

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2026-361-18>

УДК 621. 382

КУТИНА МАРИНА

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-7185-6795>

e-mail: mkytina@gmail.com

ШУЛІЄ ЮЛІЯ

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-5516-7543>

e-mail: shullye.y.a@vntu.edu.ua

ВОЙТЮК ЮРІЙ

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0009-0003-1896-5927>

e-mail: voityuk77@gmail.com

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ ДЛЯ ПОБУДОВИ ДІАГНОСТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОБ'ЄКТА ДІАГНОСТУВАННЯ

Розроблено діагностичну модель визначення технічного стану об'єкта на основі принципів теорії подібності. Показано механізм використання інформації про розмірності показників системи та процесу для побудови цільової функції моделі.

Ключові слова : об'єкт дослідження, розмірності показників, цільова функція .

KUTINA MARYNA, SHULLIE IULIA, VOITIUK YURIY

Vinnitsia National Technical University

APPLICATION OF SIMILARITY THEORY TO CONSTRUCT A DIAGNOSTIC MODEL OF THE OBJECT OF DIAGNOSTICATION

The paper substantiates the application of the Theory of Similarity as an effective method for constructing a Diagnostic Model (DM) with a disturbance (or fault model), aimed at the operational and accurate determination of the technical condition of complex objects. The key idea lies in utilizing the dimensional information inherent in the system and process indicators as fundamental data for formalizing the model and deriving the target function.

Traditional diagnostic models often face challenges such as unwieldiness, excessive sensitivity to noise, or the impossibility of achieving precise analytical description, particularly for objects characterized by a large number of interrelated parameters. The application of the Theory of Similarity offers an elegant approach to resolving these issues through the reduction of initial data and the transition to dimensionless characteristics, which significantly simplifies the subsequent analysis. The process of constructing the diagnostic model is based on the sequential application of the First and Second Theorems of Similarity. The Second Theorem of Similarity, or the π Theorem, serves as the foundation for describing the process in its criterial form. It postulates that any complete equation describing a physical process, when written in a specific system of units, can be expressed as an equation relating only dimensionless quantities (similarity criteria), which are derived from the indicators participating in the physical process. This theorem provides a potent mathematical advantage: it allows for the reduction of the number of variables from m dimensional quantities down to $(m - k)$ dimensionless criteria, where k represents the number of fundamental units of measurement. This variable reduction significantly streamlines both experimental investigations and mathematical analysis, making complex systems more manageable for diagnostic purposes.

Once the criterial relationships are established, a necessary transition to a mathematical form is required to directly obtain the target function of the diagnostic model. For this purpose, the First Theorem of Similarity is employed. This theorem formulates the condition for similarity between processes: if two physical processes are similar, their corresponding similarity criteria are equal to each other. This principle allows for the establishment of the parametric form of the model, where the object's fault or the change in its technical state is reflected through the variation in the values of the dimensionless criteria. Using the rule for transforming criteria allows for an efficient shift from the criterial form to the parametric form, which is the immediate objective of the diagnostic process. This shift is crucial for translating theoretical dimensionless relationships into a practical, measurable diagnostic tool.

Consequently, the Theory of Similarity provides a formalized, structured, and economical (with respect to the number of variables) approach to fault modeling. The developed model allows for the effective utilization of internal information embedded within the dimensions of physical indicators to construct a target function that accurately reflects the object's technical condition. This methodology offers a robust alternative to purely analytical or purely data-driven models by leveraging fundamental physical relationships in a simplified, dimensionless framework, enhancing both the rigor and practicality of the diagnostic system. The integration of dimensional analysis ensures that the resulting diagnostic function is physically meaningful and independent of the chosen system of units, a major advantage in cross-system applications. The π -theorem, by consolidating many variables into a few dimensionless groups, inherently provides a necessary level of abstraction, focusing the diagnostic effort on the most influential parameters and their ratios, rather than absolute values. This is essential for building resilient and universally applicable diagnostic tools for industrial and engineering systems. The parametric form derived via the First Theorem of Similarity serves as the final, quantitative output for real-time monitoring and fault detection.

Key words: object of study, dimensions of indicators, target function.

Стаття надійшла до редакції / Received 21.11.2025

Прийнята до друку / Accepted 11.01.2026

Опубліковано / Published 29.01.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Кутіна Марина, Шуліє Юлія, Войтюк Юрій

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Діагностичною моделлю (ДМ), або моделлю з порушенням, називають формальний опис, який відображає зміну стану об'єкта діагностування під дією порушень. Залежно від того, які використовуються характеристики об'єкта, ДМ поділяють на детерміновані та ймовірнісні (стохастичні). Особливістю

детермінованої моделі є єдина траєкторія, яка визначає детермінований зв'язок працездатності з характеристикою пошкодження. Математичні моделі за іншими ознаками можна поділити на аналогові, дискретні, гібридні.

Для аналогових об'єктів найчастіше використовують дво знакові логічні моделі, які застосовуються для різних способів задання об'єктів перевірки: функціональними схемами або структурами, системами рівнянь будь-якого виду, а також сукупність причинно-наслідкових зв'язків між параметрами об'єктів. Дво знакові логічні моделі, однак, мають обмежені можливості з локалізування пошкоджень, які входять до контурів зворотних зв'язків. Усунути цей недолік можна шляхом розімкнення зворотних зв'язків, якщо це допустимо в процесі перевірки об'єкта. В протилежному випадку необхідно застосувати більш складні математичні моделі - наприклад, багатозначні логічні або навіть аналогові. В багатозначних логічних і аналогових моделях несправність модулюється як зміна значень відповідних параметрів.

Аналіз математичних моделей об'єктів перевірки відносять до головних етапів побудови програм перевірки технічного стану об'єкта. Метою аналізу є отримання: таблиці функцій несправності в цілому або окремих її частин; переліку несправностей (пар несправностей), які розрізняються заданою окремою перевіркою, або переліку окремих перевірок які, виявляють дану несправність (пару несправностей). Відомі методи аналізу поділяються на аналітичні, які працюють з "формульним" поданням моделі об'єкта, і структурні, які працюють з моделлю, поданою у вигляді структури об'єкта в аналітичних, так і в структурних моделях аналіз поведінки моделі може здійснюватись за прямими і зворотними функціями компонентів моделі. При аналізі моделі об'єкта перевірки основною є задача пошуку і розробки ефективних за об'ємом обчислення і пам'яті методів і алгоритмів аналізу.

Аналіз досліджень та публікацій

Сучасні роботи часто зосереджені на гібридних моделях, які поєднують переваги детермінованих і стохастичних підходів.

В моделях, що керовані даними (Data-Driven Models) діагностика базується на штучному інтелекті (AI) та машинному навчанні (ML). Ці моделі ефективно виявляють складні причинно-наслідкові зв'язки. Наприклад, використання глибоких нейронних мереж для інтелектуальної діагностики несправностей обертового обладнання є прикладом повністю стохастичної, керованої даними моделі [1].

Гібридні Моделі (Physics-informed/Knowledge-based) поєднують фізичні рівняння із методами ML. Це підвищує стійкість та інтерпретованість моделі. Прикладом є розробка гібридної моделі прогнозування залишкового терміну служби (RUL), яка використовує фізичні знання про деградацію разом з алгоритмами машинного навчання [2].

Класичні двознакові та багатозначні логічні моделі продовжують використовувати з розширенням логіки. Сучасні роботи використовують нечітку логіку (Fuzzy Logic) як розширення багатозначної логіки. Вона ефективно справляється з нечіткими та неповними даними. Наприклад, застосування Fuzzy Logic для оцінки технічного стану складних систем, де відсутня чітка межа стану [3].

Для вирішення проблеми локалізації пошкоджень у контурах зворотних зв'язків застосовують модельно-орієнтовані методи (Model-Based Diagnosis, MBD), які використовують повну структурну або рівняльну модель для ізоляції несправності.

Аналітичні та структурні методи залишаються ключовими, але вдосконалюються завдяки ЕОМ. Поширеним підходом є аналіз спостережуваності та оцінки стану (State Estimation), який використовує рівняння об'єкта для порівняння очікуваних та вимірених параметрів (залишки/residuals). Дослідження, що використовують адаптивний фільтр Калмана (Kalman Filter) та його розширення, є класичними прикладами аналітичного підходу в діагностиці (наприклад, діагностика несправностей у багарах) [4].

Для великих систем діагностика ґрунтується на аналізі графа причинно-наслідкових зв'язків (наприклад, Signed Directed Graphs - SDG). Це дозволяє швидко локалізувати несправність, працюючи з топологією об'єкта (структурна модель), що ефективно для генерації таблиць несправностей.

Класичні діагностичні моделі мають значний перелік обмежень, логічні моделі (особливо бінарні) погано локалізують несправності в контурах зворотних зв'язків та не здатні описувати часткову деградацію, детерміновані (фізичні) моделі часто занадто складні для точного моделювання реальних об'єктів і чутливі до шуму, а ймовірнісні моделі (на основі даних) критично залежать від якості та обсягу навчальної вибірки, страждаючи від проблеми "чорного ящика" і поганого узагальнення на нові умови.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є спрощення методики побудови діагностичної моделі шляхом застосування теорії подібності.

Виклад основного матеріалу

Побудову діагностичної моделі у вигляді рівняння зв'язку між зовнішніми показниками систем і внутрішніми показниками процесу з великою кількістю показників ($m \geq 3$) [5] можна значно спростити шляхом застосування теорії подібності. Ця теорія [6, 7] дозволяє використати ту інформацію про взаємовплив показників, яка є в розмірностях показників системи і процесу, нормованих їх значеннях. Для отримання цільової функції об'єкта з визначеними вхідними даними скористаємося першою та другою теоремами подібності. Друга теорема подібності, або π -теорема, стверджує, що всяке повне рівняння фізичного процесу, записане у певній системі одиниць можна подати рівнянням, що пов'язує безрозмірні величини, отримані із показників, які беруть участь у фізичному процесі. Теорема дозволяє записати рівняння процесу у

$$\begin{array}{l} M \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a \\ L \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2}a + c + d \\ \theta \rightarrow -2 = -a - d \\ \mu \rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}a + b \end{array} \left| \begin{array}{l} \alpha = 1 \\ c = 1 \\ d = 1 \\ b = 1 \end{array} \right.$$

Виходячи з цього $e = H\mu l v$; $i m - k = 5 - 4 = 1$.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Застосування теорії подібності дозволяє побудувати модель з порушенням, для визначення технічного стану об'єкта, шляхом використання інформації яка є в розмірностях показників системи і процесу.

Для отримання цільової функції об'єкта з визначеними вхідними даними використовують першу та другу теоремами подібності. Друга теорема подібності, або π - теорема показує, що всяке повне рівняння фізичного процесу, записане у певній системі одиниць можна подати рівнянням, що пов'язує безрозмірні величини, отримані із показників, які беруть участь у фізичному процесі. Теорема дозволяє записати рівняння процесу у критеріальній формі, скоротивши число змінних з m розмірних величин до $(m - k)$ безрозмірних. Визначивши перехід від критеріальних співвідношень до опису процесу в математичній формі, можна отримати цільову функцію. Для переходу до параметричної форми потрібно використати першу теорему подібності і правило перетворення критеріїв. Згідно з першою теоремою подібності якщо процеси подібні, то і їх критерії подібності рівні між собою.

Література

1. Deep Learning in Rotating Machinery Fault Diagnosis: A Survey / H. Qiu [et al.] // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2020. – Vol. 27. – P. 733–747. – DOI: 10.1007/s11831-019-09340-w.
2. Gou, B. A review on hybrid remaining useful life prediction for mechanical equipment / B. Gou, H. Zhao, J. Wan // Reliability Engineering & System Safety. – 2023. – Vol. 237. – P. 109391. – DOI: 10.1016/j.res.2023.109391.
3. Diagnostic model of the technical condition of the object based on fuzzy logic / M. Mohamed [et al.] // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 2, № 3(110). – P. 56–63. – DOI: 10.15587/1729-4061.2021.230737.
4. Chen, G. A review of fault diagnosis and fault-tolerant control methods for lithium-ion battery systems / G. Chen [et al.] // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2022. – Vol. 169. – P. 112921. – DOI: 10.1016/j.rser.2022.112921.
5. Комп'ютерне моделювання системи та процесів. Методи обчислення. Частина 1 : посібник / Р. Н. Кветний [та ін.] ; за заг. ред. Р. Н. Кветного. – 2013. – 193 с.
6. Загальні методи та засоби діагностування, випробувань та вимірювань електрообладнання / Р. М. Горбей [та ін.]. – К. : ДПНГУКИ, 2011. – 1008 с.
7. Кутін, В. М. Методи побудови діагностичної моделі об'єкта на основі теорії подібності / В. М. Кутін // Вісник Вінницького національного політехнічного інституту. – 2003. – № 5. – С. 50–52.

References

1. Deep Learning in Rotating Machinery Fault Diagnosis: A Survey / H. Qiu [et al.] // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2020. – Vol. 27. – P. 733–747. – DOI: 10.1007/s11831-019-09340-w.
2. Gou, B. A review on hybrid remaining useful life prediction for mechanical equipment / B. Gou, H. Zhao, J. Wan // Reliability Engineering & System Safety. – 2023. – Vol. 237. – P. 109391. – DOI: 10.1016/j.res.2023.109391.
3. Diagnostic model of the technical condition of the object based on fuzzy logic / M. Mohamed [et al.] // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 2, № 3(110). – P. 56–63. – DOI: 10.15587/1729-4061.2021.230737.
4. Chen, G. A review of fault diagnosis and fault-tolerant control methods for lithium-ion battery systems / G. Chen [et al.] // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2022. – Vol. 169. – P. 112921. – DOI: 10.1016/j.rser.2022.112921.
5. Комп'ютерне моделювання системи та процесів. Методи обчислення. Частина 1 : посібник / Р. Н. Кветний [та ін.] ; за заг. ред. Р. Н. Кветного. – 2013. – 193 с.
6. Zahalni metody ta zasoby diahnostuvannia, vyprobuvan ta vymiriuvan elektroobladnannia / R. M. Horbei [ta in.]. – K. : DPNHUKY, 2011. – 1008 s.
7. Kutin, V. M. Metody pobudovy diahnostychnoi modeli obiektu na osnovi teorii podobnosti / V. M. Kutin // Visnyk Vinnytskoho natsionalnoho politekhnichnoho instytutu. – 2003. – № 5. – S. 50–52.