

КАПРАН ІГОР

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0000-0001-9666-9531>e-mail: kapran@nltu.edu.ua

ПІРКО ІГОР

Національний лісотехнічний університет України

<https://orcid.org/0009-0008-2378-2929>e-mail: pirko@nltu.edu.ua

ТЕПЛО- ТА МАСООБМІН ДЛЯ ФІЗИЧНИХ І МАШИННИХ СИМУЛЯЦІЙ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ

Сушіння – це складний процес одночасного перенесення тепла, маси та імпульсу з безперервними фазовими переходами. Чисельне моделювання є одним із найефективніших інструментів для механістичного вираження різних фізичних явищ процесів сушіння, що дозволяє точно прогнозувати кінетику сушіння та розуміти морфологічні зміни під час сушіння. Однак математичне моделювання процесів сушіння є складним процесом і потребує великих обчислювальних ресурсів через мультифізичний та мультишкальний характер переносу тепла та маси під час сушіння. Моделювання на основі машинного навчання, яке враховує фізику процесів (PIML), має потенціал подолати ці недоліки та може стати перспективним доповненням у дослідженні сушіння. Воно дозволяє описати процеси сушіння, інтегруючи основні закони переносу та обмеження в моделі машинного навчання. Для розробки такої нової моделі на основі PIML для застосувань у сушінні необхідно мати фундаментальне розуміння процесів переносу тепла, маси та імпульсу, а також їх математичне формулювання, окрім знань про моделювання на основі даних. На основі всеосяжного огляду літератури, в цій роботі представлено два типи інформації: фундаментальні фізичні аспекти процесів сушіння та стратегії моделювання на основі даних для розробки моделей PIML для застосувань у сушінні. Обговорюється поточний стан фізично обґрунтованих моделей та моделей на основі PIML, а також їхні обмеження. Представлено приклад моделювальної структури PIML для застосувань у сушінні. Нарешті, висвітлюються виклики, пов'язані з одночасним урахуванням переносу тепла, маси та імпульсу в моделюванні PIML для оптимізації процесу сушіння. Інформація, представлена в цьому рукописі, буде корисною для подальшого розвитку цієї галузі.

Ключові слова: тепло- та масообмін, сушіння, машинне навчання, що враховує фізичні закони, пористі середовища, кон'юговане моделювання.

KAPRAN IGOR

PIRKO IGOR

National Forestry University of Ukraine

HEAT AND MASS EXCHANGE PROCESSES FOR PHYSICAL AND MACHINE SIMULATIONS OF THE DRYING PROCESS

Drying is a complex process of simultaneous heat, mass, and momentum transfer with continuous phase transitions. Numerical modeling is one of the most effective tools for mechanistic expression of various physical phenomena of drying processes, which allows for accurate prediction of drying kinetics and understanding of morphological changes during drying. However, mathematical modeling of drying processes is a complex process and requires large computational resources due to the multiphysics and multiscale nature of heat and mass transfer during drying. Process physics-informed machine learning (PIML) modeling has the potential to overcome these shortcomings and can be a promising addition to drying research. It allows for the description of drying processes by integrating basic transport laws and constraints into machine learning models. To develop such a novel PIML-based model for drying applications, it is necessary to have a fundamental understanding of heat, mass, and momentum transfer processes, as well as their mathematical formulation, in addition to knowledge of data-driven modeling. Based on a comprehensive literature review, this paper presents two types of information: fundamental physical aspects of drying processes and data-driven modeling strategies for developing PIML models for drying applications. The current state of physically based and PIML-based models is discussed, as well as their limitations. An example of a PIML modeling framework for drying applications is presented. Finally, the challenges associated with simultaneously considering heat, mass, and momentum transfer in PIML modeling for drying process optimization are highlighted. The information presented in this manuscript will be useful for the further development of this field.

Keywords: heat and mass transfer, drying, machine learning that takes into account physical laws, porous media, conjugate modeling.

Стаття надійшла до редакції / Received 03.11.2025

Прийнята до друку / Accepted 18.11.2025

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Сушіння є провідним промисловим процесом, який широко використовується для обробки або збереження вологих матеріалів з метою запобігання поширення бактерій, мікроорганізмів та плісняви шляхом видалення води. Процес сушіння широко використовується в різних галузях промисловості, зокрема в сільському господарстві, деревообробці, обробці морепродуктів, фармацевтиці, виробництві паперу, кераміки та переробці біомаси. Нинішній ринок сушіння, зокрема повітряного сушіння, оцінюється у 108,15 мільярда доларів США і, як очікується, до 2027 року сягне 166,92 мільярда доларів США [1]. Попри такий значний потенціал, сучасні галузі сушіння стикаються з труднощами, пов'язаними з існуючими традиційними системами сушіння, які є енергоємними та повільними. Залежно від умов сушіння, цей процес може споживати до 15% всієї промислової енергії. Крім того, погіршення якості висушеної продукції є однією з основних проблем сучасних систем сушіння. Ці проблеми не можуть бути вирішені, якщо системи сушіння не будуть спроектовані на основі глибокого розуміння реальних процесів сушіння та характеристик продукції на різних рівнях. Процес сушіння включає складні одночасні процеси перенесення тепла, маси та імпульсу [2]. Чисельне моделювання є унікальним інструментом для точного опису цих складних процесів сушіння [3], саме тому значні дослідження були проведені для розробки чисельного моделювання процесів сушіння.

На основі рівня точності та підходів існуючі моделі сушіння можна поділити на моделі першого, другого, третього, четвертого та п'ятого поколінь. Моделі першого покоління є суто емпіричними та залежать від конкретних продуктів і умов сушіння [4,5]. Така залежність від продукту та процесу обмежує застосування моделей першого покоління для інших продуктів або процесів. Щоб подолати ці недоліки, було розроблено покращену модель другого покоління [6]. У цьому підході фізичні принципи інтегруються з емпіричними моделями. Хоча ці моделі допомагають краще розуміти кінетику сушіння, реалістичне прогнозування процесів сушіння (наприклад, миттєвий розподіл вологи та температури) не може бути досягнуто за допомогою моделей другого покоління. В такому випадку моделі наступного покоління відносяться до третього покоління. Вони розроблені на основі фундаментальних фізичних принципів, таких як збереження маси та енергії, закони руху Ньютона та рівняння Нав'є-Стокса для моделювання плинності рідин. Моделі третього покоління іноді базуються на однофазних явищах (транспорту рідини) [7-13]. Пористі матеріали, такі як харчові продукти та деревина, містять кілька фаз, зокрема рідку воду, газ (пару та повітря) і тверду речовину. У моделюванні сушіння врахування цих фаз є надзвичайно важливим для точного прогнозування кінетики сушіння, тому були розроблені багатфазні моделі [2, 4-16]. Моделі третього покоління повністю базуються на макро або тканинному рівні. Однак пористі матеріали, особливо харчові продукти, мають багатшарову структуру, що включає різні нерегулярні (або неоднорідні) клітинні структури. Оскільки процеси масопереносу починаються на клітинному рівні під час сушіння, врахування клітинного транспорту води є важливим для точного прогнозування кінетики сушіння та оптимізації процесів сушіння. Щоб врахувати як клітинні (мікроскопічні), так і макро- (тканинні) процеси транспорту води, було введено багатомасштабні стратегії моделювання. Це найсучасніший рівень моделювання, який можна віднести до четвертого покоління моделей сушіння. Важливо розуміти фундаментальні фізичні принципи, що лежать в основі процесів переносу на різних масштабах, для математичного опису одночасних процесів переносу тепла та маси. Хоча згадані фізичні моделі можуть надати більш детальне розуміння, включаючи миттєвий та просторовий розподіл вологи і температури, розробка виключно фізичних моделей є надзвичайно складною і потребує значних обчислювальних ресурсів.

Щоб зменшити обчислювальну складність, можна застосувати моделювання на основі машинного навчання (ML) для процесів сушіння харчових продуктів. Підходи на основі машинного навчання ефективно моделюють нелінійні складні процеси тепломасообміну під час сушіння та здатні прогнозувати кінетику сушіння без значних обчислювальних зусиль, порівняно з традиційними методами моделювання. Однак, моделі на основі ML мають труднощі з точним прогнозуванням у випадках, коли набір даних є недостатньо точним, містить шум або недостатній за обсягом [17,18]. У таких випадках вбудовування фізичних законів у дані, отримані в результаті спостережень, через фізично обґрунтоване машинне навчання (PIML) дає значні переваги для більшості наукових та інженерних задач [18-20]. Цю категорію моделей можна назвати моделями сушіння п'ятого покоління. Хоча було проведено багато досліджень для розробки як фізичних моделей, так і моделей на основі машинного навчання, жодної моделі сушіння на основі PIML, яка б об'єднувала обидва підходи, ще не розроблено. Для вирішення цієї суттєвої наукової проблеми потрібні значні дослідження.

Аналіз досліджень та публікацій

Емпіричне моделювання стало першим кроком у стратегіях моделювання сушіння, тому ці моделі класифікуються як моделі першого покоління. Вони були розроблені повністю на основі експериментальних даних та статистичних методів підгонки кривих. Внаслідок цього ці моделі стали залежними від конкретного продукту та процесів. Деякі відомі моделі, що використовувалися для підгонки експериментальних даних, включають модель Пейджа [14], модель Ньютона або Льюїса [15], модель Хендерсона і Пабіса [16], модель Ванга і Сінга [17] та різні модифіковані моделі Пейджа. Модель Льюїса є трохи оновленою моделлю, що базується на законі охолодження Ньютона.

Різні дослідження були проведені для оцінки ефективності цих моделей під час сушіння. Чайджан та ін. досліджували кінетику сушіння часнику за допомогою процесів сушіння в зваженому шарі [18]. Вони розробили різні емпіричні моделі, використовуючи відомі моделі сушіння, і виявили, що модель Пейджа найкраще прогнозує кінетику сушіння в термінах точності у порівнянні з іншими моделями. Подібні дослідження були зафіксовані в багатьох літературних джерелах для різних фруктів і овочів [19], таких як абрикоси, банани, картопля, помідори та цибуля, а також фісташки. Основним обмеженням цих моделей є обмежена застосовність; наприклад, модель, розроблена для абрикосів, не може бути використана для бананів. Це в основному пов'язано з тим, що вся модель базується на експериментальних даних, які залежать від продукту та умов процесу.

Вищезгадані проблеми емпіричних моделей спонукали дослідників перейти до фізичного моделювання. Невеликий прогрес було досягнуто завдяки розробці моделей другого покоління, відомих як напівемпіричні моделі. Ці моделі ґрунтуються на теорії кінетики реакцій, де для моделювання швидкості випаровування вологи використовується кінетика реакцій першого порядку з активаційною енергією. Для опису процесів конденсації застосовується кінетика нульового порядку. Моделі другого покоління (реакційна кінетична модель) здатні передбачати профілі вологості та температури під час сушіння з кращим фізичним розумінням. Однак ці типи моделей також залежать від характеристик продуктів та умов процесу, зокрема від певного діапазону температури сушіння та швидкості сушильного повітря. Ці підходи до моделювання не можуть враховувати реальні фізичні процеси і, отже, не можуть надати фундаментальні уявлення про процеси сушіння. Щоб подолати ці обмеження емпіричних та напівемпіричних моделей, було введено чисто фізичне моделювання.

Моделювання на основі фізичних принципів є найсучаснішим типом моделей сушки, розроблених на основі реальних явищ сушки. Воно враховує всі основні закони фізики, такі як збереження маси, імпульсу та енергії, рівняння Нав'є-Стокса для потоку рідини та закони руху Ньютона [14]. Модель на основі фізичних принципів може надати фундаментальне розуміння процесів сушки. Наприклад, просторовий розподіл вологи та температура на будь-якому моменті сушіння можуть бути спрогнозовані за допомогою такої моделі.

Однак розробка чистої моделі сушіння на основі фізичних принципів є складним і комплексним процесом, оскільки зв'язок між багатофазними явищами є надзвичайно складним і вимогливим завданням. Тому часто вдаються до спрощених припущень, щоб зменшити обчислювальну складність фізично обґрунтованого моделювання. Наприклад, пористі матеріали, такі як харчові продукти, мають багатшарову природу і містять макроскопічні (на рівні тканини) та мікроскопічні (на клітинному рівні) структури наведені на рис. 1. Для спрощення моделі на основі фізичних принципів іноді враховується лише один із цих масштабів, а іноді — обидва. Деталі макроскопічних і багатшарових моделей будуть розглянуті далі.

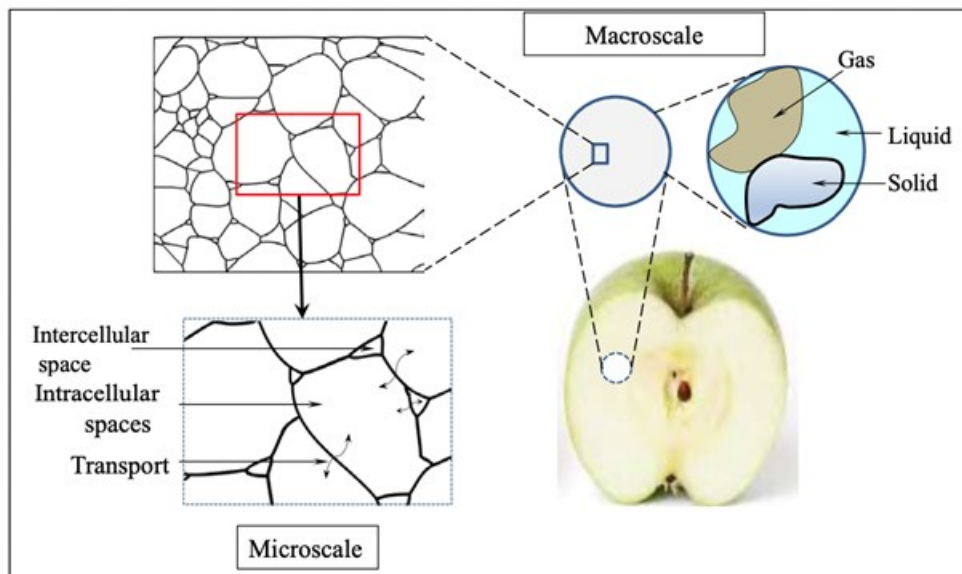


Рис. 1. Схематичне зображення мікроструктурних елементів харчових матеріалів

Моделі сушки на макроскопічному рівні розробляються на основі фізичних транспортних явищ на рівні тканини (рис. 1, правий бік). Ці моделі також є спрощеними, оскільки враховують наявність множинних видів у продуктах. Пористі матеріали, такі як харчові продукти, містять кілька видів: рідка вода, газ (суміш водяної пари та повітря) та тверді частки. Ці множинні види відіграють важливу роль у теплопередачі та масопередачі під час сушки. Для спрощення багато моделей сушки на основі фізичних принципів розробляються лише з урахуванням транспорту одного виду (рідкої води). Цей тип моделі називається моделлю однофазного процесу. У моделюванні однофазного процесу враховується дифузія за Фіком для масопередачі та закон теплопровідності Фур'є для теплопередачі. На основі цього концепту було розроблено багато моделей однофазної сушки для харчових продуктів, деревини та цегли.

Хоча ці моделі можуть ефективно прогнозувати кінетику сушки, вони не можуть окремо надати інформацію про потоки пари та рідкої води, що є важливими для оптимізації процесів сушки та врахування якості продукції. Розробка моделі сушки на основі фізичних принципів, яка враховує транспорт множинних видів, є найефективнішим підходом, тому було зроблено багато спроб [19].

Математичний опис явищ багатофазного транспорту в моделюванні пористих середовищ є складним завданням, оскільки пористі матеріали містять різні нерегулярно сформовані пори всередині продуктів. Для моделювання багатофазного транспорту враховуються капілярна дифузія та бінарна дифузія для рідкої та парової масопередачі, а також теплопровідність, конвекція та фазові зміни для процесу теплопередачі. Оскільки капілярний тиск є рушійною силою капілярної дифузії, правильна оцінка капілярного тиску є важливою. В залежності від рівня насиченості продуктів капілярний тиск варіюється. Наприклад, капілярний тиск повністю ненасиченого продукту значно вищий, ніж у частково насичених, тому важливо ретельно визначити, чи є продукт повністю насиченим, частково насиченим або ненасиченим.

Явища багатофазного транспорту вперше були описані феноменологічною моделлю. Луїков запропонував три паралельні частинні рівняння, включаючи різні константи, для феноменологічного опису багатофазного транспорту. У цій моделі враховується конвективний потік для транспорту газу та капілярний потік для транспорту рідини. Однак транспорт газу повинен розглядатися як процес бінарної дифузії, а рідина - як об'ємний конвективний (залежний від тиску) потік. Оскільки феноменологічна модель не може точно описати фізичні процеси, моделі Луїкова іноді можна вважати напівемпіричними.

Щоб вирішити ці проблеми, була запропонована чисто фізична модель багатофазного транспорту Вітакером. Транспорт різних видів (рідкої, газової та твердої фази) у пористій структурі чітко описується на основі механістичного підходу. Вітакер запропонував відомий метод обчислення обсягу для врахування різних

фаз на мікрорівні як репрезентативної середньої величини обсягу на макрорівні. Хоча цей підхід є значним переходом від феноменологічної моделі до механістичного підходу для моделювання багатофазного транспорту, вплив структурної неоднорідності на транспортні явища ігнорується. На основі теорії обчислення обсягу Вітакера багато дослідників намагалися розробити багатофазну модель для сушки харчових продуктів, кераміки та деревини. Хоча ці моделі є дуже ефективним доповненням до досліджень сушки для точної прогнозування кінетики сушки та оптимізації процесів, їхня нездатність надати інформацію про мікроскопічні явища транспорту є їхнім основним обмеженням. Щоб вирішити це обмеження існуючої моделі сушки на основі фізичних принципів, було введено багатшарове моделювання, про що буде розглянуто далі.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є представлення основ фізичних процесів, що використовуються в моделюванні сушіння харчових продуктів, а також потенційні стратегії моделювання на основі PIML. Стаття послідовно структурована: спершу подається огляд різних категорій існуючих моделей сушіння та обґрунтування необхідності моделювання на основі PIML. Далі представлено основні процеси сушіння (механізм сушіння). Просторовий розподіл повітряних потоків значно впливає на кінетику сушіння, тому врахування цих потоків (інтеграція просторового розподілу повітря з моделлю сушіння) є важливим у моделюванні сушіння харчових продуктів.

Виклад основного матеріалу

Під час конвективного сушіння гарячим повітрям гаряче повітря постачається до вологих продуктів. Теплообмін відбувається від поверхні продуктів до центру через теплопровідність, конвекцію та фазові зміни. Завдяки безперервній подачі теплової енергії відбувається масообмін шляхом випаровування з поверхні продуктів в навколишнє середовище. Крім того, внутрішній масообмін відбувається через дифузію капілярного потоку та в'язкий потік всередині продуктів через градієнти концентрації [20]. Концептуальне розуміння процесу сушіння представлено на рис. 2.

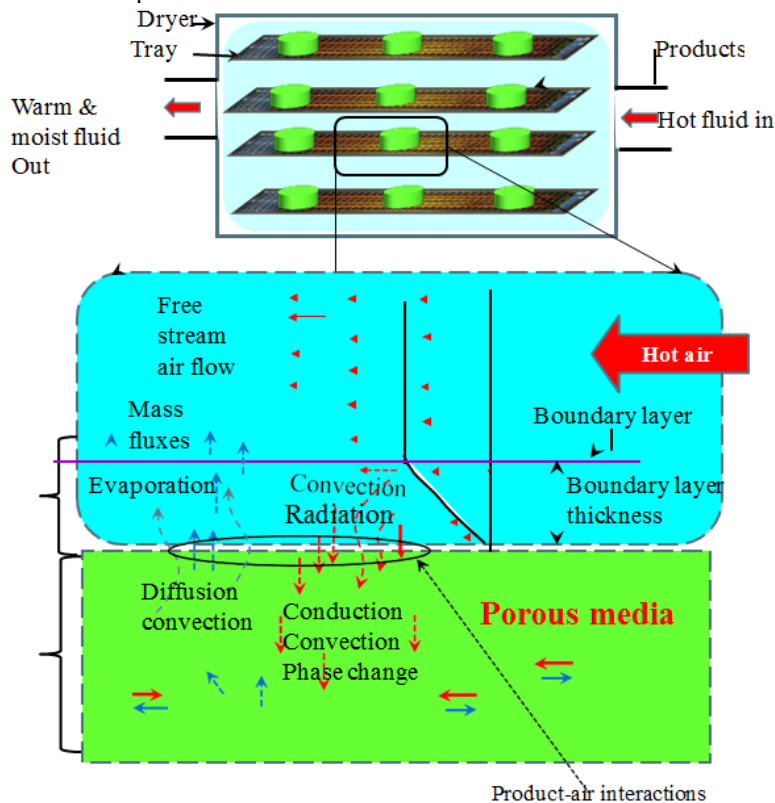


Рис. 2. Схематичне зображення процесів конвективного сушіння повітрям

Процеси сушіння можна охарактеризувати за їх кінетикою, зокрема швидкістю сушіння, що залежить від вмісту води, як показано на рис. 3. Теоретично криву швидкості сушіння можна поділити на три основні області. На початку сушіння продукт містить значну кількість води, що відображається у точках А або А', в залежності від температури продукту.

На ранній стадії сушіння можна спостерігати постійну криву швидкості сушіння (точки "В-С" на рис. 3). Під час періоду сталої швидкості вільна вода випаровується з поверхні продукту в навколишнє середовище, а швидкість сушіння залишається практично незмінною. Однак цей період іноді відсутній в практичних застосуваннях через нерівномірний нагрів або розподіл продуктів.

Внутрішня вода також мігрує з ядра до поверхні через процеси дифузії, обумовлені градієнтом концентрації, що виникає внаслідок випаровування. У результаті цього процесу вміст води продуктів зменшується, досягаючи "критичного вмісту води" (точка С на рис. 3). Це момент, коли відбувається нерівність між випаровуванням з поверхні і дифузійною водою зсередини до поверхні.

Коли вміст води досягає критичного рівня, швидкість сушіння починає знижуватися і поступово зменшується. Це зумовлено зменшенням доступності вільної води та підвищенням доступності зв'язаної води в продуктах [12]. Оскільки зв'язана волога утримується в клітинних структурах, їй потрібно більше часу для міграції через розриви клітин і процеси капілярної дифузії, щоб стати вільною водою.

Таким чином, швидкість сушіння поступово знижується, як показано на рис. 3 ("C-D"). Під час першого періоду падіння поверхня продукту стає майже сухою через недостатню (вільну) вологу. На цій стадії до продуктів продовжують постачати теплову енергію для виведення зв'язаної води, що призводить до затвердіння поверхні і утворення скоринки.

Формування скоринки створює додаткові перешкоди для випаровування, що ще більше знижує швидкість сушіння. Це подальше зменшення швидкості можна назвати періодом другого падіння швидкості, як показано на рис. 3 ("D-E"). Важливо зазначити, що період сталої швидкості може контролюватися зовнішніми факторами, такими як вологість повітря, швидкість і температура повітря. Однак період падіння швидкості повністю залежить від характеристик продуктів та їх внутрішніх мікроструктурних особливостей.

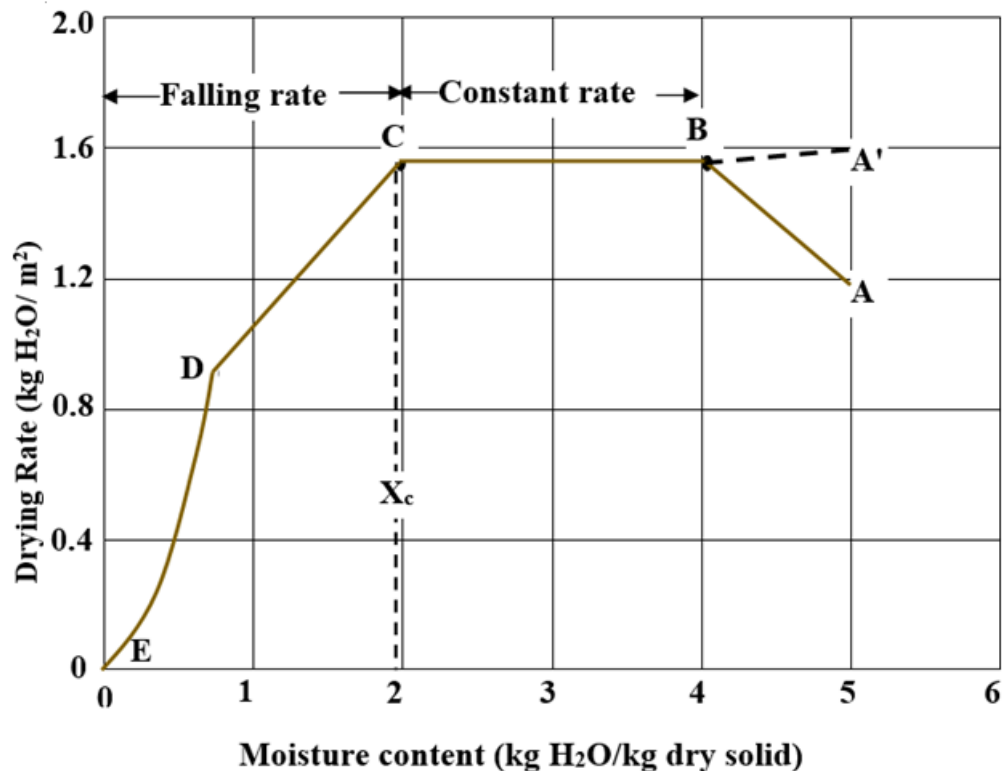


Рис. 3. Кінетика сушіння в залежності від вмісту води

Сушіння - це складний процес одночасного перенесення тепла, маси та імпульсу. Розуміння основної фізики цього процесу є критично важливим для опису сушильних процесів та розробки структури на основі машинного навчання та фізично-інформованого моделювання (PIML). У цьому розділі розглянуто основну фізику, яка стоїть за процесами сушіння.

Перенесення маси - це процес транспортування хімічних речовин з одного місця до іншого. Під час сушіння волога переміщується з різних клітинних структур продукту до його поверхні завдяки градієнтам концентрації. Потім поверхнева волога випаровується в навколишнє середовище, тобто в сушильне повітря [13]. Перший процес можна визначити як внутрішнє перенесення маси, де волога переміщується всередині продукту, тоді як другий — як зовнішнє перенесення маси, що включає транспортування води з поверхні продукту в сушильне повітря всередині сушарки. Пористі матеріали, такі як харчові продукти, містять багатофазні речовини (тверді, рідкі та газоподібні). Характеристики транспортування рідкої води і газоподібних речовин відрізняються, тому для їх математичного опису потрібні різні підмножини фізичних законів [2]. Основними механізмами, що сприяють внутрішньому та зовнішньому перенесенню маси, є дифузія, конвекція та випаровування. Ці процеси можна описати та математично виразити за допомогою різних підмножин відомої фізики, які розглядаються нижче.

Дифузія - це процес молекулярного переносу маси, при якому молекули випадково переміщуються з області з вищою концентрацією в область з нижчою концентрацією, причому молекули не мають переважного напрямку. Для опису руху рідини та газових речовин використовуються два різних процеси дифузії: капілярна дифузія та бінарна дифузія [15].

Висновки з даного дослідження

і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Знання про одночасні явища теплопередачі, масопередачі та імпульсних процесів під час сушіння є важливими для оптимізації цього процесу, зменшення часу сушіння та підвищення енергетичної ефективності.

Значні зусилля були витрачені на розуміння реального процесу сушіння через експериментальні дослідження та чисельне моделювання. Оскільки експериментальні дослідження залежать від конкретного продукту та умов, вони не завжди можуть надати точну картину процесу сушіння. Внаслідок цього чисельне моделювання стає найефективнішим інструментом для глибшого розуміння цих процесів. Розробка чистої фізичної моделі є надзвичайно складним та обчислювально вимогливим завданням. Моделювання на основі PIML має великий потенціал для подолання викликів, пов'язаних із фундаментальними моделями сушіння. У цьому дослідженні були широко обговорені різні аспекти процесів сушіння, їх робочі механізми, математичні моделі транспортних процесів і потенціал PIML.

Для розробки моделі прогнозування властивостей на основі PIML спочатку необхідно чітко визначити проблему в рамках архітектури нейронної мережі. Потім її можна інтегрувати з відповідною фізикою (ПДР) через комбіновану функцію втрат. На завершальному етапі слід провести чисельну реалізацію для навчання, тестування та валідації моделі. Одним із основних викликів моделювання PIML є правильне поєднання рівнянь багатofізички з нейронною мережею прямої подачі. Якщо необхідно вирішити більше ніж одне фізичне рівняння або умову, досягнення балансу втрат може бути складним через невідповідність між спостережуваними даними та фізичними умовами. Хоча самоадаптивні гіперпараметри для функції активації та ваги втрат показали кращі результати для моделей PIML, вони виявляються чутливими до конкретних випадків. Цю проблему можна зменшити, змінивши базову модель нейронної мережі з прямої подачі на графову нейронну мережу (GNN), яка має кращі можливості для вирішення складних систем із неструктурованими даними.

Окрім PIML, існують інші виклики, такі як недоступність мікромасштабних властивостей, що становить серйозну перешкоду для розвитку тонкошарових (мікро- або мультишарових) моделей. Для подолання цих викликів рекомендується провести подальші дослідження. Загалом, очікується, що інформація, представлена в цій статті, буде корисною для майбутніх досягнень у дослідженнях сушіння.

Література

1. Air-Dried Food Market Size, Global Industry Report, 2020–2027. Report No. GVR-4-68038-513-7. 2020. Available from: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/air-dried-food-market>.
2. Khan, M.I.H., Joardder, M.U.H., Kumar, C., Karim, M.A. Multiphase porous media modelling: A novel approach to predicting food processing performance. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2018, vol. 58, pp. 528–546.
3. Rzig, R., Khedher, N.B., Nasrallah, S.B. A 3-D numerical heat and mass transfer model for simulating the vibration effects on drying process. *Heat Transfer—Asian Research*. 2017, vol. 46, pp. 1204–1221.
4. Jomaa, W., Puiggali, J.R. Drying of shrinking materials: Modellings with shrinkage velocity. *Drying Technology*. 1991, vol. 9, pp. 1271–1293.
5. Kiranoudis, C.T., Tsami, E., Maroulis, Z.B., Marinou-Kouris, D. Drying kinetics of some fruits. *Drying Technology*. 1997, vol. 15, pp. 1399–1418.
6. Putranto, A., Chen, X.D., Webley, P.A. Modeling of drying of food materials with thickness of several centimeters by the reaction engineering approach (REA). *Drying Technology*. 2011, vol. 29, pp. 961–973.
7. Ben Mabrouk, S., Benali, E., Oueslati, H. Experimental study and numerical modelling of drying characteristics of apple slices. *Food and Bioprocess Processing*. 2012, vol. 90, pp. 719–728.
8. Kaya, A., Aydın, O., Dincer, I. Experimental and numerical investigation of heat and mass transfer during drying of Hayward kiwi fruits (*Actinidia Deliciosa Planch*). *Journal of Food Engineering*. 2008, vol. 88, pp. 323–330.
9. Khan, M.I.H., Pham, D.N., Karim, A. Theoretical and experimental investigation of temperature and moisture distributions and changes in nutritional quality during intermittent microwave convective drying. In: *Proceedings of the 21st International Drying Symposium*. Editorial Universitat Politècnica de València, Valencia, Spain, 11–14 September 2018, pp. 553–560.
10. Golestani, R., Raisi, A., Aroujalian, A. Mathematical modeling on air drying of apples considering shrinkage and variable diffusion coefficient. *Drying Technology*. 2013, vol. 31, pp. 40–51.
11. Kumar, C., Millar, G.J., Karim, M.A. Effective diffusivity and evaporative cooling in convective drying of food material. *Drying Technology*. 2014, vol. 33, pp. 227–237.
12. Fowler, A.J., Bejan, A. The effect of shrinkage on the cooking of meat. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1991, vol. 12, pp. 375–383.
13. Khan, M., Kumar, C., Joardder, M.U.H., Karim, M.A. Determination of appropriate effective diffusivity for different food materials. *Drying Technology*. 2017, vol. 35, pp. 335–346.
14. Datta, A.K. Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. I: Problem formulations. *Journal of Food Engineering*. 2007, vol. 80, pp. 80–95.
15. Gulati, T., Datta, A.K. Mechanistic understanding of case-hardening and texture development during drying of food materials. *Journal of Food Engineering*. 2015, vol. 166, pp. 119–138.
16. Mercier, S., Marcos, B., Moresoli, C., Mondor, M., Villeneuve, S. Modeling of internal moisture transport during durum wheat pasta drying. *Journal of Food Engineering*. 2014, vol. 124, pp. 19–27.
17. Batuwatta-Gamage, C.P., Rathnayaka, C.M., Karunasena, H.C.P., Wijerathne, W.D.C.C., Jeong, H., Welsh, Z.G., Karim, M.A., Gu, Y.T. A physics-informed neural network-based surrogate framework to predict moisture concentration and shrinkage of a plant cell during drying. *Journal of Food Engineering*. 2022, vol. 332, 111137.

18. Karniadakis, G.E., Kevrekidis, I.G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., Yang, L. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*. 2021, vol. 3, pp. 422–440.
19. Raissi, M., Yazdani, A., Karniadakis, G.E. Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations. *Science*. 2020, vol. 367, pp. 1026–1030.
20. Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019, vol. 378, pp. 686–707.

References

1. Air-Dried Food Market Size, Global Industry Report, 2020–2027. Report No. GVR-4-68038-513-7. 2020. Available from: <https://www.grandviewresearch.com/industry-analysis/air-dried-food-market>.
2. Khan, M.I.H., Joardder, M.U.H., Kumar, C., Karim, M.A. Multiphase porous media modelling: A novel approach to predicting food processing performance. *Critical Reviews in Food Science and Nutrition*. 2018, vol. 58, pp. 528–546.
3. Rzig, R., Khedher, N.B., Nasrallah, S.B. A 3-D numerical heat and mass transfer model for simulating the vibration effects on drying process. *Heat Transfer—Asian Research*. 2017, vol. 46, pp. 1204–1221.
4. Jomaa, W., Puiggali, J.R. Drying of shrinking materials: Modellings with shrinkage velocity. *Drying Technology*. 1991, vol. 9, pp. 1271–1293.
5. Kiranoudis, C.T., Tsami, E., Maroulis, Z.B., Marinou-Kouris, D. Drying kinetics of some fruits. *Drying Technology*. 1997, vol. 15, pp. 1399–1418.
6. Putranto, A., Chen, X.D., Webley, P.A. Modeling of drying of food materials with thickness of several centimeters by the reaction engineering approach (REA). *Drying Technology*. 2011, vol. 29, pp. 961–973.
7. Ben Mabrouk, S., Benali, E., Oueslati, H. Experimental study and numerical modelling of drying characteristics of apple slices. *Food and Bioprocess Technology*. 2012, vol. 90, pp. 719–728.
8. Kaya, A., Aydın, O., Dincer, I. Experimental and numerical investigation of heat and mass transfer during drying of Hayward kiwi fruits (*Actinidia Deliciosa* Planch). *Journal of Food Engineering*. 2008, vol. 88, pp. 323–330.
9. Khan, M.I.H., Pham, D.N., Karim, A. Theoretical and experimental investigation of temperature and moisture distributions and changes in nutritional quality during intermittent microwave convective drying. In: *Proceedings of the 21st International Drying Symposium*. Editorial Universitat Politècnica de València, Valencia, Spain, 11–14 September 2018, pp. 553–560.
10. Golestani, R., Raisi, A., Aroujalian, A. Mathematical modeling on air drying of apples considering shrinkage and variable diffusion coefficient. *Drying Technology*. 2013, vol. 31, pp. 40–51.
11. Kumar, C., Millar, G.J., Karim, M.A. Effective diffusivity and evaporative cooling in convective drying of food material. *Drying Technology*. 2014, vol. 33, pp. 227–237.
12. Fowler, A.J., Bejan, A. The effect of shrinkage on the cooking of meat. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1991, vol. 12, pp. 375–383.
13. Khan, M., Kumar, C., Joardder, M.U.H., Karim, M.A. Determination of appropriate effective diffusivity for different food materials. *Drying Technology*. 2017, vol. 35, pp. 335–346.
14. Datta, A.K. Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. I: Problem formulations. *Journal of Food Engineering*. 2007, vol. 80, pp. 80–95.
15. Gulati, T., Datta, A.K. Mechanistic understanding of case-hardening and texture development during drying of food materials. *Journal of Food Engineering*. 2015, vol. 166, pp. 119–138.
16. Mercier, S., Marcos, B., Moresoli, C., Mondor, M., Villeneuve, S. Modeling of internal moisture transport during durum wheat pasta drying. *Journal of Food Engineering*. 2014, vol. 124, pp. 19–27.
17. Batuwatta-Gamage, C.P., Rathnayaka, C.M., Karunasena, H.C.P., Wijerathne, W.D.C.C., Jeong, H., Welsh, Z.G., Karim, M.A., Gu, Y.T. A physics-informed neural network-based surrogate framework to predict moisture concentration and shrinkage of a plant cell during drying. *Journal of Food Engineering*. 2022, vol. 332, 111137.
18. Karniadakis, G.E., Kevrekidis, I.G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., Yang, L. Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*. 2021, vol. 3, pp. 422–440.
19. Raissi, M., Yazdani, A., Karniadakis, G.E. Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations. *Science*. 2020, vol. 367, pp. 1026–1030.
20. Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*. 2019, vol. 378, pp. 686–707.