

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-359-86>

УДК 621.87:630.27

РАДЯК ІВАН

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0009-0005-4516-9146>

e-mail: ivan.radiak@nltu.edu.ua

БАКАЙ БОРИС

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0000-0002-8707-9895>

e-mail: bakay@nltu.edu.ua

ДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ СТРІЛИ МАНІПУЛЯТОРА КОМБІНОВАНОГО УСТАТКОВАННЯ ДЛЯ ТРЕЛЮВАННЯ ДЕРЕВИНИ ЗА ДОПОМОГОЮ ФАЗОВИХ ПОРТРЕТІВ

У статті представлено результати динамічного аналізу стріли маніпулятора як ключового елемента комбінованого устаткування для трелювання деревини, що працює в умовах змінного технологічного навантаження. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення надійності та довговічності лісотехнічних машин, які зазнають значних динамічних перевантажень у процесі підтягування колод. Запропоновано математичну модель динаміки стріли маніпулятора комбінованого трелювального устаткування, побудовану на основі рівнянь Лагранжа другого роду з урахуванням пружно-дисипативних властивостей елементів конструкції, інерційних характеристик вантажу та кінематичних особливостей приводу лебідки. Модель охоплює три ступені вільності та враховує взаємодію між стрілою, канатно-привідною системою та вантажем.

Чисельне розв'язання системи нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку реалізовано у програмному середовищі Wolfram Mathematica. Особливу увагу приділено побудові та аналізу фазових портретів коливань зведеної маси стріли та вантажу для різних варіантів навантаження (від 5,0 до 20,0 кН). Встановлено, що зі зростанням маси вантажу система переходить від лінійного затухаючого режиму до нелінійного з ознаками квазіперіодичності, асиметрії та втрати регулярності коливань. Виявлено, що при навантаженнях понад 14,0 кН стріла демонструє підвищену чутливість до початкових умов і зовнішніх збурень, що створює ризики втрати керованості та потребує впровадження засобів стабілізації операції.

Отримані результати мають прикладне значення для оптимізації конструктивних параметрів стріли, вибору режимів роботи приводу лебідки та розроблення адаптивних алгоритмів керування. Перспективи подальших досліджень пов'язані з розширенням моделі до просторових коливань, врахуванням гнучкості канатних елементів, змінних характеристик ґрунту та проведенням експериментальної верифікації чисельних результатів. Запропонований підхід може бути використаний у процесі проектування та модернізації спеціального трелювального устаткування для підвищення його надійності, енергетичної ефективності та ресурсу роботи в умовах реального виробничого середовища.

Ключові слова: маніпулятор, стріла, динамічний аналіз, фазові портрети, трелювальне устаткування.

RADIAK IVAN, BAKAY BORIS

Ukrainian National Forestry University

DYNAMIC ANALYSIS OF THE FORESTRY CRANE BOOM IN INTEGRATED LOGGING EQUIPMENT USING PHASE PORTRAITS

This article presents the results of a dynamic analysis of the forestry crane boom as a key component of integrated logging equipment operating under variable technological loads. The relevance of the study stems from the need to improve the reliability and service life of forestry machinery, which is subject to significant dynamic overloads during timber skidding operations. A mathematical model of the boom dynamics has been proposed, based on second-order Lagrange equations and incorporating the elastic-dissipative properties of structural elements, the inertial characteristics of the load, and the kinematic features of the winch drive. The model includes three degrees of freedom and accounts for the interaction between the boom, the cable-drive system, and the timber payload.

The system of nonlinear second-order differential equations was solved numerically using the Wolfram Mathematica environment. Particular attention was given to the construction and analysis of phase portraits representing the oscillations of the boom's reduced mass and the load under varying loading conditions (ranging from 5.0 to 20.0 kN). It was found that as the load mass increases, the system transitions from a linear damped regime to a nonlinear one, exhibiting quasi-periodicity, asymmetry, and irregular oscillatory behaviour. For loads exceeding 14.0 kN, the boom demonstrates increased sensitivity to initial conditions and external disturbances, posing risks of loss of controllability and necessitating the implementation of stabilisation measures.

The results obtained have practical significance for optimising the structural parameters of the boom, selecting appropriate winch drive modes, and developing adaptive control algorithms. Future research prospects include extending the model to spatial oscillations, accounting for cable flexibility and variable soil characteristics, and conducting experimental validation of the numerical results. The proposed approach can be applied in the design and modernisation of specialised logging equipment to enhance its reliability, energy efficiency, and operational durability under real-world industrial conditions.

Keywords: forestry crane, boom, dynamic analysis, phase portraits, logging equipment.

Стаття надійшла до редакції / Received 29.10.2025

Прийнята до друку / Accepted 15.11.2025

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

У сучасних технологіях трелювання та навантаження деревини все більшого поширення набувають мобільні транспортно-технологічні системи, оснащені маніпуляторами та лебідками з гідравлічним приводом

(рис. 1). Такі системи забезпечують виконання широкого спектра операцій – від підтягування колод у важкодоступних ділянках лісосіки до їх навантаження на транспортні засоби [1, 2]. Ключовим елементом цих машин є стріла маніпулятора, яка виконує функцію передачі зусиль від приводу до вантажу та водночас слугує несучою ланкою між виконавчими механізмами. Під час роботи в умовах трелювання, що характеризуються нерівномірністю ґрунту, неоднорідністю навантаження та змінними режимами руху, стріла маніпулятора зазнає значних динамічних навантажень і коливань, що суттєво впливають на її напружено-деформований стан, довговічність та загальну надійність системи [3].

Великі значення динамічних навантажень, які виникають у процесі підтягування колод, обумовлені дією інерційних сил приводу, змінним характером навантаження, пружно-дисипативних властивостей канату та змінною жорсткістю конструктивних елементів стріли [4]. Наявність коливальних процесів під час пуску, гальмування та реверсування призводить до виникнення локальних перевантажень, що перевищують статичні зусилля у декілька разів. Це створює передумови до розвитку втомних руйнувань, зниження ресурсу конструкції та потребує удосконалення методів проектування стрілових елементів з урахуванням динамічних ефектів [5, 6].

На практиці процес проектування таких систем часто базується на спрощених статичних розрахунках, які не враховують інерційної взаємодії між приводом, канатом і стрілою [4]. У результаті це знижує точність прогнозування навантаженого стану та може призвести до перевитрат матеріалів або недостатнього запасу міцності. Відтак постає необхідність створення адекватної математичної моделі динаміки стріли маніпулятора як елемента спеціального трелювального устаткування, яка б дозволяла врахувати реальні умови роботи, зокрема вплив пружно-дисипативних властивостей елементів системи, змінного характеру навантаження та кінематичних особливостей механізму.

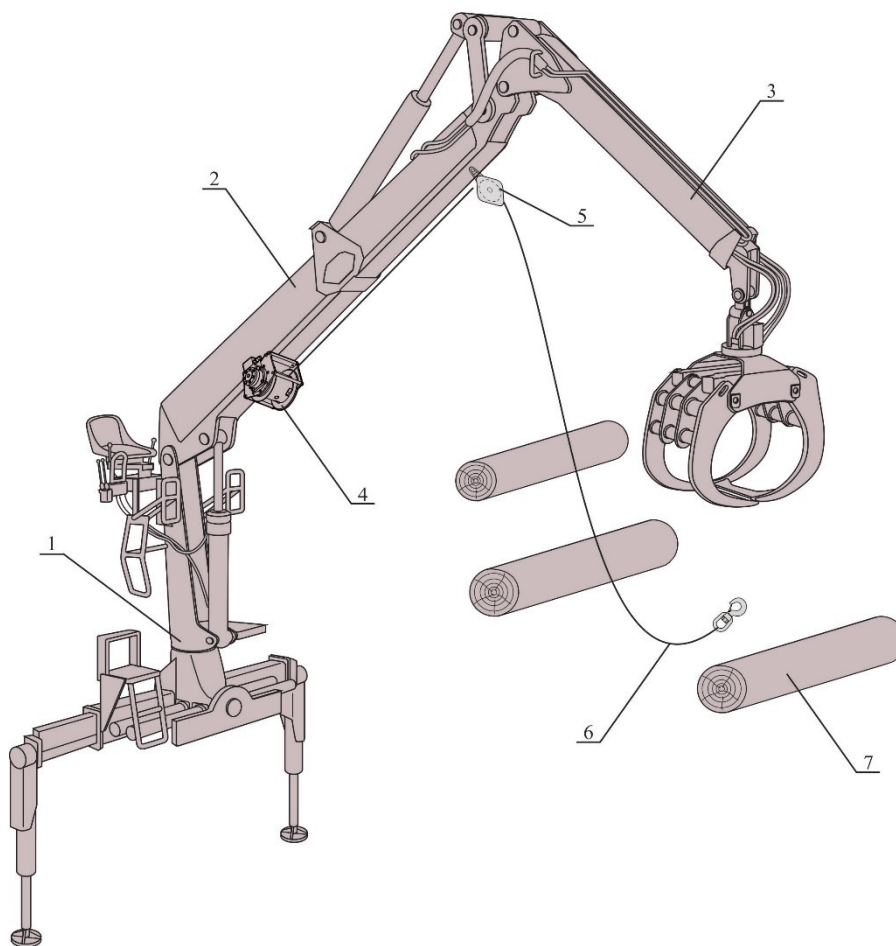


Рис. 1. Загальна будова устаткування для трелювання колод на базі гідравлічного маніпулятора:
1 – поворотна колона маніпулятора; 2 – стріла; 3 – рукоять; 4 – лебідка; 5 – блок; 6 – канат; 7 – колода

Таким чином, вирішення проблеми підвищення ефективності та надійності роботи стріли маніпулятора полягає у проведенні динамічного аналізу її поведінки під час підтягування вантажу. Це дасть змогу виявити закономірності розподілу динамічних навантажень, встановити критичні режими руху й розробити рекомендації для оптимізації параметрів конструкції та керування приводом. Застосування результатів такого аналізу у процесі проектування сприятиме підвищенню довговічності та енергетичної ефективності спеціального трелювального устаткування, що має важливе наукове й практичне значення для розвитку сучасних машин лісового господарства.

Аналіз досліджень та публікацій

Динамічний аналіз стріл гідравлічних маніпуляторів належить до найскладніших науково-технічних проблем, безпосередньо пов'язаних із визначенням динамічних навантажень у конструктивних елементах стріли, приводних механізмах і вузлах кріплення. Більшість сучасних досліджень базується на використанні рівнянь Лагранжа другого роду, що забезпечують універсальний підхід до опису руху багатоланкових динамічних систем [7, 8]. Це особливо актуально, оскільки машини циклічного навантаження, до яких належать маніпулятори, характеризуються високим рівнем динамічних навантажень коливального характеру, що є прямим наслідком інертності та пружності їхніх ланок [9].

Сучасні підходи передбачають комплексне моделювання всієї динамічної системи [10], що включає опорну структуру, базову машину, конструкцію стріли та виконавчі елементи. У складних кінематичних структурах стріла розглядається як головний відкритий кінематичний ланцюг (main chain), до якого приєднуються допоміжні замкнені ланцюги, наприклад гідроциліндри [11]. Важливим аспектом моделювання є врахування гнучкості елементів, оскільки пружність стріли, приводів і канатних систем істотно впливає на коливальні процеси. Для дискретизації гнучких ланок із розподіленими параметрами широко застосовується метод жорстких скінченних елементів у класичній або модифікованій формі [12, 13].

Особливу увагу дослідники приділяють моделюванню приводних систем, насамперед гідравлічних актуаторів, які можуть розглядатися як жорсткі або гнучкі приводи [14]. Ефективним прийомом є спрощене представлення гідроциліндрів у вигляді пружно-демпфувальних елементів, що зменшує обчислювальні витрати без істотної втрати точності [7, 8, 15]. За результатами модального аналізу, різниця між спрощеними та повними FEM-моделями є незначною [13]. Проте точність таких моделей значною мірою залежить від правильного визначення еквівалентних параметрів маси та жорсткості [11-14].

Суттєвим доповненням до сучасних моделей є врахування нелінійних ефектів, зокрема сухого тертя в кінематичних парах, для чого застосовуються удосконалена модель ЛуГре (LuGre) [16] або модель Дала (Dahl) [17]. Хоча тертя має обмежений вплив на загальну динаміку системи, воно істотно визначає рівень вібрацій і комфорт роботи оператора [13].

Проблема адекватного відтворення динаміки корисного навантаження залишається однією з найбільш дискусійних. Традиційно вантаж розглядають як зосереджену масу із трьома ступенями свободи [10-12]. Проте застосування енергетичних критеріїв показало, що такі моделі не відображають реальних коливальних процесів, особливо на етапі власних коливань після зупинки приводу [13]. Це призводить до значних розбіжностей у розрахункових оцінках енергії, що безпосередньо впливає на результати перевірки міцності. Ефективнішою вважається модель, у якій вантаж представлено як жорстке тіло прямокутної форми із шістьма ступенями свободи, що дає більш реалістичний опис динаміки навантаження [13].

Значні динамічні навантаження у стрілі та приводі спостерігаються також у перехідних режимах руху [4, 5]. Різкі зміни рушійного моменту приводного механізму спричиняють високочастотні коливання і динамічні перевантаження, які негативно позначаються на довговічності системи. Для їх мінімізації застосовуються різні стратегії керування, серед яких розроблення оптимальних траєкторій руху [18, 19] та впровадження інтелектуальних систем на основі нечіткої логіки, що дозволяють зменшити розгойдування та підвищити точність позиціонування [20, 21].

Попри значну кількість наукових праць, досі недостатньо досліджено динамічну поведінку стріли маніпулятора спеціального трелювального устаткування, яка працює у складних виробничих умовах зі змінним характером навантаження. Це зумовлює потребу у подальших дослідженнях, спрямованих на створення узагальненої математичної моделі з урахуванням взаємодії елементів системи та реальних умов експлуатації.

Таким чином, сучасні дослідження спрямовані на створення універсальних математичних моделей, що комплексно враховують численні взаємопов'язані явища, такі як гнучкість ланок, складні кінематичні структури, взаємодія з опорною поверхнею (грунтом) та деталізоване моделювання навантаження. Додаткові виклики включають розробку систем керування для придушення коливань стріли та вантажу, які повинні протистояти високим динамічним перевантаженням, що виникають внаслідок швидкоплинних змін рушійного моменту приводних механізмів.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є дослідження динамічної поведінки стріли маніпулятора як ключового елемента спеціального трелювального устаткування, що працює в умовах змінних навантажень під час підтягування деревини. Стріла маніпулятора зазнає складних коливальних процесів, спричинених дією інерційних, пружних і демпфувальних сил, які виникають у процесі взаємодії з вантажем і приводними механізмами. Ці динамічні навантаження суттєво впливають на напружено-деформований стан конструкції, довговічність її елементів та ефективність роботи системи в цілому.

Основним завданням дослідження є розроблення математичної моделі динаміки стріли маніпулятора, яка б адекватно описувала її поведінку під дією змінних навантажень, зумовлених технологічним процесом трелювання. Для цього необхідно визначити закономірності формування динамічних навантажень, встановити взаємозв'язки між параметрами конструкції, характеристиками приводу та режимами роботи, а також оцінити вплив змінного характеру навантаження на коливальні процеси у стрілі.

Отримані результати мають забезпечити основу для прийняття обґрунтованих інженерних рішень під час проектування та модернізації маніпуляторів трелювальних машин. Зокрема, передбачається можливість оптимізації параметрів стріли з урахуванням реальних виробничих умов, що дозволить підвищити надійність,

довговічність та енергетичну ефективність спеціального трелювального устаткування.

Виклад основного матеріалу

Для аналізу динамічної поведінки стріли маніпулятора спеціального трелювального устаткування розглянуто механічну систему, що включає стрілу, вантаж і канатно-привідну підсистему, яка забезпечує підтягування деревини. Система характеризується значною змінністю зовнішніх навантажень, що зумовлено як неоднорідністю робочого середовища, так і змінними режимами руху приводу. У зв'язку з цим побудова адекватної математичної моделі динаміки стріли потребує врахування пружно-дисипативних властивостей її елементів, інерційних характеристик вантажу та кінематичних обмежень, що накладаються конструкцією маніпулятора.

Стріла маніпулятора розглядається як деформівна ланка з розподіленими параметрами, що має масу, жорсткість і демпфувальні властивості. Для спрощення аналізу її замінено еквівалентною системою зосереджених параметрів, у якій енергія пружної деформації та кінетична енергія описуються функціоналом повної енергії системи. При цьому динамічні властивості канатно-привідного механізму подано у вигляді пружно-демпфувального елемента, що дозволяє врахувати інерційність та еластичність приводу під час передавання зусиль на стрілу.

Динамічна модель інтегрованої гідравлічної системи лісового крана-лебідки для трелювання деревини, враховує основний обертальний рух привідного механізму лебідки, а також деформації тягового троса і пружного елемента, що відповідає еквівалентній масі стріли. Відповідно, запропонована модель має три ступені вільності.

Для побудови рівнянь руху застосовано варіаційний підхід на основі рівнянь Лагранжа другого роду. Узагальнені координати визначено як кутова координата обертання приводного барабана β та лінійна координата деформації стріли у точці кріплення осі напрямного блока u й лінійна координата переміщення лісоматеріалу x . На основі розробленої динамічної моделі побудовано математичну модель системи. З урахуванням кінетичної T , потенціальної Π енергії та функції Релея R , рівняння руху транспортної системи для підтягування колод можна подати у формі рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} \quad (1)$$

де $q_i = [\beta, u, x]$ – узагальнені координати; $Q_i = [M, F, -F_0]$ – узагальнені сили, що враховують момент приводу, зусилля в канаті та силу опору переміщенню колоди.

Кінетична енергія інтегрованої системи кран-лебідка виражається наступним чином

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\beta}^2 + \frac{1}{2} m_n \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (2)$$

де J – момент інерції привідного механізму, приведений до осі приводного барабана; m_n – еквівалентна маса стріли, приведена до осі кріплення напрямного блока; m – маса лісоматеріалу;

Потенціальна енергія інтегрованої системи маніпулятор-лебідка виражається наступним співвідношенням

$$\Pi = \frac{1}{2} c_n u^2 + \frac{1}{2} c \left(\beta r - \frac{x}{\cos \alpha} \right)^2 + mg \left(\frac{d_k}{2 \cos \lambda} + x \sin \lambda \right), \quad (3)$$

де r – радіус барабана лебідки; g – прискорення вільного падіння.

Функція дисипації Релея для розглянутої системи має вигляд з урахуванням коефіцієнтів демпфування b і b_n , що відповідають тяговому тросу та стрілі навантажувача відповідно, їхні значення отримано на основі попередніх досліджень аналогічних систем та узгоджено з результатами комбінованих теоретико-експериментальних методів.

$$R = \frac{1}{2} b \left(\dot{\beta} r - \frac{\dot{x}}{\cos \alpha} \right)^2 + \frac{1}{2} b_n \dot{u}^2. \quad (4)$$

Функція дисипації Релея R описує втрати енергії внаслідок внутрішнього тертя в матеріалах стріли та опору руху у приводних елементах. Її врахування дозволяє змодельовати процеси затухання коливань і визначити реальні амплітудно-частотні характеристики системи. Вона набуває особливого значення під час аналізу перехідних режимів роботи, коли спостерігаються швидкоплинні зміни швидкостей і прискорень окремих ланок маніпулятора.

Під час побудови моделі враховано розподіл інерційних властивостей стріли та вантажу, що дозволяє адекватно відобразити взаємодію між окремими ланками системи та їх спільний рух. Пружні характеристики визначаються на основі потенціальної енергії деформації стріли й канатного елемента, а дисипативні властивості приводу враховано через коефіцієнти жорсткості та демпфування. Такий підхід забезпечує реалістичне відтворення перехідних процесів, що супроводжують запуск, зупинку або зміну напрямку руху маніпулятора, і дає змогу оцінити вплив параметрів приводу на рівень динамічних навантажень у конструкції.

Створена модель динаміки стріли дозволяє відтворити часові залежності змін узагальнених координат і швидкостей, визначити реакції у шарнірних з'єднаннях та оцінити напружено-деформований стан елементів конструкції. Отримані результати є підґрунтям для подальшого параметричного аналізу впливу маси вантажу, жорсткості канату та кінематичних характеристик приводу на динамічну поведінку системи та її стійкість під час роботи в змінних навантаженнях.

Сформована модель являє собою систему з трьох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, які не піддаються аналітичному розв'язанню. Відтак для отримання чисельного розв'язку необхідно

застосовувати відповідні методи, реалізовані у вигляді комп'ютерних програм. Диференціальні рівняння розв'язуються з урахуванням початкових умов, що відповідають режимам роботи та навантаженням, характерним для реальних виробничих умов заготівлі деревини.

Для чисельного розв'язання відповідних рівнянь та побудови фазових портретів було використано програмний комплекс Wolfram Mathematica. Фазові портрети (рис. 2 і 3) відображають залежність між відхиленням (деформацією) зведеної маси стріли по осі абсцис (x) та її швидкістю (швидкістю деформації) по осі ординат (y).

У процесі моделювання динаміки стріли маніпулятора під дією змінної поперечної сили особливу увагу було приділено аналізу фазових портретів коливань зведеної маси системи. Згідно з результатами чисельного моделювання, побудовано шість фазових портретів, кожен з яких відповідає окремому варіанту навантаження, що створюється колодами вагою 5,0 кН, 8,0 кН, 11,0 кН, 14,0 кН, 17,0 кН та 20,0 кН (рис. 2). Ці портрети репрезентують динамічну поведінку системи у фазовому просторі “переміщення-швидкість” і дозволяють оцінити характер коливань, стійкість, енергетичні властивості та потенційні ризики втрати керованості.

На початкових етапах навантаження, зокрема при вазі колоди 5,0 кН (рис. 2, а), система демонструє багаточастотні коливання з чітко окресленою спіралеподібною формою з еліптичним характером на початкових етапах, що вказує на затухаючі коливання. Це свідчить про лінійний характер динаміки, високу жорсткість конструкції та ефективне демпфування. Збільшення ваги до 8,0 кН (рис. 2, б), призводить до розширення фазової траєкторії, що є наслідком зростання інерційності системи. При цьому спостерігається легка асиметрія, яка вказує на появу фазового зсуву між переміщенням і швидкістю, що є типовим для систем із помірним демпфуванням.

Подальше збільшення навантаження до 11,0 кН (рис. 2, в), супроводжується витягуванням фазової траєкторії та появою ознак нелінійності. Центр обертання зміщується, а траєкторія набуває неоднорідного характеру, що свідчить про зміну режиму коливань. У цьому випадку демпфування стає менш ефективним відносно інерційних сил, при якому коливання ще не затухають миттєво, але вже не є стабільними в класичному розумінні.

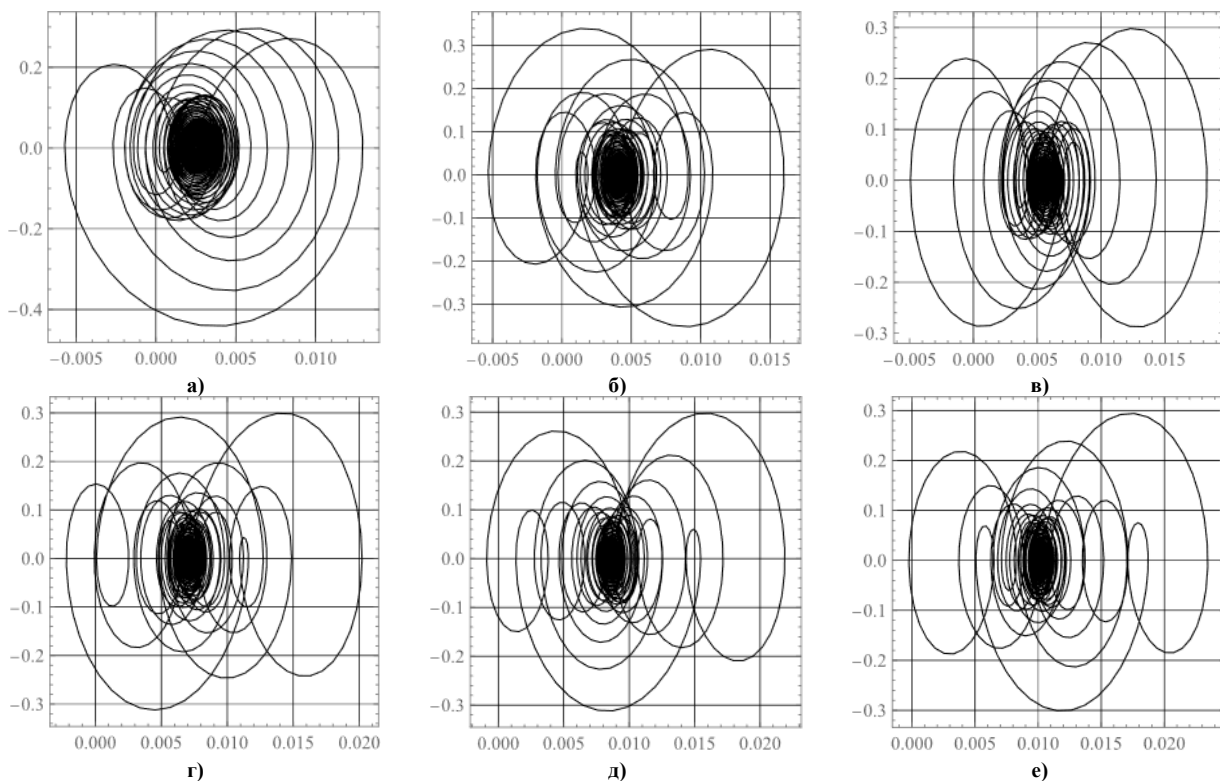


Рис. 2. Фазовий портрет коливань стріли маніпулятора з врахуванням зміни навантаження:
а) 5,0 кН; б) 8,0 кН; в) 11,0 кН; г) 14,0 кН; д) 17,0 кН; е) 20,0 кН

При навантаженні 14,0 кН (рис. 2, г), фазовий портрет починає демонструвати незначне ускладнення контурів та можливі ознаки нелінійної взаємодії між масою, жорсткістю та змінною силою. Ймовірна втрата ідеальної симетрії та поява “петлеподібних” елементів у внутрішніх витках, що може вказувати на зростання чутливості системи до початкових умов або зовнішніх збурень.

За навантаження 17,0 кН (рис. 2, д), фазовий портрет набуває складнішої топології, з помітними змінами у формі спіралі та, ймовірно, появою розгалужень або петель, які є характерними для систем зі складною динамікою та втратою повної регулярності коливань. Це свідчить про високу енергетичну насиченість та нелінійну залежність поведінки системи від параметрів збудження. Такий стан створює передумови для втрати керованості та потребує впровадження додаткових засобів стабілізації, зокрема

активного демпфування або адаптивного керування.

Найбільш навантаженим є режим при вазі колоди 20,0 кН (рис. 2, е). Фазовий портрет у цьому випадку демонструє подальше ускладнення траєкторії, хоча загальний затухаючий характер зберігається. Можуть спостерігатися ознаки квазіперіодичності коливань з більшою “розмитістю” траєкторії, що вказує на наявність кількох частотних компонентів та потенційне наближення до граничних умов, за яких передбачуваність динаміки знижується, а ризик механічного перевантаження зростає. Такий стан є небезпечним з точки зору експлуатації, оскільки втрачається передбачуваність динаміки, зростає ризик механічного перевантаження та виникнення аварійних ситуацій.

Узагальнюючи результати аналізу, слід зазначити, що зростання маси колоди призводить до поступового переходу системи від лінійного гармонічного режиму до нелінійного та режиму збурених коливань. Це супроводжується зменшенням власної частоти, збільшенням амплітуди коливань, зниженням ефективності демпфування та зростанням чутливості до зовнішніх збурень. З точки зору машинобудівного проектування, такі тенденції вимагають перегляду конструктивних параметрів стріли, впровадження засобів адаптивного керування, оптимізації масо-інерційних характеристик та забезпечення стійкості системи в умовах змінного навантаження.

Окрім аналізу динамічної поведінки стріли маніпулятора, у межах продовження чисельного моделювання технічної системи було досліджено коливання самої колоди в процесі її підтягування за допомогою тягової лебідки. Для цього побудовано фазові портрети коливань зведеної маси колоди при трьох характерних значеннях навантаження: 5,0 кН, 14,0 кН та 20,0 кН (рис. 3). Моделювання здійснювалося аналогічно до попередньої частини, з використанням програмного середовища Wolfram Mathematica для чисельного розв’язання рівнянь руху системи та візуалізації її динамічної поведінки у фазовому просторі “переміщення-швидкість”. Отримані фазові портрети репрезентують характер коливань колоди, дозволяють оцінити її енергетичні властивості та виявити потенційні ризики втрати керованості системи в умовах змінного навантаження.

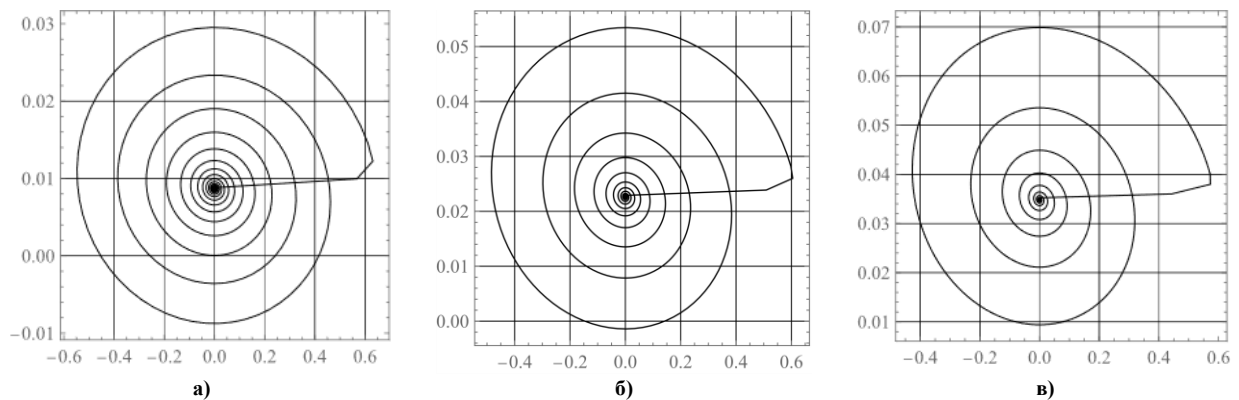


Рис. 3. Фазовий портрет коливань зведеної маси колоди при навантаженнях: а) 5,0 кН; б) 14,0 кН; в) 20,0 кН

При навантаженні 5,0 кН (рис. 3, а) фазовий портрет демонструє чітко виражену симетричну спіралеподібну траєкторію з еліптичним характером на початкових етапах, що свідчить про затухаючі коливання з лінійною динамікою. Початкові витки спіралі є відносно компактними та симетричними, що свідчить про домінування лінійних пружних та інерційних властивостей у системі. Амплітуда переміщення досягає $\pm 0,6$ м, а максимальна швидкість деформації становить близько 0,03 м/с. Ці значення є відносно невеликими, що вказує на стабільну динаміку колоди при цьому навантаженні. Така поведінка є типовою для систем із високою жорсткістю та ефективним демпфуванням, де інерційні сили не переважають над пружними.

Зі збільшенням навантаження до 14,0 кН (рис. 3, б) фазова траєкторія набуває асиметричного характеру: ліва межа деформації зменшується до -0,5 м, тоді як права зберігається на рівні 0,6 м. Сама спіраль виглядає більш “витягнутою” по осі переміщення, ніж для варіанту завантаженості 500 кН. Максимальна швидкість деформації зростає до 0,06 м/с, що свідчить про підвищення енергетичної насиченості коливань та зростання інерційних сил. Спостерігається легка деформація контуру траєкторії, поява внутрішніх витків та ознаки фазового зсуву, що вказує на нелінійну взаємодію між масою, жорсткістю та змінною силою. У цьому режимі система стає більш чутливою до початкових умов і зовнішніх збурень.

При навантаженні 20,0 кН (рис. 2, в) фазовий портрет демонструє подальше ускладнення траєкторії, збереження асиметрії та високу швидкість деформації. Відслідковується подальше збільшення максимальної швидкості деформації до 0,07 м/с. Фазова траєкторія стає ще більш розтягнутою та демонструє більшу асиметрію. Хоча коливання все ще є затухаючими, помітно, що їхня початкова амплітуда значно зросла порівняно з меншими навантаженнями. Це вказує на те, що при підтягуванні колод великої маси динамічні навантаження (на тяговий канат) стають суттєвими, що може впливати на стабільність її руху та ефективність процесу підтягування. Збільшення амплітуди коливань також може вказувати на зростання енергії. Такий стан свідчить про наближення до граничних умов, за яких передбачуваність динаміки знижується, а ризик механічного перевантаження зростає. Поведінка системи стає нелінійно залежною від параметрів збудження,

що потребує впровадження засобів стабілізації – зокрема активного демпфування або адаптивного керування.

Зростання навантаження від 5,0 кН до 20,0 кН призводить до значного збільшення амплітуди переміщення та швидкості коливань зведеної маси колоди. Хоча коливання зберігають затухаючий характер, це збільшення амплітуд свідчить про зростаючу інтенсивність динамічних процесів. Якщо для стріли маніпулятора максимальні деформації та швидкості були відносно стабільними, що вказувало на її жорсткість, то для самої колоди ми спостерігаємо пряму залежність амплітуди коливань від прикладеного навантаження. Це може бути критично для процесу трелювання, оскільки надмірні коливання колоди можуть призвести до її зміщення, утруднення подачі до маніпулятора або навіть до пошкодження канатно-привідного механізму.

Висновки з даного дослідження

і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У межах дослідження було здійснено комплексне моделювання динамічної поведінки стріли маніпулятора в умовах змінного технологічного навантаження, спричиненого переміщенням колод. Побудована математична модель, що базується на рівняннях Лагранжа другого роду, дозволила врахувати пружно-дисипативні властивості елементів конструкції, інерційні характеристики вантажу, а також особливості приводу лебідки.

Чисельне розв'язання отриманої системи трьох нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку дало змогу провести детальний аналіз поведінки системи під змінним навантаженням. Динамічний аналіз підтвердив наявність високочастотних коливань кінематичних і динамічних характеристик елементів, спричинених швидкоплинною зміною рушійного моменту гідроприводу лебідки. Було встановлено, що ці коливальні процеси призводять до виникнення значних динамічних перевантажень в елементах конструкції стріли та у тяговому канаті лебідки, що створює передумови для розвитку втомних руйнувань та зниження ресурсу конструкції. Застосування чисельного моделювання у програмному середовищі Wolfram Mathematica дало змогу отримати фазові портрети коливань стріли та вантажу для різних варіантів навантаження, що створюються колодами вагою від 5,0 до 20,0 кН.

Аналіз отриманих фазових портретів показав, що зі зростанням маси вантажу система переходить від лінійного затухаючого режиму до нелінійного з ознаками квазіперіодичності, асиметрії та втрати регулярності коливань. Виявлено, що при навантаженнях понад 14,0 кН стріла маніпулятора демонструє підвищену чутливість до початкових умов і зовнішніх збурень, що створює ризики втрати керованості та потребує впровадження засобів стабілізації. Фазові портрети виявилися ефективним інструментом діагностики динамічного стану системи, дозволяючи не лише оцінити поточний режим роботи, а й виявити граничні умови, за яких система переходить у нестійкий або аварійний стан.

Отримані результати мають прикладне значення для машинобудівного проектування, зокрема для оптимізації конструктивних параметрів стріли маніпулятора, як комбінованого устаткування для трелювання деревини, вибору режимів роботи гідроприводу лебідки та розроблення адаптивних алгоритмів керування. Перспективи подальших розвідок у даному напрямі полягають у розширенні математичної моделі з урахуванням просторових коливань, гнучкості канатних елементів, змінних характеристик ґрунту та впливу зовнішніх збурень. Важливим етапом наступних досліджень є експериментальна верифікація чисельних результатів, а також розроблення рекомендацій щодо конструктивної модернізації маніпуляторів для трелювання деревини з метою підвищення їхньої надійності, довговічності та енергетичної ефективності в умовах реального виробничого процесу.

Література

1. Andersson J. Reinforcement Learning Control of a Forestry Crane Manipulator / J. Andersson, K. Bodin, D. Lindmark, M. Servin, E. Wallin // *2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. – 2021. – P. 2121–2126. – DOI: <https://doi.org/10.1109/IROS51168.2021.9636219>.
2. La Hera P. X. What Do We Observe When We Equip a Forestry Crane with Motion Sensors? / P. X. La Hera, D. Ortíz Morales // *Croatian journal of forest engineering*. – 2019. – Vol. 40, no. 2. – P. 259–280. – DOI: <https://doi.org/10.5552/crojfe.2019.501>.
3. Адамовський М. Аналіз і перспективи використання трелювальних тракторів у лісовому комплексі України / М. Адамовський, Б. Бакай // *Науковий вісник УкрДЛТУ: збірник наук.-техн. праць. лісова інженерія: техніка, технологія і довкілля*. – 2004. Вип. 14.3. – С. 175–182. – DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.8052882>.
4. Viacheslav Loveikin, Yuriy Romasevych, Borys Bakay, Ihor Rudko, Ivan Radiak, Modelling and Dynamic Analysis of an Integrated Hydraulic Forest Crane-Winch System for Timber Extraction // *FME Transactions*. – 2025. – Vol. 53, No 4. – P. 625–638. – DOI: <https://doi.org/10.5937/fme2504625L>.
5. Стрельбіцький В. Дослідження експлуатаційних динамічних навантажень у механізмі підйому порталного крану “Ганц” при перевантаженні сипких вантажів / В. Стрельбіцький // *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки*. – 2024. – №6, Т. 1, (337). – С. 323–326. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-343-6-48>.
6. Пукач П. Асимптотичний метод у моделюванні нелінійних поперечних коливань пружного рухомого одновимірного тіла / П. Пукач, О. Слюсарчук, П. Пукач // *Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки*. – 2024. – №6, Т. 1, (337). – С. 234–238. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-343-6-35>.

7. Loveikin V. Dynamic analysis of the joint movement of derricking mechanism and lifting mechanism of a load during a steady-state turn of a jib crane / V. Loveikin, Y. Romasevych, A. Loveikin, A. Liashko, K. Pochka // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – 2025. – No 114. – n. pag. – DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.111-126>.
8. Voliyanuk V. Modeling Dynamic Control Model of a Two-Link Crane-Manipulator / Voliyanuk V., D. Mishchuk, M. Parkhomenko // *Girnich, Budivelni, Dorozhni Ta Meliorativni Mashini*. – 2022. – No. 99. – P. 15–19. – DOI: <https://doi.org/10.32347/gbdmm.2022.99.0201>.
9. Mishchuk D. Research of the Manipulator Dynamics Installed on an Elastic Basis / D. Mishchuk // *Pidvodni Tehnologii*. – 2018. – № 8. – P. 54–56. – DOI: <https://doi.org/10.26884/uwt1808.1301>.
10. Kowsari E. Optimal sway motion reduction in forestry cranes / E. Kowsari, R. Ghabcheloo // *Frontiers in robotics and AI*. – 2024. – Vol. 11, 1417741. – DOI: <https://doi.org/10.3389/frobt.2024.1417741>.
11. La Hera P. X. Non-linear dynamics modelling description for simulating the behaviour of forestry cranes / P. X. La Hera, D. Ortiz Morales // *International Journal of Modelling, Identification and Control (IJMIC)*. – 2014. – Vol. 21, no. 2. – P. 125–138. – DOI: <https://doi.org/10.1504/IJMIC.2014.060006>.
12. Adamiec-Wójcik I. A 3D model for static and dynamic analysis of an offshore knuckle boom crane / I. Adamiec-Wójcik, Ł. Drag, M. Metelski, K. Nadratowski, S. Wojciech // *Applied Mathematical Modelling*. – 2019. – Vol. 66. – P. 256–274. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.09.006>.
13. Urbaś A. Kinetic Energy-Based Indicators to Compare Different Load Models of a Mobile Crane / A. Urbaś, K. Augustynek, J. Stadnicki // *Materials*. – 2022. – Vol. 15, № 22. – P. 8156. – DOI: <https://doi.org/10.3390/ma15228156>.
14. Geiger C. Efficiency optimisation of a forestry crane by implement hydraulics with energy recovery / C. Geiger, M. Geimer // *75th Conference on Agricultural Engineering, LAND TECHNIK AgEng*. The Forum for Agricultural Engineering Innovations, Hannover, Germany, 10–11 November 2017. – 2017 (2300). – P. 175–184. – DOI: <https://doi.org/10.5445/IR/1000077237>.
15. Tomasi I. Dynamic Analysis of an Offshore Knuckle-Boom Crane Under Different Load Applications Laws / I. Tomasi, L. Solazzi // *Applied Sciences (Switzerland)*. – 2025. – Vol. 15, no. 4, 8100. – DOI: <https://doi.org/10.3390/app15148100>.
16. Astrom, K. J. Revisiting the LuGre friction model. / K. J. Astrom, C. Canudas-De-Wit // *Control Systems, IEEE*. – 2008. – Vol. 28, № 6. – P. 101–114. – DOI: <https://doi.org/10.1109/MCS.2008.929425>.
17. Balci M. N. Implementation of Dahl's dynamic friction model to contact mechanics of elastic solids / M. N. Balci // *SN Applied Sciences*. – 2021. – Vol. 3, No 92. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-03989-0>.
18. Ortiz Morales D. Increasing the Level of Automation in the Forestry Logging Process with Crane Trajectory Planning and Control / D. Ortiz Morales, S. Westerberg, P. X. La Hera, U. Mettin, L. Freidovich, A. S. Shiriaev // *Journal of Field Robotics*. – 2014. – Vol. 31, №3. – P. 343–363. – DOI: <https://doi.org/10.1002/rob.21496>.
19. Fodor S. Practical trajectory designs for semi-automation of forestry cranes [Електронний ресурс] / S. Fodor, L. Freidovich, C. Vázquez // *47th International Symposium on Robotics. ISR 2016*. Munich, Germany, 21–22 June 2016. VDE Verlag GmbH. – 2016. – P. 228–235. – Режим доступу: <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1061187&dswid=8504> (дата звернення 18.10.2025 р.). – Назва з екрана.
20. La Hera P. Model-Based Development of Control Systems for Forestry Cranes / P. La Hera, D. Ortiz Morales // *Journal of Control Science and Engineering*. – 2015, Article ID 256951, – P. 1–15, – DOI: <https://doi.org/10.1155/2015/256951>.
21. Khadim Q. Experimental investigation into the state estimation of a forestry crane using the unscented Kalman filter and a multiphysics model / Y. S. Hagh, D. Jiang, L. Pyrhönen, S. Jaiswal, V. Zhidchenko, X. Yu, H. Handroos, A. Mikkola // *Mechanism and Machine Theory*. – 2023. – Vol. 189, Article ID 105405. – P. 1–19. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105405>.

References

1. Andersson J. Reinforcement Learning Control of a Forestry Crane Manipulator / J. Andersson, K. Bodin, D. Lindmark, M. Servin, E. Wallin // *2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. – 2021. – P. 2121–2126. – DOI: <https://doi.org/10.1109/IROS51168.2021.9636219>.
2. La Hera P. X. What Do We Observe When We Equip a Forestry Crane with Motion Sensors? / P. X. La Hera, D. Ortiz Morales // *Croatian journal of forest engineering*. – 2019. – Vol. 40, no. 2. – P. 259–280. – DOI: <https://doi.org/10.5552/crojfe.2019.501>.
3. Adamowskij M. H. Analysis and prospect of the use of skidding tractors in the forest complex of Ukraine / M. H. Adamowskij, B. Y. Bakay // *Scientific Bulletin*. – 2004. – Vol. 14.3. – P. 175–182. – DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.8052882>.
4. Viacheslav Loveikin, Yuriy Romasevych, Borys Bakay, Ihor Rudko, Ivan Radiak, Modelling and Dynamic Analysis of an Integrated Hydraulic Forest Crane-Winch System for Timber Extraction // *FME Transactions*. – 2025. – Vol. 53, No 4. – P. 625–638. – DOI: <https://doi.org/10.5937/fme2504625L>.
5. Strelbitskiy V. Study of operational dynamic loads in the lifting mechanism of the portal crane “Ganz” during the transshipment of bulk cargo / V. Strelbitskiy // *Herald of Khmelnytskyi national university. Technical sciences*. – 2024. – Issue 6, Part 1, (337). – P. 323–326. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-343-6-48>.
6. Pukach P. Asymptotic method in simulation of nonlinear transverse oscillations of an elastic movable 1D body / P. Pukach, O. Sliusarchuk, P. Pukach // *Herald of Khmelnytskyi national university. Technical sciences*. – 2024. – Issue 6, Part 1, (337). – P. 234–238. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-343-6-35>.
7. Loveikin V. Dynamic analysis of the joint movement of derricking mechanism and lifting mechanism of a load during a steady-state turn of a jib crane / V. Loveikin, Y. Romasevych, A. Loveikin, A. Liashko, K. Pochka // *Strength of Materials and Theory of Structures*. – 2025. – No 114. – n. pag. – DOI: <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2025.114.111-126>.

8. Voliyanuk V. Modeling Dynamic Control Model of a Two-Link Crane-Manipulator / Voliyanuk V., D. Mishchuk, M. Parkhomenko // *Girnich, Budivelni, Dorozhni Ta Meliorativni Mashini*. – 2022. – No. 99. – P. 15–19. – DOI: <https://doi.org/10.32347/gbdmm.2022.99.0201>.
9. Mishchuk D. Research of the Manipulator Dynamics Installed on an Elastic Basis / D. Mishchuk // *Pidvodni Tehnologii*. – 2018. – № 8. – P. 54–56. – DOI: <https://doi.org/10.26884/uwt1808.1301>.
10. Kowsari E. Optimal sway motion reduction in forestry cranes / E. Kowsari, R. Ghabcheloo // *Frontiers in robotics and AI*. – 2024. – Vol. 11, 1417741. – DOI: <https://doi.org/10.3389/frobt.2024.1417741>.
11. La Hera P. X. Non-linear dynamics modelling description for simulating the behaviour of forestry cranes / P. X. La Hera, D. Ortiz Morales // *International Journal of Modelling, Identification and Control (IJMIC)*. – 2014. – Vol. 21, no. 2. – P. 125–138. – DOI: <https://doi.org/10.1504/IJMIC.2014.060006>.
12. Adamiec-Wójcik I. A 3D model for static and dynamic analysis of an offshore knuckle boom crane / I. Adamiec-Wójcik, Ł. Drag, M. Metelski, K. Nadratowski, S. Wojciech // *Applied Mathematical Modelling*. – 2019. – Vol. 66. – P. 256–274. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.09.006>.
13. Urbaś A. Kinetic Energy-Based Indicators to Compare Different Load Models of a Mobile Crane / A. Urbaś, K. Augustynek, J. Stadnicki // *Materials*. – 2022. – Vol. 15, № 22. – P. 8156. – DOI: <https://doi.org/10.3390/ma15228156>.
14. Geiger C. Efficiency optimisation of a forestry crane by implement hydraulics with energy recovery / C. Geiger, M. Geimer // *75th Conference on Agricultural Engineering, LAND TECHNIK AgEng. The Forum for Agricultural Engineering Innovations, Hannover, Germany, 10–11 November 2017*. – 2017 (2300). – P. 175–184. – DOI: <https://doi.org/10.5445/IR/1000077237>.
15. Tomasi I. Dynamic Analysis of an Offshore Knuckle-Boom Crane Under Different Load Applications Laws / I. Tomasi, L. Solazzi // *Applied Sciences (Switzerland)*. – 2025. – Vol. 15, no. 4, 8100. – DOI: <https://doi.org/10.3390/app15148100>.
16. Astrom, K. J. Revisiting the LuGre friction model. / K. J. Astrom, C. Canudas-De-Wit // *Control Systems, IEEE*. – 2008. – Vol. 28, №. 6. – P. 101–114. – DOI: <https://doi.org/10.1109/MCS.2008.929425>.
17. Balci M. N. Implementation of Dahl's dynamic friction model to contact mechanics of elastic solids / M. N. Balci // *SN Applied Sciences*. – 2021. – Vol. 3, No 92. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s42452-020-03989-0>.
18. Ortiz Morales D. Increasing the Level of Automation in the Forestry Logging Process with Crane Trajectory Planning and Control / D. Ortiz Morales, S. Westerberg, P. X. La Hera, U. Mettin, L. Freidovich, A. S. Shiriaev // *Journal of Field Robotics*. – 2014. – Vol. 31, №3, – P. 343–363. – DOI: <https://doi.org/10.1002/rob.21496>.
19. Fodor S. Practical trajectory designs for semi-automation of forestry cranes [Electronic resource] / S. Fodor, L. Freidovich, C. Vázquez // *47th International Symposium on Robotics. ISR 2016. Munich, Germany, 21–22 June 2016*. VDE Verlag GmbH. – 2016. – P. 228–235. – Access mode: <https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1061187&dsid=8504> (date of access: 18.10.2025). – Title from the screen.
20. La Hera P. Model-Based Development of Control Systems for Forestry Cranes / P. La Hera, D. Ortiz Morales // *Journal of Control Science and Engineering*. – 2015, Article ID 256951, – P. 1–15, – DOI: <https://doi.org/10.1155/2015/256951>.
21. Khadim Q. Experimental investigation into the state estimation of a forestry crane using the unscented Kalman filter and a multiphysics model / Y. S. Hagh, D. Jiang, L. Pyrhönen, S. Jaiswal, V. Zhidchenko, X. Yu, H. Handroos, A. Mikkola // *Mechanism and Machine Theory*. – 2023. – Vol. 189, Article ID 105405. – P. 1–19. – DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2023.105405>.