

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-359-4>
УДК 687.05:621.822

МАНОЙЛЕНКО ОЛЕКСАНДР

Київський національний університет технологій та дизайну
<https://orcid.org/0000-0002-5670-4977>
e-mail: manojlenko.op@knutd.edu.ua

ВОЛОДИМИР ДВОРЖАК

Київський національний університет технологій та дизайну
<https://orcid.org/0000-0002-1693-9106>
e-mail: dvorzhak.vm@knutd.com.ua

ГОРЯЩЕНКО СЕРГІЙ

Хмельницький національний університет
<https://orcid.org/0000-0001-6623-2523>
email: tnt7@ukr.net

СУГУЛОВ ВАДИМ

Київський національний університет технологій та дизайну
<https://orcid.org/0009-0002-7311-7990>
email: suhulov.vs@knutd.edu.ua

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ІНЕРЦІЙНО-ЕНЕРГЕТИЧНИХ І КІНЕМАТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНІЗМІВ ГОЛКИ ШВЕЙНИХ МАШИН ЛАНЦЮГОВОГО СТІБКА

У статті представлено результати порівняльного аналізу кінематичних та інерційно-енергетичних характеристик механізмів голки шестиланкової та чотириланкової структур швейних машин ланцюгового стібка класу 164 фірми Rimoldi та моделі MF-7923D фірми Juki. Дослідження виконувалось шляхом зіставлення нормованих законів руху $S(\varphi)$, $v(\varphi)$, $a(\varphi)$ з одиничними гармонічними функціями, оцінювався їх вплив на інерційне навантаження механізму. Розрахунки включали імітаційне моделювання в SolidWorks Motion кінематичних та інерційно-енергетичних параметрів ($M_{кр}(\varphi)$, $T_{eq}(\varphi)$, $P_{eq}(\varphi)$, $J_{eq}(\varphi)$), визначення масоінерційних характеристик ланок ($J_{s,i}$, m , $S(x, y)$), аналітичні розрахунки функцій еквівалентного приведенного моменту $J_{eq}(\varphi)$ та його декомпозицію на приведені моменти інерції $J_{eq,i}(\varphi)$ кожної ланки груп Ассура виконані в середовищі Mathcad.

Результати кінематичних характеристик показали, що шестиланковий механізм голки має більш наближені закони кінематичних параметрів до гармонійного, ніж чотириланковий механізм голки. Діапазони відхилень для законів руху шестиланкового механізму становлять 2,1-12,8 % проти 3,6-18,5 % у чотириланкового. Значення відхилень $\Delta S(\varphi)$, $\Delta v(\varphi)$, $\Delta a(\varphi)$ для шестиланкового механізму голки мають менші за модулем відхилення, зокрема поза діапазонів значень $\varphi \approx 0, \pi, 2\pi$.

Інерційні показники шестиланкового механізму мають вище середнє значення приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ – на ≈ 36 %, а пікове – на $\approx 38,2$ %, з розмахом між J_{max} та J_{min} , більшим у 1,78 раза (≈ 78 %) порівняно з чотириланковим механізмом. Відносна амплітуда пульсації $J_{eq}(\varphi)$ становить 8,2 % у чотириланкового та 10,7 % у шестиланкового. Такі характеристики зумовлюють більші інерційні вимоги під час пуску й гальмування, підвищують миттєві навантаження на привід і потребують точнішого балансування маховиком. Крім того, максимальні крутильні навантаження при однакових режимах роботи у механізмі класу 164 були вищими $M_{кр,max} \approx 0,27$ Н·м проти 0,16 Н·м у MF-7923D, тоді як пікові значення еквівалентної потужності $P_{eq}(\varphi)$ зростали у машині MF-7923D ≈ 24 Вт проти ≈ 17 Вт – машини 164 класу, ≈ 42 %, що відповідає нижчим значенням J_{eq} .

Встановлено, що значний вплив на величину приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ мають масоінерційні параметри ланок першої двошпандової групи Ассура (ланки 2-3) у шестиланковому механізмі голки машини класу 164. Розбіжність між результатами комп'ютерного імітаційного моделювання та аналітичних розрахунків не перевищує 2–6 %, що підтверджує достовірність отриманих результатів.

Отримані результати розвивають напрям досліджень із теорії балансування та можуть бути використані для вибору оптимальних профілів керування (S -пуск/зупинка, обмеження dM/dt) і масо-інерційної оптимізації конструктивних елементів механізму.

Ключові слова: швейна машина, механізм голки, одиничні функції, приведений момент інерції, кінематичний аналіз, інерційно-енергетичні характеристики, крутний момент, еквівалентна потужність, групи Ассура, імітаційне моделювання, SolidWorks Motion, Mathcad.

MANOILENKO OLEKSANDR

Kyiv National University of Technologies and Design

DVORZHAK VOLODYMYR

Kyiv National University of Technologies and Design

HORIASHCHENKO SERHIY

Khmelnytskyi National University

SUHULOV VADYM

Kyiv National University of Technologies and Design

COMPARATIVE ANALYSIS OF INERTIAL–ENERGY AND KINEMATIC CHARACTERISTICS OF NEEDLE MECHANISMS IN CHAIN-STITCH SEWING MACHINES

The article presents findings from a comparative study of kinematic and inertia-energy traits of needle mechanisms in six-bar and four-bar stitch-forming systems utilized in 164-class chain stitch sewing equipment from the Rimoldi firm and the MF-7923D model from Juki. The investigation involved juxtaposing normalized motion $S(\varphi)$, $v(\varphi)$, $a(\varphi)$ with unitary harmonic functions, assessing their impact on the mechanism's

inertial load. Calculations encompassed simulation modeling in SolidWorks Motion for kinematic and inertia-energy parameters ($M_{sp}(\varphi)$, $P_{eq}(\varphi)$, $T_{eq}(\varphi)$, $J_{eq}(\varphi)$), determining mass-and-inertia specifications of the links ($J_{s,i}$, m , $S(x, y)$), and analytical computations of the equivalent reduced moment function $J_{eq}(\varphi)$ and its decomposition into the reduced moments of inertia $J_{eq,i}(\varphi)$ for each link in the Assur groups, performed within the Mathcad environment.

Kinematic results showed the six-bar needle mechanism possesses motion laws closer to harmonic compared to the four-bar needle mechanism. Deviation ranges for the six-bar mechanism's motion laws are 2.1–12.8% versus 3.6–18.5% for the four-bar one. The magnitudes $\Delta S(\varphi)$, $\Delta v(\varphi)$, $\Delta a(\varphi)$ for the six-bar needle mechanism exhibit smaller absolute deviations, particularly outside the ranges $\varphi \approx 0, \pi, 2\pi$.

Inertial indicators for the six-bar mechanism feature a higher average value for the reduced moment of inertia $J_{eq}(\varphi)$ —by approximately $\approx 36\%$ —and a peak by about $\approx 38.2\%$, with a range between J_{max} and J_{min} that is 1.78 times greater (about $\approx 78\%$) when compared to the four-bar mechanism. The relative oscillation amplitude of $J_{eq}(\varphi)$ is 8.2% in the four-bar and 10.7% in the six-bar system. Such characteristics necessitate greater inertial demands during startup and braking, increase instantaneous stresses on the drive, and require more precise flywheel balancing. Furthermore, maximum torsional loads under identical operating conditions in the 164-class mechanism were higher, $M_{sp,max} \approx 0.27$ N·m versus 0.16 N·m in the MF-7923D, while peak values of equivalent power $P_{eq}(\varphi)$ increased in the MF-7923D machine to ≈ 24 W against ≈ 17 W in the 164-class machine, $\approx 42\%$ difference, corresponding to lower $J_{eq}(\varphi)$.

It was determined that mass-and-inertia specifications of the links in the first coupler group of the Assur mechanism (links 2-3) in the six-bar needle system of the 164-class machine significantly affect the magnitude of the reduced moment of inertia $J_{eq}(\varphi)$. The discrepancy between computer simulation modeling and analytical calculations does not exceed 2–6%, confirming the veracity of the derived outcomes.

The obtained results advance research in balancing theory and can be applied to select optimal control profiles (S S-start/stop, dM/dt limitation) and for mass-inertial optimization of structural components within the mechanism.

Keywords: Sewing machine, needle mechanism, unit functions, reduced moment of inertia, kinematic analysis, inertia-energy characteristics, torque, equivalent power, Assur groups, simulation modeling, SolidWorks Motion, Mathcad.

Стаття надійшла до редакції / Received 03.10.2025

Прийнята до друку / Accepted 15.11.2025

Вступ

Підвищення динамічної стабільності та зниження енергоємності приводу швейних машин значною мірою визначається масоінерційними характеристиками їхніх механізмів. Зокрема, у високошвидкісних машинах зміна маси або моменту інерції ланок механізму голки призводить до зростання інерційних навантажень, підвищення рівня вібрацій та збільшує зношування кінематичних пар.

Складність кінематичних схем машин ланцюгового стібка, наявність незрівноважених мас і нерівномірність руху ланок зумовлюють необхідність дослідження приведених масоінерційних параметрів на етапі проєктування. Ігнорування цих характеристик призводить до перевантажень у вузлах, підвищених втрат енергії та зниження довговічності механізму.

Існуючі методи синтезу швейних механізмів здебільшого орієнтовані на забезпечення функціональних характеристик робочих органів і спрощено враховують інерційні властивості ланок, що не забезпечує узгодженості між геометричними параметрами та динамікою системи. Найбільш ефективними методами є поєднання аналітичних і експериментальних методів із комп'ютерним імітаційним моделюванням у середовищах SolidWorks Motion, Adams, ANSYS, що дає змогу комплексно оцінити масоінерційні параметри та підвищити точність результатів.

Таким чином, актуальність дослідження визначається потребою у вивченні впливу масоінерційних параметрів ланок та структури механізму голки на його динамічні характеристики.

Аналіз досліджень та публікацій

Масоінерційні характеристики ланок голкового механізму істотно впливають на динаміку та енергоефективність швейних машин. У високошвидкісних машинах навіть незначна маса голководія створює значні інерційні сили, що підвищує навантаження на кінематичні пари та привод. Тому зменшення приведенного моменту інерції є ключовим завданням під час проєктування механізмів.

Теоретичну основу динамічного аналізу механічних систем становлять праці Лагранжа [1], Кена і Левінсона [2], Грінвуда [3], у яких сформульовано загальні принципи кінематичного та динамічного моделювання механізмів. Однак їх безпосереднє застосування до систем швейних машин у відомих публікаціях висвітлене частково.

Водночас відомі конструкції чотири- та шестиланкових механізмів голки мають різну кінематичну структуру, що суттєво впливає на закон руху веденої ланки, розподіл інерційних навантажень і, відповідно, на динамічну ефективність механізму.

У сучасних роботах [4-7] застосовано оптимізаційні алгоритми, зокрема метод Монте-Карло та імперіалістичний конкурентний алгоритм, для зменшення пікових прискорень і стабілізації руху ниткопритягувача та голководія швейних лише для машин човникового стібка. В цей же час у роботах [8-12] математичні моделі враховують сили проколу голки, зазори у кінематичних парах та умови балансування, однак вони розглядають переважно окремі механізми без їх порівняння та вирішують прямі задачі проєктування.

Більшість досліджень присвячено кривошипно-повзунному чотириланковому механізму голки [13], іноді у поєднанні з механізмом ниткопритягувача човникових машин [4-7]. Проте такі підходи не дають повного уявлення про динаміку інших типів механізмів голки, зокрема шестиланкових систем, що застосовуються у швейних машинах ланцюгового стібка. У цьому напрямі заслуговує на увагу робота [14], у якій виконано синтез шестиланкового механізму голки з урахуванням масивної веденої ланки. Показано, що оптимізація геометричних параметрів дозволяє зменшити пікові прискорення та покращити динамічні характеристики механізму без порушення його функціональності. Однак у відкритих джерелах відсутня комплексна порівняльна оцінка механізмів голки різних структур, або наявна інформація є неповною.

Серед методів визначення приведенного моменту інерції найпоширенішими є аналітичні [15-19] та експериментальні (крутильні й трифілярні маятники) [20-26]. Перші забезпечують високу теоретичну точність, але є трудомісткими, другі – простіші, проте обмежені дослідженням окремих ланок. Найефективнішим підходом сьогодні є комп'ютерне моделювання у середовищах SolidWorks Motion та ANSYS [27-30], що дозволяє враховувати реальну геометрію ланок і редукувати моменти інерції до головного вала.

Тому дослідження масоінерційних характеристик доцільно виконувати шляхом аналітичних і експериментальних розрахунків, комп'ютерного імітаційного моделювання та порівняння відхилень між результатами цих методів, що забезпечує найбільш достовірну оцінку динамічних параметрів механізмів голки швейних машин різних типів.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є дослідження впливу масоінерційних параметрів ланок і структури механізму голки швейних машин ланцюгового стібка на динамічні характеристики системи. Для досягнення поставленої мети виконано аналітичне та комп'ютерне імітаційне моделювання кінематичних, масоінерційних та енергетичних параметрів чотири- та шестиланкових механізмів швейних машин ланцюгового стібка класу 164 фірми Rimoldi та MF-7923D фірми Juki.

Виклад основного матеріалу

Об'єктами дослідження є механізми голки швейних машин кл. 164 фірми Rimoldi [31] та MF-7923D фірми Juki [32] з відповідно шестиланковою та чотириланковою структурами (рис. 1). Дослідження виконано шляхом поєднання аналітичних методів на основі рівнянь Лагранжа [1] з експериментально-імітаційними підходами.

На аналітичному етапі для всіх ланок визначено масоінерційні параметри, зведені до їхніх центрів мас із використанням SolidWorks. Для кожної ланки початок локальної системи координат розміщено у початку відносного вектора P_{Si} (рис. 2, а, приклад для шатуна машини MF-7923D фірми Juki), що задає положення її центра мас (див. рис. 1, а). Масоінерційні параметри (J_{Si} , m , $S(x, y)$), отримували за допомогою розрахункового модуля Mass Properties SolidWorks (рис. 2, б – параметри зазначеного шатуна). Геометричні параметри ланок узято з робіт [14, 33] і інтегровано до табл. 1 разом із відповідними масоінерційними характеристиками усіх ланок обох механізмів для подальших розрахунків у середовищі Mathcad.

Перевірку аналітичних результатів виконано в SolidWorks Motion шляхом порівняння значень приведенного моменту інерції до головного вала; додатково оцінено кінетичні та енергетичні показники – крутний момент опору $M_{кр}(\varphi)$, кінетичну енергію $T_{eq}(\varphi)$, приведений момент інерції $J_{eq}(\varphi)$ та споживану потужність $P_{eq}(\varphi)$ впродовж режиму розгону головного вала (швидкість головного вала приймалась $n=1000$ об/хв, час розгону прийнято з урахування потужності приводу – $t_p=0,6$ с, час холостого ходу – $t_{х.х.}=0,1$ с). При моделюванні корисний опір (зусилля проколу), а також опір від сил тертя не враховувався.

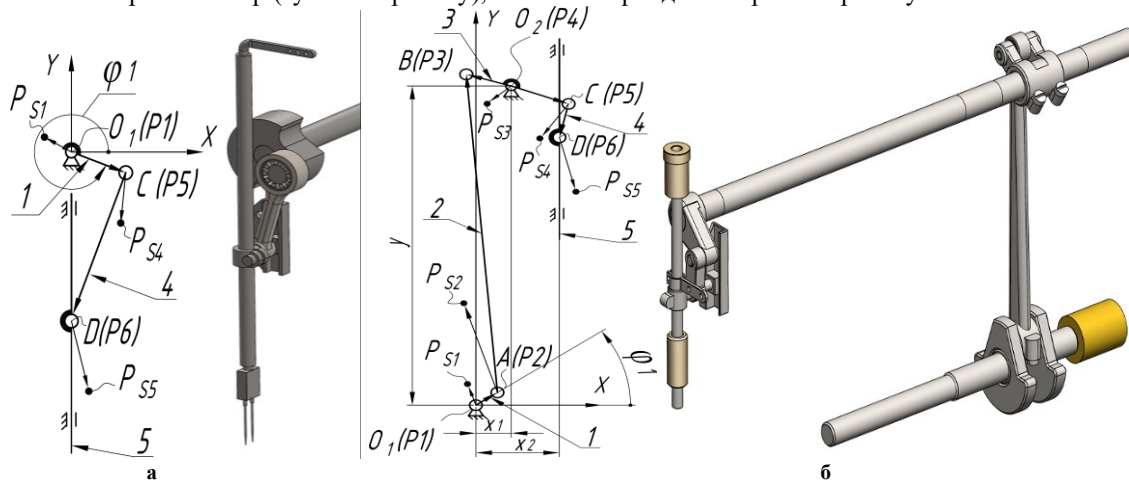


Рис. 1 Кінематичні-розрахункові схеми та 3D моделі механізмів голки:
а – чотириланковий ($k=4$); б – шестиланковий ($k=6$)

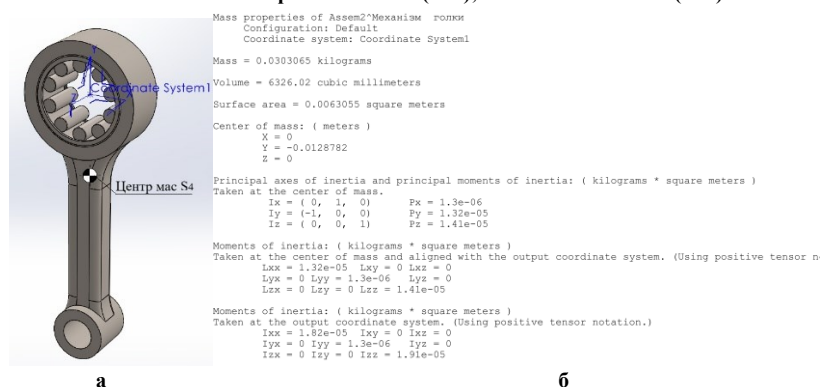


Рис. 2. Масоінерційні параметри шатуна CD механізму голки швейної машини MF-7923D ф. Juki:

а – розташування системи координат та положення центра мас моделі; б – масоінерційні параметри ланки – шатуна

Таблиця 1

Кінематичні параметри ланок механізмів швейної машини

Позначення	Параметри ланок	Тип механізму (k)		Параметр/один. виміру			
		k=4	k=6	k=4	k=6		
		Кінематичні параметри		Масоінерційні параметри			
		мм					
1	l_{OIA}	15,5	12	0	0	x	$\times 10^{-3}$ м
				0,5	-1	y	
				0,64	0,51	m	кг
				0,64	0,72	J_{zz}	$\times 10^{-4}$ кг·м ²
2	l_{AB}	-	175	-	0	x	$\times 10^{-3}$ м
					0,069	y	
					0,17	m	кг
					6,13	J_{zz}	$\times 10^{-4}$ кг·м ²
3	l_{O2B}	-	21,3	-	0,3	x	$\times 10^{-3}$ м
	l_{O2C}	-	27,5		0	y	
					0,662	m	кг
					0,48	J_{zz}	$\times 10^{-4}$ кг·м ²
4	l_{CD}	54,5	19	0	0	x	$\times 10^{-3}$ м
				-12,9	-9,5	y	
				0,03	0,016	m	кг
				0,19	0,013	J_{zz}	$\times 10^{-4}$ кг·м ²
5	Повзун	+	+	0,076	0,041	m	кг
x_1		-	16				
x_2		-	38				
y		-	175				

Кінетична енергія системи матеріальних тіл визначається як сума кінетичних енергій окремих тіл, що входять до її складу. Відповідно, кінетична енергія механізмів голки швейних машин типу 164 фірми Rimoldi та MF-7923D фірми Juki визначається сумою кінетичних енергій їхніх рухомих ланок [1, 2]:

$$T_{eq} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i v_{Si}^2 + \frac{1}{2} J_{Si} \omega_i^2 \right), \quad (1)$$

де: T_{eq} – кінетична енергія системи, Дж;

m_i – маса i -тої ланки, кг;

v_{Si} – лінійна швидкість центра мас ланки, м/с;

J_{Si} – осьовий момент інерції i -ої ланки відносно осі, яка проходить через її центр мас S_i перпендикулярно до площини її руху, кг·м²,

ω_i – кутова швидкість обертання ланки, рад/с;

n – кількість рухомих ланок у механізмі (для механізмів із жорстким ведучим зв'язком $n=k-1$, де k – загальна кількість ланок, включно з нерухомою).

Кінетична енергія i -ої ланки механізму голки T_i визначається з виразу (1):

$$T_i = \frac{1}{2} J_{Si} \omega_i^2 + \frac{1}{2} m_i v_{Si}^2. \quad (2)$$

У випадку використання кривошипа 1 як ведучої ланки, вираз (2) для визначення кінетичної енергії механізму голки набуває вигляду:

$$T_{eq} = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_1^2, \quad (3)$$

де J_{eq} – еквівалентний (приведений) осьовий момент інерції механізму голки, кг·м²,

ω_1 – скаляр кутової швидкості кривошипа, с⁻¹.

З виразу (3), з урахуванням співвідношень (1) і (2), визначається приведений осьовий момент інерції механізму голки відносно осі обертання кривошипа 1, який закріплено на головному валу швейної машини:

$$J_{eq} = \sum_{i=1}^n \left(m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right), \quad (4)$$

З урахуванням прямолінійного руху голководія у нерухомій напрямній та нульового значення його кутової швидкості ($\omega_p=0$), вираз (4) набуває розгорнутої форми:

$$J_{eq} = \sum_{i \in R} \left(m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2 + J_{Si} \left(\frac{\omega_i}{\omega_1} \right)^2 \right) + \sum_{i \in P} m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega_1} \right)^2, \quad (5)$$

Скалярні значення кутових швидкостей ланок ω_i та лінійних швидкостей центрів мас v_{Si} визначається на основі кінематичного аналізу механізму.

Основні позначення, прийняті для виконання розрахунків: l_{ij} – довжина ланки між точками i і j , $P_{i,j}$ – вільний вектор, що направлений від i -ї до j -ї точки. $P_1, P_2, \dots, P_i$ – радіус-вектори характерних точок, які визначають їх положення в прийнятій системі координат. При розрахунках використовується єдина система позначень, у якій шестиланковий механізм згортається у чотириланковий шляхом виключення ланок групи Ассуру (2-3) із збереженням нумерації основних елементів (табл. 1). Такий підхід дозволяє узгодити результати

кінематичного й динамічного аналізу обох структур.

При орієнтації системи координат уздовж осі головного вала матриця повороту вектора навколо осі Z на кут φ задається виразом:

$$T_Z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

Стійки механізму голки задаються радіус-векторами P_1, P_4 (залежно від типу механізму), проведеними до центрів обертальних кінематичних пар, а також радіус-векторами P_7, P_8 , що визначають положення точок, які належать траєкторії центру обертальної кінематичної пари, утвореної шатуном 4 та голководом 5. Вільні вектори обчислюються за допомогою матричних перетворень координат:

$$\rho_Z(r, \varphi, l) = T_Z(\varphi) \cdot r \cdot \frac{l}{|r|}, \quad (7)$$

де:

r – вільний вектор, що підлягає повороту;

φ , рад — кут повороту;

$l=||r||$ – довжина вектора r (інваріантна відносно повороту).

Сума векторів, що задає положення наступної точки:

$$P_j(\varphi) = P_i(\varphi) + P_{i-j}(\varphi), \quad (8)$$

Кут між трьома ланками (наприклад, l_1, l_2, l_3) визначається за теоремою косинусів:

$$Kut(l_1, l_2, l_3) = \arccos\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2}{2 \cdot l_1 \cdot l_2}\right), \quad (9)$$

Дискретна змінна визначається кутовим положенням кривошипа 1 на головному валі:

$$\varphi_1 = \varphi_{1-0}, \varphi_{1-0} + \Delta\varphi_1 \cdot \varphi_{1-max}, \quad (10)$$

де: φ_{1-0} – початковий кут кривошипа 1, $с^{-1}$;

φ_{1-max} – кінцевий кут повороту кривошипа 1, $с^{-1}$;

$\Delta\varphi_1$ – крок кута повороту кривошипа 1, $с^{-2}$.

Крок дискретизації кута повороту кривошипа 1 $\Delta\varphi_1$ визначається з умови моделювання повного оберт кривошипа в Mathcad:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\varphi_{1-max} - \varphi_{1-0}}{Position_1}, \quad (11)$$

де $Position_1$ – змінна, яка визначає число дискретних положень кривошипа 1.

Під час моделювання кінематичної схеми в середовищі Mathcad вільні вектори рухомих ланок $P_{1-2}, P_{2-3}, P_{4-3}, P_{4-5}$ задаються як функції кутового положення ведучої ланки φ_1 .

Вектор P_{1-2} (кривошип 1) визначається довжиною l_{1-2} та напрямком, що задається кутом φ_1 :

$$P_{1-2}(\varphi_1) = \rho_Z(e_X, \varphi_1, l_{1-2}) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1) & -\sin(\varphi_1) & 0 \\ \sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot e_X \cdot l_{1-2}, \quad (12)$$

де $e_X = (1 \ 0 \ 0)^T$ – одиничний вектор осі абсцис правої системи координат (далі – ПСК).

Радіус-вектор P_2 задається як функція φ_1 , далі обчислюється P_{4-2} , визначається кут між P_{4-2} та P_{4-3} за теоремою косинусів, після чого задається вектор P_{4-3} (перше плече коромисла 3):

$$P_2(\varphi_1) = P_1 + P_{1-2}(\varphi_1). \quad (13)$$

$$P_{4-2}(\varphi_1) = P_2(\varphi_1) - P_4, \quad (14)$$

$$Kut_{2-4-3}(\varphi_1) = Kut(|P_{4-2}(\varphi_1)|, l_{4-3}, l_{2-3}), \quad (15)$$

$$P_{4-3}(\varphi_1) = \rho_Z(P_{4-2}(\varphi_1), -W_{2-3-4} \cdot Kut_{2-4-3}(\varphi_1), l_{4-3}) = \dots$$

$$\dots = \begin{bmatrix} \cos(-W_{2-3-4} \cdot Kut_{2-4-3}(\varphi_1)) & -\sin(-W_{2-3-4} \cdot Kut_{2-4-3}(\varphi_1)) & 0 \\ \sin(-W_{2-3-4} \cdot Kut_{2-4-3}(\varphi_1)) & \cos(-W_{2-3-4} \cdot Kut_{2-4-3}(\varphi_1)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{4-2}(\varphi_1) \cdot \frac{l_{4-3}}{|P_{4-2}(\varphi_1)|} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Радіуси-векторів точки P_3 та вільний вектор P_{2-3} шатуна 2 визначається виразами:

$$P_3(\varphi_1) = P_4 + P_{4-3}(\varphi_1). \quad (17)$$

$$P_{2-3}(\varphi_1) = P_3(\varphi_1) - P_2(\varphi_1). \quad (18)$$

Вільний вектор P_{4-5} другого плеча коромисла 3 визначається через кут повороту:

$$P_{4-5}(\varphi_1) = \rho_Z(P_{4-3}(\varphi_1), Kut_{3-4-5}, l_{4-5}) = \dots$$

$$\dots = \begin{bmatrix} \cos(Kut_{3-4-5}) & -\sin(Kut_{3-4-5}) & 0 \\ \sin(Kut_{3-4-5}) & \cos(Kut_{3-4-5}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot P_{4-3}(\varphi_1) \cdot \frac{l_{4-5}}{l_{4-3}}. \quad (19)$$

Радіус-вектор точки P_5 визначається виразом:

$$P_5(\varphi_1) = P_4 + P_{4-5}(\varphi_1). \quad (20)$$

Вільний вектор P_{7-8} , визначає напрямку руху точки P_6 :

$$P_{7-8} = P_8 - P_7. \quad (21)$$

Допоміжний вільний вектор P_{5-7} , що з'єднує точки P_5 і P_7 визначається виразом:

$$P_{5-7}(\varphi_1) = P_7 - P_5(\varphi_1). \quad (22)$$

Довжину перпендикуляра l_{5-9} , опущеного з точки P_5 на траєкторію точки P_6 , визначають як проєкцію

на вісь аплікату Z векторного добутку допоміжного вільного вектора P_{5-7} на орт вектора P_{7-8} .

Довжину перпендикуляра l_{5-9} , проведеного з точки P_5 до траєкторії точки P_6 , як проекцію на вісь аплікату векторного добутку допоміжного вільного вектора P_{5-7} на орт вектора P_{7-8} з виразу:

$$l_{5-9}(\varphi_1) = \left(P_{5-7}(\varphi_1) - \frac{P_{7-8}}{|P_{7-8}|} \right)_Z. \quad (23)$$

Допоміжний вільний вектор P_{5-9} , що визначає перпендикуляр, проведений з точки P_5 до траєкторії точки P_6 визначається виразом:

$$\begin{aligned} P_{5-9}(\varphi_1) &= \rho_Z \left(P_{7-8}, \frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} \cdot 90^\circ, l_{9-8}(\varphi_1) \right) = \dots \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} & 0 \\ \frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot P_{7-8} \cdot \frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|P_{7-8}|}. \end{aligned} \quad (24)$$

Кут між вільним вектором P_{5-9} і вільним вектором P_{5-6} шатуну 5 визначається виразом:

$$Kut_{9-5-6}(\varphi_1) = \arccos \left(\frac{|l_{5-9}(\varphi_1)|}{l_{5-6}} \right). \quad (25)$$

Вільний вектор P_{5-6} шатуну 5:

$$\begin{aligned} P_{5-6}(\varphi_1) &= \rho_Z(P_{5-9}(\varphi_1), Kut_{9-5-6}, l_{5-6}) = \dots \\ &= \begin{bmatrix} \cos \left(\frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} \cdot Kut_{9-5-6}(\varphi_1) \right) & -\sin \left(\frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} \cdot Kut_{9-5-6}(\varphi_1) \right) & 0 \\ \sin \left(\frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} \cdot Kut_{9-5-6}(\varphi_1) \right) & \cos \left(\frac{l_{5-9}(\varphi_1)}{|l_{5-9}(\varphi_1)|} \cdot Kut_{9-5-6}(\varphi_1) \right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \dots \\ &\dots P_{5-6}(\varphi_1) \cdot \frac{|l_{5-9}(\varphi_1)|}{l_{5-6}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Тоді радіус-вектор точки P_6 :

$$P_6(\varphi_1) = P_5(\varphi_1) + P_{5-6}(\varphi_1). \quad (27)$$

Радіус-вектори P_{Si} , які описують координати центрів мас рухомих ланок механізму голки визначаються виразами:

$$P_{S_1}(\varphi_1) = P_1 + \rho_Z(P_{1-2}(\varphi_1), Kut_{2-1-S_1}, l_{1-S_1}), \quad (28)$$

$$P_{S_2}(\varphi_1) = P_2(\varphi_1) + \rho_Z(P_{2-3}(\varphi_1), Kut_{3-2-S_2}, l_{2-S_2}), \quad (29)$$

$$P_{S_3}(\varphi_1) = P_4 + \rho_Z(P_{4-3}(\varphi_1), Kut_{3-4-S_3}, l_{4-S_3}), \quad (30)$$

$$P_{S_4}(\varphi_1) = P_5(\varphi_1) + \rho_Z(P_{5-6}(\varphi_1), Kut_{6-5-S_4}, l_{5-S_4}), \quad (31)$$

$$P_{S_5}(\varphi_1) = P_6(\varphi_1) + \rho_Z(P_{7-8}(\varphi_1), Kut_{8-6-S_5}, l_{6-S_5}). \quad (32)$$

Кінематичні швидкості рухомих ланок отримуються диференціюванням векторних функцій радіус-векторів і вільних векторів за параметром φ_1 :

$$r'(r, \varphi_1) = \left(\frac{d}{d\varphi_1}(r(\varphi_1))_X \quad \frac{d}{d\varphi_1}(r(\varphi_1))_Y \quad \frac{d}{d\varphi_1}(r(\varphi_1))_Z \right)^T, \quad (33)$$

де: r – вільний вектор або радіус-вектор, для якого визначається похідна за параметром φ_1 – кутом кривошипа 1;

$$\varphi'(r, r') = \frac{\left(\frac{r}{|r|} \times r' \right)}{|r|}. \quad (34)$$

Вектори кутових швидкостей рухомих ланок механізму голки визначається як функція кута повороту ведучого кривошипа 1 у проекції на вісь аплікату (приймаємо $\omega_1=100 \text{ c}^{-1}$):

$$\omega_2(\varphi_1) = \left(\varphi' \left(\frac{P_{2-3}(\varphi_1)}{l_{2-3}}, r'(P_{2-3}, \varphi_1) \right) \cdot \omega_1 \right)_Z, \quad (35)$$

$$\omega_3(\varphi_1) = \left(\varphi' \left(\frac{P_{4-3}(\varphi_1)}{l_{4-3}}, r'(P_{4-3}, \varphi_1) \right) \cdot \omega_1 \right)_Z, \quad (36)$$

$$\omega_4(\varphi_1) = \left(\varphi' \left(\frac{P_{5-6}(\varphi_1)}{l_{5-6}}, r'(P_{5-6}, \varphi_1) \right) \cdot \omega_1 \right)_Z, \quad (37)$$

Вектори лінійних швидкостей центрів мас рухомих ланок механізму визначаються виразами:

$$V_{S_1}(\varphi_1) = r'(P_{S_1}, \varphi_1) \cdot \omega_1, \quad (38)$$

$$V_{S_2}(\varphi_1) = r'(P_{S_2}, \varphi_1) \cdot \omega_1, \quad (39)$$

$$V_{S_3}(\varphi_1) = r'(P_{S_3}, \varphi_1) \cdot \omega_1, \quad (40)$$

$$V_{S_4}(\varphi_1) = r'(P_{S_4}, \varphi_1) \cdot \omega_1, \quad (41)$$

$$V_{S_5}(\varphi_1) = r'(P_{S_5}, \varphi_1) \cdot \omega_1, \quad (42)$$

$$V_{S_6}(\varphi_1) = r'(P_{S_6}, \varphi_1) \cdot \omega_1. \quad (43)$$

Отримані вирази (5), (35) – (43) при відомих осьових моментах інерції рухомих ланок механізму (табл. 1), визначають приведений осьовий момент інерції плоского шестиланкового механізму голки швейної машини

164 кл. ф. Rimoldi відносно осі обертання кривошипа 1 (головного вала), а також окремі приведені моменти інерції окремих ланок механізму $J_i(\varphi)$.

Функції положення чотирьохланкового кривошипно-повзунного механізму голки швейної MF-7923D фірми Juki в середовищі Mathcad були визначені в [33], положення центр мас його ланок визначається векторами P_{S1} , P_{S4} та P_{S5} за виразами (28), (31), (32), вектор кутової швидкості шатуна $\omega_4(\varphi_1)$ – (37).

Кінематичні характеристики голководія (повзуна 5): $S_5(\varphi)$, $v_5(\varphi)$, $a_5(\varphi)$ – для обох структур механізмів голоки при швидкості обертання головного вала – $n=5000$ об/хв наведено на рис. 3. Порівняння кінематичних параметрів здійснювалося зіставленням одиничних (безрозмірних) функцій $S(\varphi) \in [0;1]$, $v(\varphi)$, $a(\varphi) \in [-1;1]$ з гармонічними одиничними функціями: $S_h(\varphi) = 0,5(1 - \cos(\varphi))$, $v_h(\varphi) = \sin(\varphi)$, $a_h(\varphi) = \cos(\varphi)$ наведено на рис. 4 а. Різниця значень одиничних функцій з гармонійними показують величину викривлення гармоніки наведено на рис. 4, б.

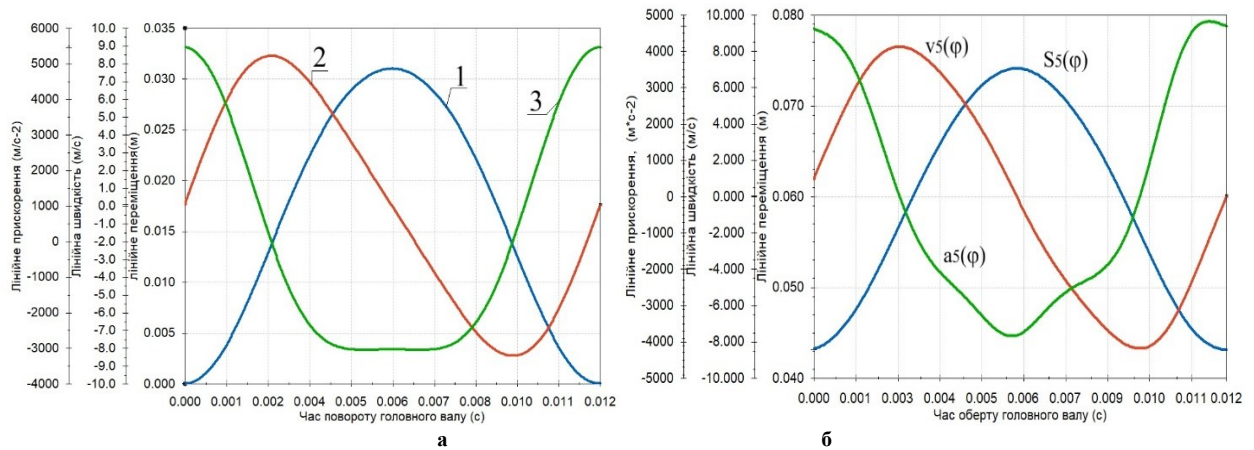


Рис. 3. Кінематичні характеристики повзуна-голководія: а – чотирьох ланкового типу швейної машини MF-7923D, б – шестиланкового типу швейної машини 164 кл. 1 – лінійне переміщення $S(\varphi)$, 2 – лінійна швидкість $v(\varphi)$, 3 – лінійне прискорення $a(\varphi)$

З метою порівняння крутного моменту опору ($M_{кр}(\varphi)$), кінетичної енергії ($T_{eq}(\varphi)$), потужності $P_{eq}(\varphi)$ та приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ (рис. 5) дослідження виконано у режимі розгону до кутової швидкості головного вала до 1000 об/хв в зазначеному режимі, за умови номінальної можливої потужності на головному валу ($N_{гол.вал.} \approx 0,22$ кВт) та пікового значення приведенного моменту інерції $J_{eq,max}$.

Результати розрахунку еквівалентного (приведеного) моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ для чотириланкового та шестиланкового механізмів голки наведено на рис. 6 для одного оберту головного вала машини. Криві отримані як аналітично, так і за результатами імітаційного комп'ютерного моделювання. Декомпозицію еквівалентного (приведеного) моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ на часткові внески ланок $J_i(\varphi)$ за групами Ассура наведено на рис. 7.

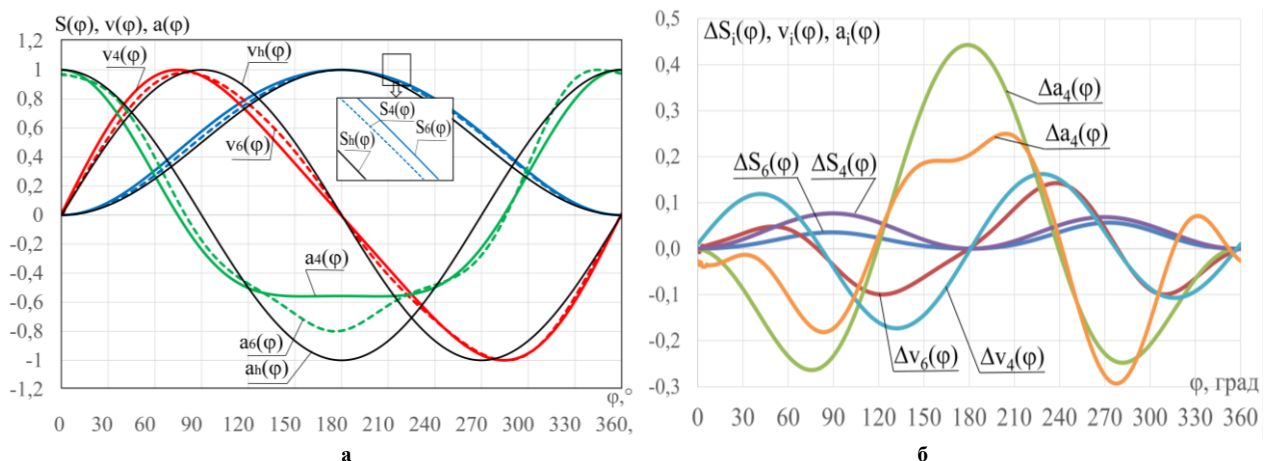


Рис. 4. Діаграми кінематичних параметрів механізмів голки різних структур у порівнянні до гармонік: а – одиничні функції k-ланкового механізму $S_k(\varphi)$, $v_k(\varphi)$, $a_k(\varphi)$ та гармонічних $S_h(\varphi)$, $v_h(\varphi)$, $a_h(\varphi)$; б – різниця відхилень значень від гармонічних $\Delta S(\varphi)$, $\Delta v(\varphi)$, $\Delta a(\varphi)$

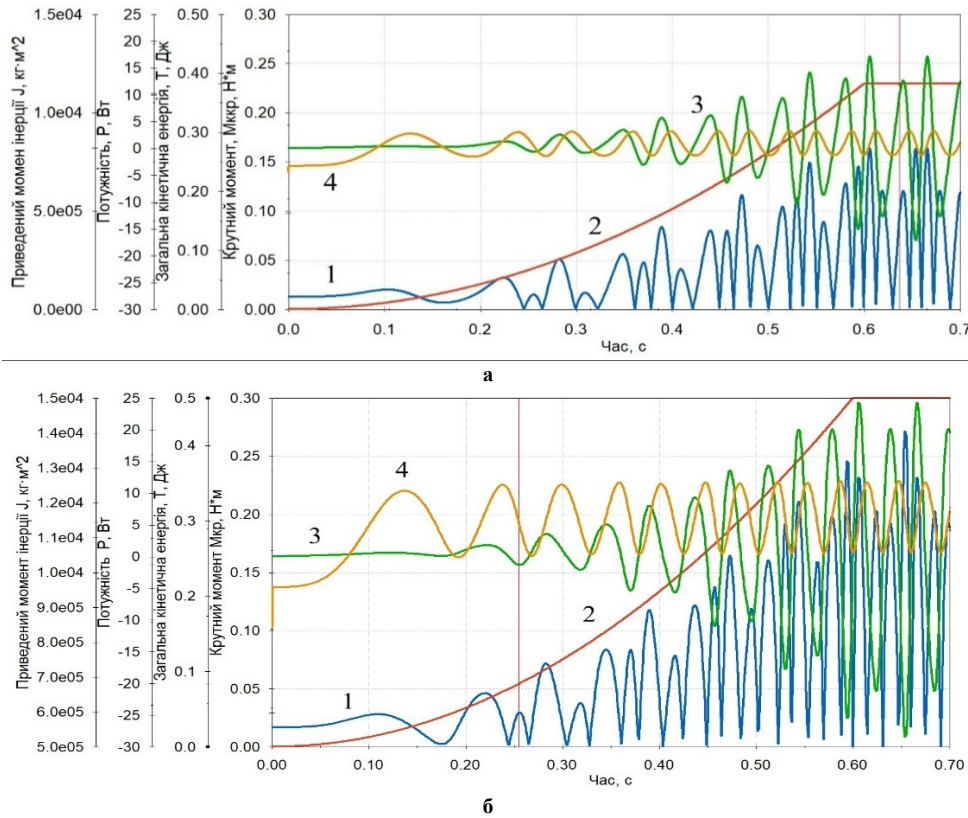
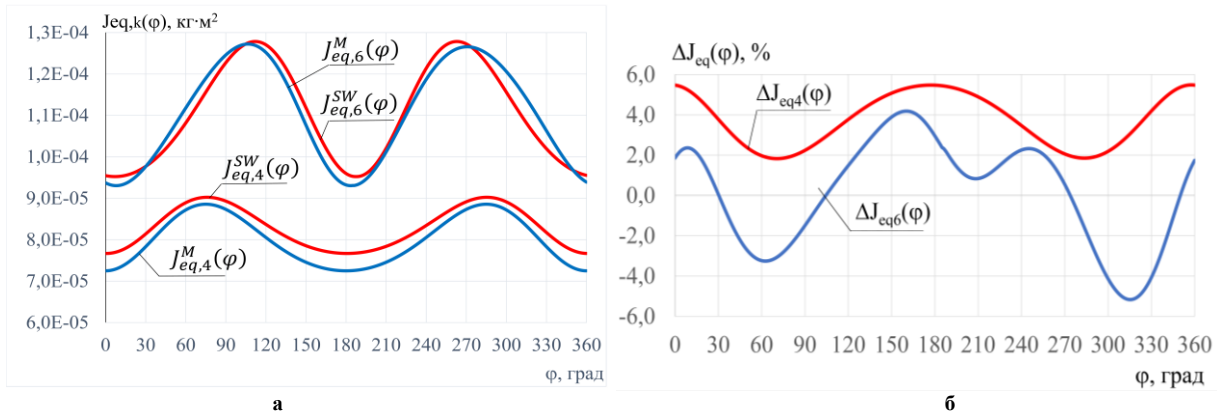


Рис. 5. Енергетичні показники приводу головного валу механізмів: а – чотирьох ланкового типу швейної машини MF-7923D, б – шестиланкового типу швейної машини 164 кл. 1 – Момент опор $M_{op}(\varphi)$; 2 – загальна кінетична енергія $T_k(\varphi)$; 3 – споживча потужність на головному валі $P_{eq}(\varphi)$; 4 – Приведений момент інерції $J_{eq}(\varphi)$



$J_{eq,k}^M(\varphi)$, $J_{eq,k}^{SW}(\varphi)$ – функції приведенного моменту інерції отримані, відповідно, аналітично в середовищі Mathcad і комп'ютерним імітаційним моделюванням в SolidWorks

Рис. 6. Діаграми еквівалентного приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ для 4- та 6-ланкових механізмів голки: а – еквівалентні приведені до голтового валу моменти інерції; б – відхилення результатів між методами їх отримання

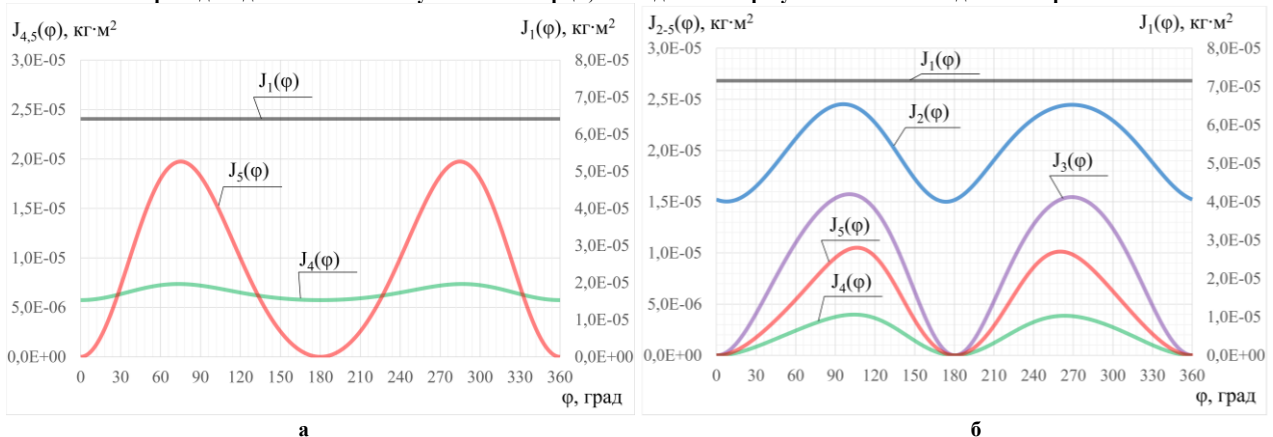


Рис. 7. Діаграма приведених моментів інерції $J_i(\varphi)$ до головного валу ланок механізму: а – чотирьох ланкового механізму голки швейної машини MF-7923D, б – шестиланкового механізму голки швейної машини 164 кл.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Проведений аналіз кінематичних параметрів показав, що закони руху шестиланкового механізму голки швейної машини класу 164 ближчі до гармонійного, ніж у чотириланкового механізму машини MF-7923D (рис. 4, а). Відхилення кінематичних параметрів від однієї гармонічної функції для шестиланкового механізму становлять 2,1-12,8 % ($S - 2,1\%$, $v - 5,86\%$, $a - 12,75\%$), тоді як для чотириланкового: 3,6-18,5 % ($S - 3,6\%$, $v - 9,04\%$, $a - 18,5\%$). Як видно з рис. 4, б, криві $\Delta S(\varphi)$, $\Delta v(\varphi)$, $\Delta a(\varphi)$ мають асиметричний характер (зміщені нулі та екстремуми відносно $0^\circ/180^\circ/360^\circ$); для $a(\varphi)$ збіжність із гармонікою спостерігається переважно біля одного з крайніх положень, тоді як біля протилежного відхилення зростають.

Однак для шестиланкового механізму функція приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ має вищі середні (на 36,0 %) та пікові (на 38,2 %) значення – $J_{eq,6,сеп}=1,14 \times 10^{-4}$ кг·м², $J_{eq,6,макс}=1,26 \times 10^{-4}$ кг·м², тоді як для чотириланкового – $J_{eq,4,сеп}=8,3 \times 10^{-5}$ кг·м², $J_{eq,4,макс}=9,1 \times 10^{-5}$ кг·м². Розмах ($J_{max}-J_{min}$) у 1,78 раза більший (на 78 %) порівняно з чотириланковим. Відносна амплітуда пульсації зростає з $\approx 8,2\%$ (чотириланковий) до $\approx 10,7\%$ (шестиланковий). Це означає більші інерційні вимоги під час пуску й гальмування та вищі піки миттєвого крутного моменту $M_{кр}(\varphi)$ і еквівалентної потужності $P_{eq}(\varphi)$, що підтверджується результатами моделювання (рис. 5).

Аналіз складових $J_i(\varphi)$ (рис. 7) показує, що основний внесок у нерівномірність еквівалентного (приведеного) моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ шестиланкового механізму швейної машини кл. 164 ф. Rimoldi формує перша поводкова група Ассура (ланки 2-3, $J_2(\varphi)$, $J_3(\varphi)$), що зумовлено наявністю масивних коливних ланок – довгого шатуна АВ та коромисла BO_2C (рис. 1, табл. 1).

Істотну частку нерівномірності приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ в обох структурах зумовлює повзун-голковод ($J_5(\varphi)$ рис. 7) через зворотно-поступальний перенос його значної маси (табл. 1) та великі значення передатного коефіцієнта переміщення $|\partial S/\partial \varphi|$. У механізмі голки MF-7923D приведений момент інерції повзуна-голковода перевищує показники «кл. 164»: середнє $+41\%$ ($\Delta \approx 9,2 \times 10^{-6}$ кг·м²), медіанне/пікове $+38-41\%$, що спричиняє вищі інерційні навантаження приводу у фазах максимальних швидкостей.

Крім того спостерігаються підвищені крутильні навантаження: $|M_{кр}(\varphi)|$ у машині кл. 164 досягає $\approx 0,27$ Н·м, що на $\approx 66\%$ більше за піки для MF-7923D ($\approx 0,16$ Н·м). Водночас $P_{eq}(\varphi)$ у шестиланкового механізму має вищі пікові значення – ≈ 24 Вт проти ≈ 17 Вт ($\approx 42\%$) у чотириланкового. Таким чином, шестиланковий механізм (кл. 164) кінематично ближчий до гармонічного закону (менші відхилення форм руху), проте інерційно «важчий»: більша еквівалентна інерційність згладжує усталений хід, але підвищує вимоги до приводу в перехідних режимах і формує вищі піки миттєвих навантажень. Чотириланковий MF-7923D інерційно «легший», проте відзначається різкішими законами руху та підвищеною чутливістю до високих швидкостей, що зумовлює потребу у плавних S-профілях пуску/зупинки та точному керуванні крутним моментом. Основні внески шестиланкової структури механізму в інерційність створюють коливні ланки першої поводкової групи й повзун-голковод, що визначає напрям подальших досліджень, спрямованих на масо-інерційну оптимізацію цих елементів.

На основі аналізу результатів теоретичного та імітаційного комп'ютерного моделювання сформульовано такі висновки:

1. Встановлено, що закони руху шестиланкового механізму (кл. 164) ближчі до гармонічних, ніж у чотириланкового MF-7923D: відхилення невідповідності складають 2,05–12,75 % проти 3,60–18,45 %. Найбільші локальні відхилення спостерігаються переважно поблизу крайніх положень ($\varphi \approx 0^\circ/360^\circ$ та/або $\varphi \approx 180^\circ$) й мають асиметричний характер. Це забезпечує плавніші переходи швидкості та прискорення і рівномірніший рух.
2. Показано, що еквівалентний (приведений) момент інерції $J_{eq}(\varphi)$ у шестиланкового механізму вищий: середнє $+36,0\%$, пік $+38,2\%$, з розмахом на 78 % більше ніж у чотириланкового. Для шестиланкового: $J_{eq,6,сеп}=1,14 \times 10^{-4}$ кг·м², $J_{eq,6,макс}=1,26 \times 10^{-4}$ кг·м²; для чотириланкового: $J_{eq,4,сеп}=8,3 \times 10^{-5}$ кг·м², $J_{eq,4,макс}=9,1 \times 10^{-5}$ кг·м². Відносна пульсація зростає з $\approx 8,2\%$ до $\approx 10,7\%$. Встановлено, що основний внесок у нерівномірність приведенного моменту інерції $J_{eq}(\varphi)$ формують перша поводкова група Ассура та масивний повзун-голковод.
3. Виявлено, що розподіл навантажень відрізняється: у кл. 164 вищі піки $|M_{кр}(\varphi)|$ ($\approx 0,27$ Н·м порівняно з $\approx 0,16$ Н·м у MF-7923D), а також вищі пікові значення $P_{eq}(\varphi)$ (≈ 24 Вт проти ≈ 17 Вт, $\approx 42\%$). Це свідчить про зростання динамічних навантажень приводу та потребує забезпечення стабільності крутного моменту, обмеження dM/dt і застосування м'яких S-профілів пуску/зупинки з контролем теплового режиму.
4. Підтверджено, що результати, отримані імітаційним комп'ютерним моделюванням та аналітичними розрахунками, узгоджуються в межах 2–6 %, що засвідчує достовірність висновків і придатність моделі для інженерних розрахунків.

Література

1. Lagrange, J. L. (1788–1789). *Mécanique analytique*. Paris: Veuve Desaint. <https://doi.org/10.5479/sil.322586.39088000898585>
2. Kane, T. R., & Levinson, D. A. (1985). *Dynamics: Theory and Applications*. New York: McGraw-Hill. https://ecommons.cornell.edu/bitstream/1813/638/10/Dynamics-Theory_opt.pdf
3. Greenwood, D. T. (2003). *Advanced Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800207>
4. Nemeša, I. (2023). Energy saving motors for sewing machines. *Tekstilna industrija*, 70(1), 39–43. [5] Roos, F., Johansson, H., & Wikander, J. (2006). Optimal selection of motor and gearhead in mechatronic applications. *Mechatronics*, 16, 63–72.

5. Najlaoui, B., Nejlaoui, M., Affi, Z., & Romdhane, L. (2017). Multiobjective constrained optimization of sewing machine mechatronic performances. In International Conference Design and Modeling of Mechanical Systems. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66697-6_63
6. Najlawi, B., Nejlaoui, M., Affi, Z., et al. (2019). Multi-objective robust design optimization of a sewing mechanism under uncertainties. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 30, 783–794. <https://doi.org/10.1007/s10845-016-1284-0>
7. Ebrahimi, S., & Payvandy, P. (2014). Optimization of the link drive mechanism in a sewing machine using imperialist competitive algorithm. *International Journal of Clothing Science and Technology*, 26, 247–260.
8. Gotlih, K. (1997). Sewing needle penetration force study. *International Journal of Clothing Science and Technology*, 9(3), 241–248. <https://doi.org/10.1108/09556229710168388>
9. Salahshoor, E., & Ebrahimi, S. (2017). The effect of joint clearance on the dynamic behavior of a needle driver mechanism in a typical sewing machine. *International Journal of Clothing Science and Technology*, 29(4), 578–593. <https://doi.org/10.1108/IJCST-02-2017-0018>
10. Chi, C., Liu, S., Liu, Q., Li, F., Liu, L., & Mei, J. (2001). Dimensional synthesis of planar mechanisms using neural networks: Application to path generator linkage. *Mechanism and Machine Theory*, 36, 299–310.
11. Sidlof, P., & Votrubic, V. (2011). Vibrations reduction of industrial sewing machines. *Vibration Problems ICOVP*.
12. Muramatsu, N. (1986). Vibration reduction of industrial sewing machine by using low inertia components. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 52(7), 1174–1179. https://jglobal.jst.go.jp/en/detail?JGLOBAL_ID=200902044509079950
13. Дворжак В. М. Аналітичне дослідження динаміки типових шарнірних механізмів технологічних машин легкої промисловості // *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія технічні науки*. – 2018. – № 3(122). – С. 9–18.
14. Горобець В. А., Манойленко О. П., Сисенко І. В. Питання синтезу багатоланкового механізму з масивною веденою ланкою // *Вісник Хмельницького національного університету*. – 2017. – № 1. – С. 16–23. – URL: [https://er.knuid.edu.ua/bitstream/123456789/9462/7/VHNU_2017_1\(245\).pdf](https://er.knuid.edu.ua/bitstream/123456789/9462/7/VHNU_2017_1(245).pdf)
15. C. M. Pappalardo and D. Guida, "Dynamic Analysis and Control Design of Kinematically-Driven Multibody Mechanical Systems," *Engineering Letters*, vol. 28, no. 4, pp. 1125–1144, 2020. [Online]. Available: https://engineeringletters.com/issues_v28/issue_4/EL_28_4_19.pdf
16. Gourlay, A. R. (1978). An algorithm for reducing the generalised moment of inertia of the variable-attribute matrix of a system. *Applied Mathematical Modelling*, 2(2), 77–83. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(78\)90031-8](https://doi.org/10.1016/0307-904X(78)90031-8)
17. Gourlay, A. R. (1976). An algorithm for the moment of inertia of a system interaction matrix. *Applied Mathematical Modelling*, 1(3), 138–140. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(76\)90015-6](https://doi.org/10.1016/0307-904X(76)90015-6) [26] Zhou, Z. (2024). Inertial analyses based on the generalized inertia matrix for parallel robots. *Robotica*. <https://doi.org/10.1017/S0263574724002544>
18. Rui, X. (2021). Reduced multibody system transfer matrix method using symbolic dynamics. *Multibody System Dynamics*, 51, 25–47. <https://doi.org/10.1002/msd2.12026>
19. Rui, X. (2022). Multibody system transfer matrix method: The past, present, and future. *Multibody System Dynamics*, 54, 1–27. <https://doi.org/10.1002/msd2.12037>
20. Voropay A. V., Menshykov O. V., Povaliaiev S. I., Sharapata A. S., & Yehorov P. A. (2023). Modeling a viscoelastic support considering its mass-inertial characteristics during non stationary vibrations of the beam. *Journal of Engineering Sciences*, Vol. 10(1), pp. D8-D14, doi: 10.21272/jes.2023.10(1).d2
21. Curtis, D., Heller, B., & Senior, T. (2021). Methods for estimating moment of inertia of cricket bats. *Sports Engineering*, 24(1), 1–11. <https://doi.org/10.1007/s12283-021-00349-y>
22. Klaus, L. (2017). Comparison of two experiments based on a physical and a torsion pendulum to determine the mass moment of inertia including measurement uncertainties. *Measurement Science Review*, 17(1), 9–18.
23. Yu, M., Chen, X., Zhang, S., Zhu, C., Jia, P., Zhao, L., Zhao, M., & Zheng, Y. (2024). Measurement of tiny moment of inertia based on flexure hinge for automobile collision testing. *Measurement Science and Technology*, 35(11). <https://doi.org/10.1088/1361-6501/ad6e11>
24. Дзюба В. І., Орловський Б. В., Курішко І. І. Спосіб визначення моменту інерції механізму швейної машини, приведенного до головного вала. – Авторське свідоцтво СРСР №1666929 А1. – Бюл. №28, 30 липня 1991 р.
25. Дворжак В. М., Орловський Б. В., Шельків О. Є. Визначення осьових моментів інерції рухомих ланок з нахиленими головками механізмів технологічних машин // *Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки*. – 2014. – № 3. – С. 138–141.
26. Wang, Y. (2024). The rotational inertia of a rigid body. *Theoretical and Natural Science*, 42, 1–7. <https://doi.org/10.54254/2753-8818/42/20240110>
27. Chang, K.-H. (2021). *Motion Simulation and Mechanism Design with SolidWorks Motion*. SDC Publications.
28. P. Wang, T. Gu, B. Sun, R. Dang, Z. Wang, and W. Li, "Performance analysis of electromechanical flywheel for electric vehicles based on planetary gear mechanism," *Engineering Letters*, vol. 30, no. 4, pp. 1521–1530, 2022. Available: https://www.engineeringletters.com/issues_v30/issue_4/EL_30_4_38.pdf

-
29. H. Chen, S. Zhang, L. Wang, and T. Yang, "Transmission Torque Analysis of Permanent Magnet Eddy Current Coupling Considering the Effects of Axial Displacement," *Engineering Letters*, vol. 31, no. 2, pp. 670–677, 2023. Available: https://www.engineeringletters.com/issues_v31/issue_2/EL_31_2_39.pdf
30. Manoilenko, O., Horobets, V., Rubanka, M., Horiashchenko, S., Volianyk, O., & Dvorzhak, V. (2025). Modeling of the winding process on rewinding machines. *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 55(10), 3376–3383. https://www.iaeng.org/IJAM/issues_v55/issue_10/IJAM_55_10_28.pdf
31. Офіційний сайт компанії Rimoldi. – Режим доступу: <http://www.rimoldiecf.com/en>
32. Офіційний сайт компанії Juki Corporation. – Режим доступу: <https://www.juki.co.jp/en>
33. Manoilenko, O., Dvorzhak, V., Horobets, V., Panasiuk, I., & Bezuhlyi, D. (2024). Assessing the impact of sewing machine thread take-up mechanism parameters on the magnitude and nature of thread take-up. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6(1 (132)), 64–75. DOI: 10.15587/1729-4061.2024.315129.