024). A Multifunctional Approach to Optimizing Woven Fabrics for Thermal Protective Clothing. *Fibers* 12, no. 4: 35. <https://doi.org/10.3390/fib12040035>
4. Mohammed, H., & Sukumar, N. (2021). Water Penetration and Abrasion Resistance of Functional Nonwoven Fabrics Produced Using Recycled Cotton and Acrylic Fibers. *Journal of Natural Fibers*, 19(15), 10001–10014. <https://doi.org/10.1080/15440478.2021.1993476>
5. Boz, S. (2022). Investigation of the Effects of Embroidery Parameters on Physical Properties and Thermal Comfort. *Textile and Apparel*, 32(1), 86-92. <https://doi.org/10.32710/tekstilvekonfeksiyon.940003>
6. Славінська А.Л. Диференційний метод контролю якості фізико-механічних характеристик трикотажного полотна для купального костюма / А.Л. Славінська, С.А. Матюх, В.В. Мица // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2022. – № 3. – С. 199-204.
7. Xiao Tian, Jianing Li, Li Li, (2024) Bioinspired green fabricating design of ultra-breathable and moisture wicking fabric via a sustainable route, *Journal of Cleaner Production*, Volume 461, 142690, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.142690>.
8. Slavinska, A., Syrotenko, O., Mytsa, V., & Dombrovska, O. (2020). Development of an adaptive method for regulating corset comfort based on the parameters of design zones identification. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(1 (107)), 71–81. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.211997>
9. Omerogullari Basyigit, Z., Coskun, H. Enhancing Antibacterial and Water-Repellent Properties for the Production of High-Performance Fabrics in Home Textiles. *Fibers Polym* 25, 1789–1804 (2024). <https://doi.org/10.1007/s12221-024-00553-0>
10. A. Mao et al.,(2023) "Yarn-Level Simulation of Hygroscopicity of Woven Textiles," in *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 29, no. 12, pp. 5250-5264, doi: 10.1109/TVCG.2022.3206579.
11. Entezari, A., Esan, O.C., Yan, X., Wang, R., An, L. (2023) Sorption-Based Atmospheric Water Harvesting: Materials, Components, Systems, and Applications. *Advanced Materials*, 35(40), 2210957 <https://doi.org/10.1002/adma.202210957>
12. Riabchykov, M., Vlasenko, V., Arabuli, S. (2011) Linear mathematical model of water uptake perpendicular to fabric plane, *Vlakna a Textil* 18(2), 24-30
13. Ковтун С. І., Рябчиков М. Л. Кінетика процесу водовбирання багат шаровими текстильними композиційними матеріалами. Повідомлення 2 // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. - 2008. - № 6 (44). - С. 82-88.
14. Bokalo, M.M., Skira, I.V. (2018) The Fourier problem for weakly nonlinear integro-differential elliptic-parabolic systems, *Matematychni Studii*, 51(1), 59–73
15. Riabchykov, M., Nazarchuk, L., & Tkachuk, O. (2022). Basic Parameters of Medical Textile Materials for Removal and Retention of Exudate from Wounds. *Tekstilec*, 65(4), 268-277. <https://doi.org/10.14502/tekstilec.65.2022064>

References

1. Gang Xia, Xueyan Bian, Yuanfeng Wang, Yintung Lam, Yuanyuan Zhao, Suju Fan, Peng Qi, Zhan Qu, John H. Xin, (2024) Janus outdoor protective clothing with unidirectional moisture transfer, antibacterial, and mosquito repellent properties, *Chemical Engineering Journal*, Volume 490, 2024, 151826, <https://doi.org/10.1016/j.cej.2024.151826>
2. Meng, N., Zhang, Y., Lin, Y., ...Yu, J., Ding, B. (2023) Integrated High Barrier and Efficient Moisture-Wicking Multilayer Textile for Medical and Health Protection. *Advanced Functional Materials*, 33(51), 2305411, <https://doi.org/10.1002/adfm.202305411>
3. Schwarz, Ivana, Dubravko Rogale, Stana Kovačević, and Snježana Firšt Rogale. (2024). A Multifunctional Approach to Optimizing Woven Fabrics for Thermal Protective Clothing. *Fibers* 12, no. 4: 35. <https://doi.org/10.3390/fib12040035>

4. Mohammed, H., & Sukumar, N. (2021). Water Penetration and Abrasion Resistance of Functional Nonwoven Fabrics Produced Using Recycled Cotton and Acrylic Fibers. *Journal of Natural Fibers*, 19(15), 10001–10014. <https://doi.org/10.1080/15440478.2021.1993476>
5. Boz, S. (2022). Investigation of the Effects of Embroidery Parameters on Physical Properties and Thermal Comfort. *Textile and Apparel*, 32(1), 86-92. <https://doi.org/10.32710/tekstilvekonfeksiyon.940003>
6. Slavinska A.L., Matiukh S.A., Mytsa V.V. Dyferentsiynyi metod kontroliu yakosti fizyko-mekhanichnykh kharakterystyk trykotazhnogo polotna dlia kupalnoho kostiума// Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky. – 2022. – № 3. – S. 199-204.
7. Xiao Tian, Jianing Li, Li Li, (2024) Bioinspired green fabricating design of ultra-breathable and moisture wicking fabric via a sustainable route, *Journal of Cleaner Production*, Volume 461, 142690, <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.142690>.
8. Slavinska, A., Syrotenko, O., Mytsa, V., & Dombrovska, O. (2020). Development of an adaptive method for regulating corset comfort based on the parameters of design zones identification. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 5(1 (107), 71–81. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.211997>
9. Omerogullari Basyigit, Z., Coskun, H. Enhancing Antibacterial and Water-Repellent Properties for the Production of High-Performance Fabrics in Home Textiles. *Fibers Polym* 25, 1789–1804 (2024). <https://doi.org/10.1007/s12221-024-00553-0>
10. A. Mao et al.,(2023) "Yarn-Level Simulation of Hygroscopicity of Woven Textiles," in *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 29, no. 12, pp. 5250-5264, doi: 10.1109/TVCG.2022.3206579.
11. Entezari, A., Esan, O.C., Yan, X., Wang, R., An, L. (2023) Sorption-Based Atmospheric Water Harvesting: Materials, Components, Systems, and Applications. *Advanced Materials*, 35(40), 2210957 <https://doi.org/10.1002/adma.202210957>
12. Riabchykov, M., Vlasenko, V., Arabuli, S. (2011) Linear mathematical model of water uptake perpendicular to fabric plane, *Vlakna a Textil* 18(2), 24-30
13. Kovtun S. I., Riabchykov M. L. Kinytyka protsesu vodovybrannia bahatosharovymy tekstyl'nymy kompozytsiynymy materialamy. Povidomlennia 2 // Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu tekhnolohii ta dyzainu. - 2008. - № 6 (44). - S. 82-88.
14. Bokalo, M.M., Skira, I.V. (2018) The Fourier problem for weakly nonlinear integro-differential elliptic-parabolic systems, *Matematychni Studii*, 51(1), 59–73
15. Riabchykov, M., Nazarchuk, L., & Tkachuk, O. (2022). Basic Parameters of Medical Textile Materials for Removal and Retention of Exudate from Wounds. *Tekstilec*, 65(4), 268-277. <https://doi.org/10.14502/tekstilec.65.2022064>