DOI 10.31891/2307-5732-2024-335-3-13
УДК 004.02

КИСЕЛЬОВ ВЛАДЛЕН
Черкаський державний технологічний університет
https://orcid.org/0000-0003-1329-635X
e-mail: vladkis.777@gmail.com
КИСЕЛЬОВА ГАННА
Черкаський державний технологічний університет
https://orcid.org/0000-0002-2755-3890
e-mail: annakys.777@gmail.com

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАДІЙНОСТІ КОМП'ЮТЕРНОЇ ТЕХНІКИ ЗАСОБАМИ MATLAB

У статті розглянуто метод створення генератора випадкових чисел з дифузійно-немонотонним розподілом в програмі MATLAB на основі використання штатного генератора випадкових чисел з рівномірним розподілом. Розроблений метод генерації дозволяє отримувати випадкові числа за формулою Фоккера-Планка з лівим відбиваючим і правим поглинаючим екраном, що відповідає дифузійно-немонотонному розподілу шляхом конвертування рівномірно розподілених чисел генератора програми MATLAB. Використання дифузійно-немонотонного розподілу є найбільш перспективним при визначенні та моделюванні надійності електронної апаратури та комп'ютерної техніки імовірнісно-фізичним методом. Представлений генератор випадкових чисел з дифузійно-немонотонним розподілом значно розширює можливості програми MATLAB в статистичному моделюванні випадкових процесів, а розроблені алгоритми можуть бути використані для інших подібних програмних продуктів.

Ключові слова: надійність, прогнозування, статистичне моделювання, випадкові числа, закон розподілу, конвертування.

KYSELOV VLADLEN
Cherkassy State Technological University
KYSELOVA HANNA
Cherkassy State Technological University

STATISTICAL MODELING OF COMPUTER EQUIPMENT RELIABILITY USING MATLAB

The article discusses a method for creating a random number generator with a diffusion-nonmonotonic distribution in the MATLAB program. The method is developed on the basis of using a standard random number generator with a uniform distribution. The use of a diffusion-nonmonotonic distribution is the most promising in determining and modeling the reliability of electronic equipment and computer equipment using the probabilistic-physical method. Statistical modeling using a random number generator allows you to obtain statistical estimates of all quantitative reliability indicators during a statistical experiment by modeling failures of real electrical components. The transformation of random numbers with a uniform distribution generated by built-in Matlab generators into a diffusion-nonmonotonic distribution according to the Fokker-Planck formula with a left reflecting and right absorbing screen is performed by inversion transformation. As a result of the research, a transformation algorithm was developed and a program was obtained that converts random numbers to MATLAB. Verification of the obtained results using the Pearson criterion with a significance level of 99% confirms that the obtained random variables correspond to a diffusion-nonmonotonic distribution. Comparison of the results of modeling according to the Pearson criterion with the results of similar programs of other developers shows the best reproducibility of the developed algorithm by 6.92%. The developed generation method allows obtaining random numbers according to the Fokker-Planck formula with a left reflecting and right absorbing screen corresponding to the diffusion-nonmonotonic distribution by converting uniformly distributed numbers of the MATLAB generator. The presented random number generator with diffusion-nonmonotonic distribution significantly expands the capabilities of the MATLAB program in statistical modeling of random processes, and the developed algorithms can be used for other similar software products.

Keywords: reliability, forecasting, statistical modeling, random numbers, distribution law, conversion.

Постановка проблеми

Методи статистичного моделювання, засновані на застосуванні генератора випадкових чисел, розподілених за заданим законом розподілу, мають широке застосування в практиці надійності. Більшість міжнародних стандартів використовують для цих цілей, як правило, експоненціальний розподіл та розподіл Вейбулла, для яких в MATLAB і інших сучасних інформаційних системних додатках розроблені окремі генератори випадкових чисел. Однак DN-розподіл, рекомендований до використання національними стандартами, в існуючих математичних програмах, зокрема в MATLAB, не представлений.

Відомо, що розвиток сучасної техніки в значній мірі пов'язаний з підвищенням вимог до її якості та ефективності функціонування, а одним з основних показників, які характеризують якість і ефективність техніки є її надійність — тобто здатність виконувати необхідні функції в заданих режимах і умовах застосування, обслуговування, ремонтів, зберігання і транспортування [1]. Визначення показників надійності залежить від появи відмови — події, що відбувається при переході об'єкта (елемента, системи) з працездатного в непрацездатний стан [1-3].

Через складність фізичних процесів, що призводять до відмови, і неможливості врахувати всі початкові умови, а також випадковий вплив навантажень в процесі експлуатації, в даний час прийнято вважати появу відмови випадковою подією . Прийняття цієї концепції зумовлює математичний апарат, який повинен бути використаний для визначення показників надійності і побудови на їх основі теорії надійності

[3]. Як відомо, кількісною характеристикою випадкової події є її ймовірність, яка приблизно дорівнює частоті появи події в досить довгій послідовності спостережень при незмінних умовах.

Аналіз останніх джерел

Роботи по застосуванню дифузійного розподілу мають аналоги, давно відомі у світовій практиці і поширені під іншими різними назвами: зворотний гаусовський, розподіл Вальда, розподіл Твіді, розподіл часу першого досягнення броунівським рухом з позитивним знесенням, дифузійний розподіл Кордонського, Н.К. Салініекса, М.М. Ларіна, а також зарубіжних авторів, включаючи Е. Шродінгера, М. Твіді, М. Ваза, А. Вальда, Р. Чіхара і Дж. Фолкса, В. Паджета і Л. Вея, Р. Ченга і Н. Аміна і багатьох інших [3]. З вітчизняних вчених слід відзначити вклад в теорію надійності і використання дифузійного розподілу для розрахунків елементів автоматики та електронної техніки роботи В. П. Стрельнікова, В. Н. Азарскова і А. В. Федухіна [3-6]. Основними математичними апаратами теорії надійності є теорія випадкових функцій, теорія ймовірностей і математична статистика. Існуючі інженерні аналітичні методи розрахунку показників надійності систем, як правило, засновані на використанні однопараметричного експоненціального розподілу напрацювання елементів до відмови. Також використовуються логарифмічно нормальний і розподіл Вейбула, тому в MATLAB і подібних математичних програмах використовуються спеціальні генератори випадкових чисел, які дозволяють моделювати функції з відповідним розподілом імовірності [4, 5]. На даний час для моделювання показників надійності електронної техніки найбільш перспективним вважається дифузійно-немонотонний (diffusion-nonmonotonic), або DN-розподіл [2, 7, 8] за формулою Фоккера-Планка з лівим відбиваючим і правим поглинаючим екраном, тому для розширення можливостей програми MATLAB по моделюванню надійнісних показників різних технічних засобів виникає необхідність створення генератора випадкових чисел з дифузійно-немонотонним розподілом імовірностей.

Метою роботи є створення генератора випадкових чисел, що мають дифузійно немонотонний розподіл (DN-розподіл) відмов для застосування при моделюванні надійності електронної і комп'ютерної техніки в програмі MATLAB.

Виклад основного матеріалу

Один із способів моделювання випадкових величин заснований на використанні генератора рівномірно розподілених в інтервалі [0, 1] псевдовипадкових послідовностей чисел, які використовуються в якості значення ймовірності відмови електронного пристрою. Вхідними параметрами генератора випадкових чисел є математичне очікування s випадкової величини t і коефіцієнт варіації v для функцій DN-розподілу.

Для отримання функції DN-розподілу $F(t; s, v)$, можна вибирати випадкове значення γ з рівномірного розподілу в інтервалі [0, 1] і визначати значення аргументу t_γ, для якого $F(t; s, v) = \gamma$. Отримана таким чином випадкова величина t_γ буде мати задану функцію розподілу $F(t; s, v)$ [4].

Функція DN-розподілу має вигляд [5]:

$$DN(t;\ s, v) = \Phi\left(\frac{\frac{t}{s}-1}{v\cdot\sqrt{\frac{t}{s}}}\right) + e^{\frac{2}{v^2}}\cdot\Phi\left(-\frac{\frac{t}{s}+1}{v\cdot\sqrt{\frac{t}{s}}}\right) = \gamma, \tag{1}$$

де $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{z} e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ – нормований нормальний розподіл.

Розв'язуючи рівняння (1) щодо t отримаємо випадкову величину t_γ, яка буде мати задану функцію розподілу $DN(t; s, v)$ [2]. Враховуючи, що отримання аналітичного виразу не представляється можливим пропонується чисельний розрахунок даного рівняння який складається з наступних етапів: спочатку формується масив з N випадкових чисел t_p з рівномірним розподілом; наступним етапом є формування масиву значень $DN(t_\gamma; s, v) = \gamma$ на інтервалі $[0, t_{\max}]$ ($t_{\max}$ – максимальне значення t при якому $\gamma \approx 1$) з відповідним кроком h; далі, шляхом порівняння γ_i і t_{pj} ($i = 1, 2, \ldots, t_{\max}/h; j = 1, 2, \ldots, N$), отримуємо $t_{DNj} = t_{\gamma i}$ відповідні $t_{pj} \approx \gamma_i(t_{\gamma i})$.

Алгоритм роботи генератора випадкових чисел з DN-розподілом представлено на рисунку 1.

Вхідними параметрами генератора з DN-розподілом випадкових чисел є математичне очікування s, коефіцієнт варіації v випадкової величини t, $t_{\max}$ – максимальне значення t при якому $\gamma \approx 1$, крок h і об'єм вибірки N. Також може бути задана припустима похибка чисельного розрахунку інтеграла нормованого нормального розподілу.

Генерація N елементів $\{t_{pj}\}$ з рівномірним розподілом ($j = 1, 2, \ldots, N$) в MATLAB здійснюється за допомогою вбудованої штатної програми «rand(1,N)», де «1» – математичне очікування.

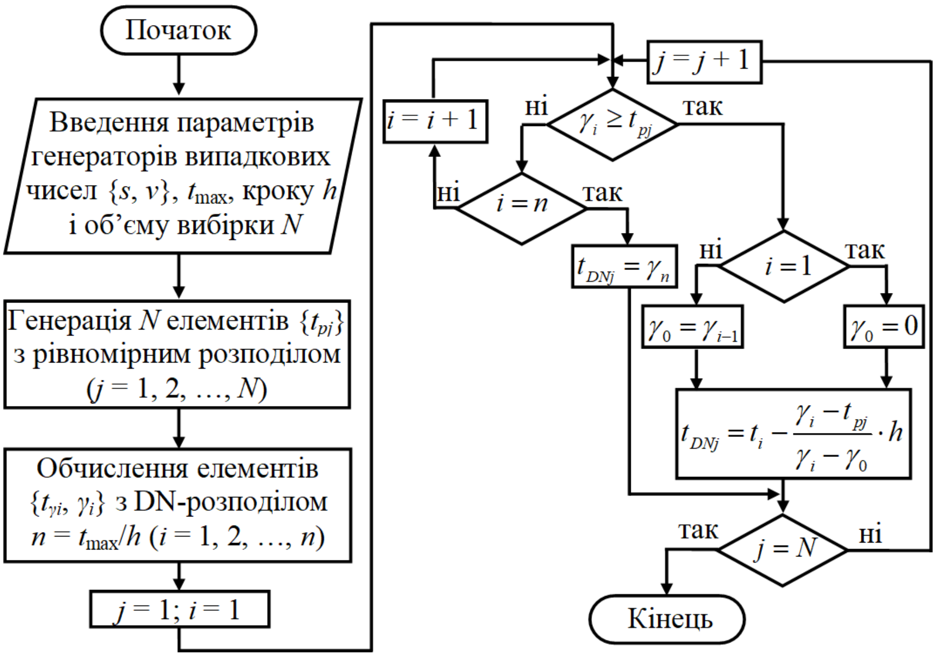

Рис. 1. Алгоритм роботи генератора випадкових чисел з DN-розподілом

Для обчислення елементів $\{t_{\gamma i}, \gamma_i\}$ з DN-розподілом потрібно визначити t_{max} – максимальне значення t при якому $\gamma \approx 1$. В довідкових даних [7], де функція $\gamma(t)$ подана у вигляді таблиць для коефіцієнта варіації $v = 1{,}0$ та 0,75 з кроком $h = 0{,}01$, величина $t_{max} = 6{,}0$. Це означає, що автори вважають таку величину достатньою для інженерних розрахунків (при $t = 6{,}0$ $\gamma = 0{,}99544$ для $v = 1{,}0$ і $\gamma = 0{,}99926$ для $v = 0{,}75$, що наближено до $\gamma \approx 1$) з чим можна погодитись і прийняти $t_{max} = 6{,}0$. Кількість обчислень n буде залежати від t_{max} і кроку h:

$$n = \frac{t_{max}}{h}. \tag{2}$$

Для отримання функції $\gamma_i(t_i)$ можна представити її у вигляді

$$\gamma_i = \Phi(Z_{1i}) + e^{\frac{2}{v^2}} \cdot \Phi(Z_{2i}), \tag{3}$$

де

$$Z_{1i} = \frac{\frac{t_i}{s} - 1}{v \cdot \sqrt{\frac{t_i}{s}}}; \quad Z_{2i} = -\frac{\frac{t_i}{s} + 1}{v \cdot \sqrt{\frac{t_i}{s}}}. \tag{4}$$

Спочатку потрібно обчислити Z_{1i} і Z_{2i}, потім отримати інтеграли

$$\Phi_{1i}(Z_{1i}) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{Z_{1i}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx; \quad \Phi_{2i}(Z_{2i}) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^{Z_{2i}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \tag{5}$$

методом чисельного інтегрування з використанням функцій програми MATLAB сімейства «quad». При використанні програм quad (по квадратурним формулам Сімпсона), quadl (по квадратурним формулам Лобатто), quadeyt (по квадратурним формулам Сімпсона з застосуванням процесу Ейткена) [9], де в якості нижньої межі замість $-\infty$ цілком достатньо використовувати величину -100 і навіть -10 тому, що при менших значеннях функція практично дорівнює 0 і на точність розрахунків практично не впливає. Програма quad при використанні показує дещо нижчу точність ніж quadl і quadeyt, які дають приблизно однаковий результат [10], але кращим вибором є програма quadgk (по квадратурним формулам Кронрода), яка хоча і не вирізняється підвищеною точністю, але передбачає можливість використання в якості нижньої межі $-\infty$ ("$-$Inf"), що усуває вище зазначені проблеми. Алгоритм програми представлено на рисунку 2.

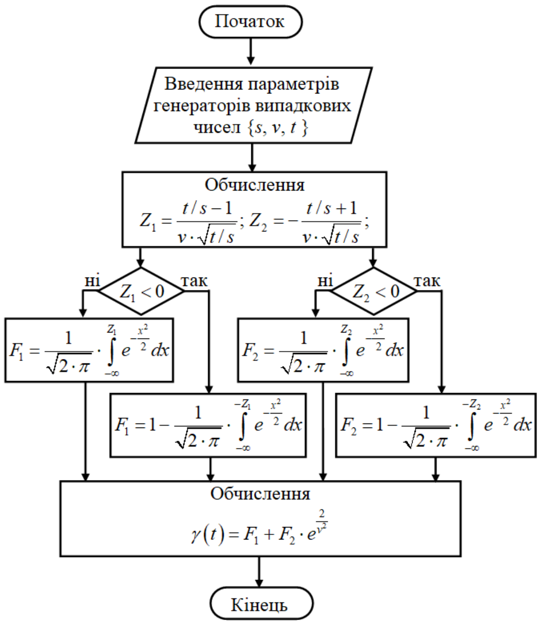

Рис. 2. Алгоритм програми в MATLAB для отримання функції $\gamma_i(t_i)$ DN-розподілу

Лістинг програми в MATLAB з урахуванням співвідношень

$$\Phi_{1i}(-Z_{1i}) = 1-\Phi_{1i}(Z_{1i});\quad \Phi_{2i}(-Z_{2i}) = 1-\Phi_{2i}(Z_{2i}), \tag{6}$$

представлено на рисунку 3.

```
function [DN]=dn(t,s,v,tol)
Z1=(t/s-1)/v/sqrt(t/s);
Z2=(-t/s-1)/v/sqrt(t/s);
f = @(x) exp(-x.^2/2);
if Z1<0
    F1=1-1/sqrt(2*pi)*quadgk(f,-Inf,abs(Z1),'RelTol',tol);
else
    F1=1/sqrt(2*pi)*quadgk(f,-Inf,Z1,'RelTol',tol);
end
if Z2<0
    F2=1-1/sqrt(2*pi)*quadgk(f,-Inf,abs(Z2),'RelTol',tol);
else
    F2=1/sqrt(2*pi)*quadgk(f,-Inf,Z2,'RelTol',tol);
end
DN=F1+exp(2/v^2)*F2;
end
```

Рис. 3. Лістинг програми в MATLAB для отримання функції $\gamma_i(t_i)$ DN-розподілу

Наступним кроком для отримання функції $\gamma_i(t_i)$ є підстановка отриманих величин в формулу (2).

Після обчислення елементів $\{t_{\gamma i}, \gamma_i\}$ з DN-розподілом залишається порівняти послідовно кожен елемент t_{pj} з рівномірним розподілом з γ_i і знайти значення γ_{i-1} і γ_i для яких $\gamma_{i-1} < t_{pj} \le \gamma_i$. Далі шляхом лінійної інтерполяції розраховуємо випадкове число t_{DNj} з DN-розподілом:

$$t_{DNj} = t_{\gamma i} - \frac{\gamma_i - t_{pj}}{\gamma_i - \gamma_0}\cdot h,, \tag{7}$$

де $\gamma_0 = \gamma_{i-1}$ при $I = 2, 3, \ldots, n$; і $\gamma_0 = 0$ при $i = 1$.

Якщо $t_{pj} > \gamma_n$, то потрібно прийняти $t_{DNj} = t_{\gamma n}$.

Теоретична щільність DN-розподілу розрахована за формулою [4]:

$$DN_{meop} = \frac{\sqrt{s}}{v \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot t^{-1,5} \cdot e^{-\frac{(s-t)^2}{2 \cdot v^2 \cdot s \cdot t}}, \tag{8}$$

та емпірична, отримана від генератора випадкових чисел при $s = 1$, $v = 0,9$ і $N = 3000$ представлена на рисунку 4.

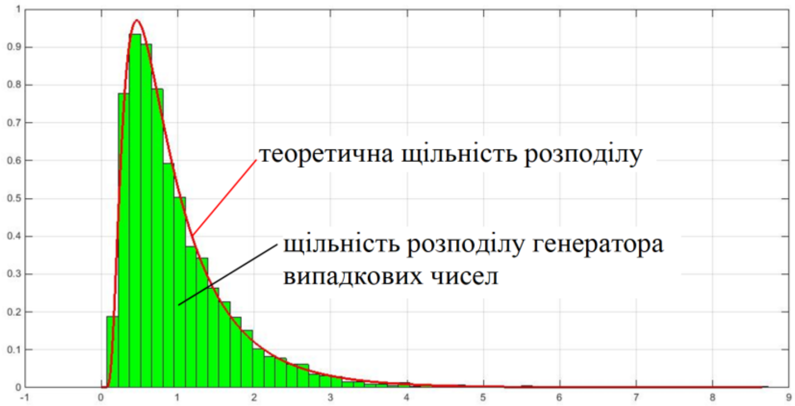

Рис. 4. Теоретична та емпірична щільності DN-розподілу генератора випадкових чисел при $s = 1$, $v = 0,9$ і $N = 3000$ з кроком h = 0,001

Оцінка якості конвертування проводилась з використанням критерію згоди Пірсона, для чого розраховувались χ^2 та похибки математичного очікування s_{er} і коефіцієнта варіації v_{er}

$$\chi^2 = G \cdot \sum_{k=1}^{K} \frac{\left(f_k \cdot \Delta\tau - Q_k\right)^2}{Q_k},\ s_{er} = \frac{|s_{DN} - s|}{s} \cdot 100\%;\ \ v_{er} = \frac{|v_{DN} - v|}{v} \cdot 100\%, \tag{9}$$

де G – кількість степенів свободи, $G = 56$; s_{DN} – математичне очікування генератора, $s_{DN} = \text{mean}(t_{DN})$; v_{DN} – коефіцієнт варіації генератора, $v_{DN} = \text{std}(t_{DN})/\text{mean}(t_{DN})$;

$$Q_k = \int_{ink}^{ink+\Delta\tau} DN_{meop}\, dt. \tag{10}$$

Результати моделювання зведені до таблиці 1.

Теоретичне значення критерія Пірсона визначається в MATLAB за допомогою функції розподілу «chi2inv» [10] (Chi2 = chi2inv(p,G)), що отримує значення для G степенів свободи з довірчим інтервалом p при рівні значущості $\alpha = 1 - p$. При степенях свободи, $G = 56$ та рівні значущості $\alpha = 1 - 0,99 = 0,01$ критерій Пірсона, обчислений в MATLAB за допомогою функції розподілу «chi2inv» $\chi^2_{meop} = 83,5\%$.

Таблиця 1

Результати дослідження основних параметрів генератора випадкових чисел з DN-розподілом

№ досліду	**v = 0,7**			**v = 0,8**			**v = 0,9**			**v = 1,0**			**v = 1,1**		
	χ^2, %	s_{er}, %	v_{er}, %	χ^2, %	s_{er}, %	v_{er}, %	χ^2, %	s_{er}, %	v_{er}, %	χ^2, %	s_{er}, %	v_{er}, %	χ^2, %	s_{er}, %	v_{er}, %
1	1,31	0,22	1,40	2,48	0,17	1,35	4,72	0,11	1,29	7,28	0,04	1,23	11,47	0,04	1,16
2	0,88	0,92	3,49	1,85	1,14	3,84	4,14	1,37	4,19	7,07	1,62	4,52	10,33	1,88	4,85
3	1,16	1,70	0,76	1,92	1,90	0,96	3,44	2,10	1,15	5,96	2,29	1,34	9,59	2,47	1,52
4	1,30	0,45	0,56	1,95	0,50	0,69	4,10	0,54	0,85	6,46	0,58	1,02	9,07	0,61	1,20
5	1,29	1,72	2,44	1,01	1,99	2,69	2,56	2,27	2,93	4,46	2,55	3,16	6,95	2,84	3,37
6	1,28	0,95	0,42	3,03	1,09	0,36	5,38	1,22	0,31	8,94	1,35	0,27	12,21	1,48	0,24
7	2,53	0,12	0,07	1,17	0,18	0,40	2,42	0,25	0,73	4,25	0,31	1,07	7,03	0,36	1,42
8	1,81	0,13	0,96	1,27	0,21	0,82	3,16	0,30	0,66	5,77	0,40	0,50	9,52	0,49	0,32
9	0,91	0,95	0,11	3,43	1,10	0,36	6,55	1,24	0,64	7,78	0,31	4,71	11,36	0,46	5,0
10	1,54	0,02	3,44	2,55	0,07	3,89	5,00	0,17	4,31	5,30	0,21	3,35	8,08	0,12	3,58
11	1,33	0,41	2,72	3,77	1,89	4,12	3,27	0,29	3,12	7,32	0,14	0,31	10,82	0,16	0,44
12	1,34	2,15	3,12	1,51	0,36	2,91	6,42	2,46	4,02	5,57	0,19	0,71	8,42	0,30	0,47
max	2,53	2,15	3,49	3,77	1,99	4,12	6,55	2,46	4,31	8,94	2,55	4,71	12,21	2,84	5,0

Висновки

Отримані результати моделювання роботи генератора випадкових величин з дифузійно-немонотонним розподілом свідчать про те, що максимальне значення похибки математичного очікування *s* випадкової величини *t* не перевищує 3% і коефіцієнта варіації *v* не перевищує 5%, що свідчить про високу стабільність генератора (< 7% [11]), а також максимальне значення критерію Пірсона χ^2 не перевищує 12,21%, що краще на 6,92% ніж 19,13% в [4] і значно нижче $\chi^2_{теор} = 83,5\%$ при $\alpha = 0,01$. Тобто з впевненістю в 99% можна стверджувати, що отриманий розподіл випадкових величин відповідає дифузійно-немонотонному.

В результаті дослідження було розроблено генератор випадкових величин з дифузійно-немонотонним розподілом на основі програми MATLAB, який може використовуватися для моделювання процесів відмови електронних компонентів комп'ютерної техніки.

Література

9. Моделювання надійності комп'ютерної техніки з урахуванням дифузійно-немонотонного розподілу її відмов : зб. тез доп. за матеріалами ІІ міжнар. наук.-практ. конф. «Modern education using the latest technologies», м. Лісабон, Португалія, 17-20 січня 2023 р. – 504 с. – https://web.archive.org/web/20230117012131id_/https://isg-konf.com/wp-content/uploads/2023/01/Modern-education-using-the-latest-technologies.pdf.

10. Ситник О. О. Математична модель надійності комп'ютерної техніки / О. О. Ситник, В. Б. Кисельов, Г. О. Кисельова, В. І. Костюченко // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2022. – № 4. – С. 48–57. – DOI: https://doi.org/10.24025/2306-4412.4.2022.269282.

11. Стрельников В. П. Оцінка і прогнозування надійності електронних елементів і систем / В. П. Стрельников, А. В. Федухін. – К. : Логос. 2002. – 486 с.

12. Грибов В. М. Моделювання випадкових величин з функцією DN-розподілу / В. М. Грибов, В. П. Стрельніков // Мат. машини і системи – 2014. – № 1. – С. 178–184. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2014/2014_1/01_2014_Gribov.pdf.

13. Федухін А. В. До питання про статистичне моделювання надійності / А. В. Федухін, Н. В. Сеспедес-Гарсія // Мат. машини і системи – 2006. – № 1. – С. 156–163. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2006/2006_1/Feduhin_01_2006.pdf.

14. Федухін А. В. Щодо питання про прогнозування залишкового ресурсу виробів електронної техніки / А. В. Федухін // Мат. машини і системи – 2020. – № 1. – С. 149-156. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2020/2020_1/Feduhin_1_2020.pdf.

15. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги : ДСТУ 2862-94. – [Чинний від 1997-01-01]. – К. : Держстандарт України, 1995. – 32 с. – (Національний стандарт України).

16. Надійність техніки. Оцінювання і прогнозування надійності за результатами випробувань і (або) експлуатації в умовах малої кількості відмов : ДСТУ 8647:2016. – [Чинний від 2017-01-07]. – К. : Держстандарт України, 2017. – 47 с. – (Національний стандарт України).

17. Кисельова Г. О. Застосування процесу Ейткена при розрахунках інтегралів з особливостями чисельними методами / Г. О. Кисельова, В. Б. Кисельов // Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія: Технічні науки. – 2010. – № 1. – С. 34-40. – http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu_2010_1_9.

18. Leis John W. Communication Systems Principles Using MATLAB / John W. Leis, 1 ed., Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2018. 548 p.

19. Ситник О. О. Моделювання місткової ерозії слабкострумових електричних контактів засобами MatLab / О. О. Ситник, К. М. Ключка, В. Б. Кисельов, Г. О. Кисельова // Математичне та комп'ютерне моделювання. Технічні науки : зб. наук. праць. – Кам'янець-Подільський : КПНУ ім. Івана Огієнка. – 2020. – Вип. 21. – С. 171–175. – DOI: https://doi.org/10.32626/2308-5916.2020-21.113-125.

References

1. Modeliuvannia nadiinosti kompiuternoi tekhniky z urakhuvanniam dyfuziino-nemonotonnoho rozpodilu yii vidmov : zb. tez dop. za materialamy II mizhnar. nauk.-prakt. konf. «Modern education using the latest technologies», m. Lisabon, Portuhaliia, 17-20 sichnia 2023 r. – 504 s. – https://web.archive.org/web/20230117012131id_/https://isg-konf.com/wp-content/uploads/2023/01/Modern-education-using-the-latest-technologies.pdf.

2. Sytnyk O. O. Matematychna model nadiinosti kompiuternoi tekhniky / O. O. Sytnyk, V. B. Kyselov, H. O. Kyselova, V. I. Kostiuchenko // Visnyk Cherkaskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu. – 2022. – № 4. – S. 48–57. – DOI: https://doi.org/10.24025/2306-4412.4.2022.269282.

3. Strelnykov V. P. Otsinka i prohnozuvannia nadiinosti elektronnykh elementiv i system / V. P. Strelnykov, A. V. Fedukhin. – K. : Lohos. 2002. – 486 s.

4. Hrybov V. M. Modeliuvannia vypadkovykh velychyn z funktsiieiu DN-rozpodilu / V. M. Hrybov, V. P. Strelnikov // Mat. mashyny i systemy – 2014. – № 1. – S. 178–184. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2014/2014_1/01_2014_Gribov.pdf.

5. Fedukhin A. V. Do pytannia pro statystychne modeliuvannia nadiinosti / A. V. Fedukhin, N. V. Sespedes-Harsiia // Mat. mashyny i systemy – 2006. – № 1. – S. 156–163. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2006/2006_1/Feduhin_01_2006.pdf.

6. Fedukhin A. V. Shchodo pytannia pro prohnozuvannia zalyshkovoho resursu vyrobiv elektronnoi tekhniky / A. V. Fedukhin // Mat. mashyny i systemy – 2020. – № 1. – S. 149-156. – http://www.immsp.kiev.ua/publications/articles/2020/2020_1/Feduhin_1_2020.pdf.

7. Nadiinist tekhniky. Metody rozrakhunku pokaznykiv nadiinosti. Zahalni vymohy : DSTU 2862-94. – [Chynnyi vid 1997-01-01]. –

K. : Derzhstandart Ukrainy, 1995. – 32 s. – (Natsionalnyi standart Ukrainy).

8. Nadiinist tekhniky. Otsiniuvannia i prohnozuvannia nadiinosti za rezultatamy vyprobuvan i (abo) ekspluatatsii v umovakh maloi kilkosti vidmov : DSTU 8647:2016. – [Chynnyi vid 2017-01-07]. – K. : Derzhstandart Ukrainy, 2017. – 47 s. – (Natsionalnyi standart Ukrainy).

9. Kyselova H. O. Zastosuvannia protsesu Eitkena pry rozrakhunkakh intehraliv z osoblyvostiamy chyselnymy metodamy / H. O. Kyselova, V. B. Kyselov // Visnyk Cherkaskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu. Seriia: Tekhnichni nauky. – 2010. – № 1. – S. 34-40. – http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu_2010_1_9.

10. Leis John W. Communication Systems Principles Using MATLAB / John W. Leis, 1 ed., Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2018. 548 p.

11. Sytnyk O. O. Modeliuvannia mistkovoi erozii slabkostrumovykh elektrychnykh kontaktiv zasobamy MatLab / O. O. Sytnyk, K. M. Kliuchka, V. B. Kyselov, H. O. Kyselova // Matematychne ta kompiuterne modeliuvannia. Tekhnichni nauky : zb. nauk. prats. – Kamianets-Podilskyi : KPNU im. Ivana Ohiienka. – 2020. – Vyp. 21. – S. 171–175. – DOI: https://doi.org/10.32626/2308-5916.2020-21.113-125.