

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-353-53>

УДК 519.876.5

ДИВАК МИКОЛА

Західноукраїнський національний університет

<https://orcid.org/0000-0002-9049-4993>

e-mail: mdy@wunu.edu.ua

ЮШКО АНДРІЙ

Західноукраїнський національний університет

<https://orcid.org/0009-0003-6431-3479>

e-mail: a.yushko@wunu.edu.ua

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОКАЗНИКІВ НАУКОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНИХ ПРАЦІВНИКІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДАНИХ

У статті представлено математичну модель прогнозування наукової діяльності науково-педагогічних працівників в умовах обмеженого обсягу історичних даних. Розглянуто актуальну проблему недостатньої тривалості статистичних рядів, що унеможливує ефективне застосування класичних статистичних методів або алгоритмів машинного навчання. Для її вирішення запропоновано використання методів інтервального аналізу у поєднанні з ієрархічною структурою індикаторів наукової активності, сформованою на основі чинного законодавства України та внутрішніх нормативів закладів вищої освіти.

У межах дослідження всі види наукової активності згруповано в п'ять основних функціональних категорій: керівництво науковими кадрами, проектно-патентна діяльність, експертна та редакторська робота, публікаційна активність і організація наукових заходів. Для кожної групи введено узагальнюючу змінну, що відображає часові витрати працівника, що дозволило зменшити розмірність моделі та забезпечити формування векторного «наукового портрета».

Ключовим елементом моделі є інтервальна система лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР), у якій вагові коефіцієнти відображають відносну значущість кожного напрямку наукової діяльності. Розв'язок такої системи утворює опуклий паралелепіпед у просторі коефіцієнтів, що дозволяє здійснювати прогнозування у вигляді інтервалів з урахуванням нормативних обмежень щодо обсягу наукового навантаження (30–60% від річного фонду робочого часу).

Додатково обґрунтовано можливість побудови еліпсоїдних оцінок для отримання довірчих меж у випадку нормального розподілу вагових коефіцієнтів. На основі реальних даних ЗУНУ продемонстровано побудову паралелепіпеда та еліпсоїда в просторі коефіцієнтів, а також здійснено інтервальний прогноз розподілу наукових годин за підгрупами показників.

Запропонована модель має як теоретичне, так і прикладне значення. Вона може бути реалізована в інформаційних системах закладів вищої освіти для автоматизованого планування, контролю відповідності планів нормативам та персоналізованого розподілу наукового навантаження. Отримані результати можуть слугувати основою для впровадження систем внутрішнього моніторингу та управління якістю наукової діяльності в університетах.

Ключові слова: наукова діяльність; інтервальні дані; ієрархія показників; наукове навантаження; математична модель; портрет науковця.

DYVAK MYKOLA, YUSHKO ANDRIY

West Ukrainian National University

MATHEMATICAL MODEL FOR FORECASTING THE SCIENTIFIC ACTIVITY OF RESEARCH AND TEACHING STAFF USING INTERVAL DATA ANALYSIS

This article presents a mathematical model for forecasting the scientific activity of research and teaching staff under conditions of limited historical data. The study addresses the challenge of insufficient time series data, which makes traditional statistical or machine learning methods ineffective. To overcome this, the authors propose the use of interval analysis combined with a hierarchical structuring of scientific activity indicators, based on Ukrainian educational and scientific legislation and internal institutional regulations.

Scientific activities are grouped into five key functional categories: research supervision, project and patent activity, expert and editorial contributions, publication activity, and organization of scientific events. Each group is quantified by aggregated time indicators, allowing a reduction in dimensionality and the construction of a simplified yet informative “scientific profile” of a researcher.

The core of the proposed method lies in constructing and solving an interval system of linear algebraic equations (ISLAE), where the vector of weight coefficients represents the relative importance of each type of scientific activity. The solution set of this system forms a convex polytope (parallelepiped), within which interval forecasts of the staff's scientific workload can be made. The article also explores the derivation of ellipsoidal approximations of this polytope to estimate confidence regions, assuming a normal distribution of coefficients.

The authors demonstrate how interval estimates of weight coefficients can be used for planning the future workload of educators, ensuring it falls within normative boundaries (e.g., 30–60% of annual working hours). The paper provides illustrative examples based on real-world data from the West Ukrainian National University, including graphical representations of parallelepipeds and ellipsoids, and shows how to transform a general profile into detailed activity plans at the subgroup level.

The proposed model is not only theoretically sound but also practical for implementation in internal university systems for monitoring and managing research productivity. It supports automated planning, compliance checks, and personalized distribution of scientific workload, thereby contributing to improved transparency and efficiency in higher education institutions.

Keywords: scientific activity; interval data; indicator hierarchy; scientific workload; mathematical model; researcher profile.

Стаття надійшла до редакції / Received 11.05.2025

Прийнята до друку / Accepted 26.05.2025

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

У сучасних умовах розвитку системи вищої освіти України зростають вимоги до якості, результативності та прозорості наукової діяльності науково-педагогічних працівників. Законодавчі акти, зокрема Закон України «Про вищу освіту» [1], «Про освіту» [2] та «Про наукову і науково-технічну діяльність» [3], встановлюють нормативи щодо мінімального обсягу наукового навантаження, яке повинен виконувати кожен працівник, і передбачають обов'язкове планування такої діяльності на основі її попередніх результатів. Таким чином, актуальною стає задача прогнозування показників наукової діяльності окремих працівників для забезпечення обґрунтованого планування та дотримання нормативних вимог.

Однак процес прогнозування ускладнюється через обмежений обсяг історичних даних, які доступні для кожного індивідуального працівника. Як правило, йдеться про не більше 5–10 років звітності, що зберігається в рейтингових або внутрішніх облікових системах закладів вищої освіти. Така мала вибірка не дозволяє використовувати класичні статистичні або машинні методи прогнозування з високою достовірністю. Крім того, показники наукової активності є різномірними, охоплюють широкий спектр діяльності — від публікацій до участі у грантах, — і потребують певного упорядкування та структурування[5].

Відповідно, існує потреба в розробці математичного апарату, здатного працювати з обмеженими даними, враховувати структуру наукової діяльності та забезпечувати достовірні інтервальні оцінки для планування наукового навантаження. З огляду на це, постає задача побудови моделі, що поєднує ієрархічну структуру показників наукової діяльності з методами інтервального аналізу.

Запропонований у дослідженні підхід полягає в агрегуванні показників у функціональні групи, що дозволяє знизити розмірність вхідних даних, та подальшому використанні інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР) для побудови «портрета» науковця у вигляді вектора вагових коефіцієнтів. Такий підхід має практичне значення для автоматизованого формування індивідуальних планів, оцінювання доцільності розподілу навантаження, а також — для аналізу відповідності діяльності працівника нормативним вимогам вищої освіти.

Виклад основного матеріалу

Важливою передумовою для побудови математичної моделі прогнозування наукової активності є формалізація відповідних індикаторів, що комплексно відображають цю діяльність. Такий процес передбачає систематизацію основних видів наукової активності викладачів та науковців у вигляді ієрархічної структури, побудованої на основі чинного нормативно-правового забезпечення. Зокрема, враховуються положення законодавчих актів України, таких як «Про освіту»[1], «Про вищу освіту»[2], «Про наукову і науково-технічну діяльність»[3], а також внутрішні документи закладів вищої освіти, що регламентують планування та облік наукової роботи.

Запропонована в межах дослідження класифікація видів наукової діяльності охоплює найбільш репрезентативні напрями, що відображені в індивідуальних планах працівників та підлягають обліку з боку закладу. Вона сформована на основі аналізу офіційних нормативних документів, внутрішніх регламентів вишів, типових форм планів та звітів про виконання наукових завдань[4]. В результаті виокремлено п'ять функціональних блоків, що охоплюють основні аспекти наукової активності. Кожному з них у моделі відповідає окрема змінна, яка відображає часові витрати на відповідний тип діяльності. Такий підхід дозволяє скоротити розмірність вхідного простору та забезпечити вищу точність побудови моделей за умов обмеженої кількості емпіричних даних.

Для забезпечення ефективного моделювання наукової активності необхідним є поділ видів діяльності на функціональні категорії, що дозволяє зменшити складність простору вхідних даних. На основі аналізу нормативно-правових актів та внутрішніх документів закладів вищої освіти сформовано узагальнену класифікацію (табл. 1), яка охоплює п'ять основних напрямів[5]. Кожному з них відповідає окрема змінна, що кількісно відображає обсяг часу, витрачений працівником на відповідний тип наукової активності.

Виходячи з вище описаної структури повний вектор наукової діяльності науково-педагогічного працівника у j -тому році по певних категоріях можна подати в такому вигляді:

$$x_j = \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ x_{j3} \\ x_{j4} \\ x_{j5} \end{bmatrix}$$

де x_{ji} – кількість годин, витрачених на i -ту групу показників у j -тому році.

Таблиця 1

Функціональні групи наукової діяльності НПП та відповідні змінні моделі

№	Функціональна група	Зміст діяльності	Позначення змінної
1	Підготовка наукових кадрів	Наукове керівництво аспірантами, докторантами; участь у захистах; діяльність у спеціалізованих радах; підготовка рецензій та відгуків	x_1
2	Проектно-патентна діяльність	Розробка проектних заявок; участь у НДР за грантами; оформлення патентів і авторських свідоцтв; впровадження результатів у практику	x_2
3	Експертна, рецензійна та редакторська діяльність	Участь в експертних групах; рецензування праць; редагування наукових видань; опонування; членство у редколегіях; участь у наукових комітетах конференцій	x_3
4	Публікаційна активність	Публікація статей, монографій, тез доповідей; редагування наукових видань; врахування індексації в Scopus, Web of Science, імпаکت-фактора, кuartилію	x_4
5	Організація наукових заходів	Підготовка та проведення конференцій, семінарів, круглих столів; участь у гуртках, органкомітетах; супровід студентських досліджень, олімпіад і конкурсів	x_5

Для здійснення інтервального аналізу на більш нижчих рівнях ієрархії доцільно агреговані показники x_{ji} ще більше деталізувати до рівня елементарних змінних. Тоді можна припустити, що група i містить m_i підпоказників. Після цього елементарну змінну, що відображає обсяг часу на k -тий показник групи i у році, можна позначити як x_{jik} , де:

- $j \in \{1, \dots, N\}$ – номер року спостереження,
- $i \in \{1, \dots, 5\}$ – номер групи,
- $k \in \{1, \dots, m_i\}$ – номер підпоказника в межах групи.

Після цього загальний вектор наукової діяльності у j -тому році, який охоплює усі показники, матиме вигляд:

$$x_j = (x_{j11}, x_{j11}, \dots, x_{j1m_1}, x_{j21}, \dots, x_{j5m_5})^T \in R^n, n = \sum_{i=1}^5 m_i$$

Тоді агреговані змінні x_{ji} можна обчислити як згортку:

$$x_{ji} = \sum_{k=1}^{m_i} x_{jik}$$

На рисунку 1 наведено графічне представлення ієрархічної структури з відображенням взаємозв'язків між функціональними групами показників і відповідними видами наукової діяльності.

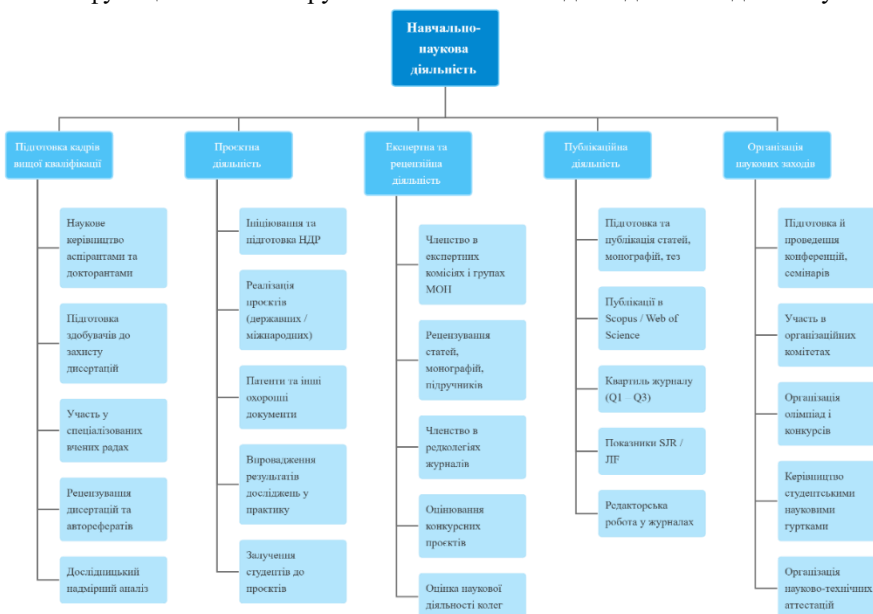


Рис. 1. Ієрархічна структура показників наукової діяльності

Метод прогнозування показників наукової діяльності на основі аналізу інтервальних даних

Розглянемо випадок оцінювання результатів наукової діяльності для показників, що характеризують кожну групу. По аналогії із розглянутою системою агрегованих показників в подальшому можемо застосувати такий самий підхід для показників в межах групи.

Для визначення «портрету» працівника щодо його наукової діяльності, сумарну кількість годин, виконану науково-педагогічним працівником у j -тому році, подаємо у вигляді такого алгебричного рівняння:

$$y_j = w_1 \cdot x_{j1} + w_2 \cdot x_{j2} + \dots + w_i \cdot x_{ji} + \dots + w_n \cdot x_{jn}, \bar{w}^T \cdot \bar{x}_j, j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

де y_j – сумарна кількість годин наукової роботи за усіма її групами показників, виконана працівником у j -тому році;

$\bar{x}_j = (x_{j1}, \dots, x_{jn})^T$ – вектор показників наукової діяльності, компоненти якого дорівнюють кількості виконаних годин для кожної групи показників в j -тому році;

$\bar{w} = (w_1, \dots, w_n)^T$ – вектор вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризуватиме «портрет» науковця.

Для виконання умов контракту науковець повинен виконати заплановані години по науковій роботі, кількість яких не може бути меншою як 30% від загальної кількості годин, які виконує працівник протягом навчального року та не може бути більшою як 60% від загальної кількості годин, які виконує працівник протягом навчального року (оскільки до 30% робочого часу науково-педагогічного працівника має бути обсяг навчальної роботи)[6-10].

Відповідно, для визначення «портрету» працівника щодо його наукової діяльності, інтервальні значення сумарної кількості годин наукової роботи $[y_j^-, y_j^+]$ можуть бути одержані спираючись на ці вимоги.

Тоді, беручи до уваги вираз 1 та задаючи для кожного з попередніх років умови виконання годин по науковій роботі в межах заданих інтервалів $[y_j^-, y_j^+]$, отримаємо умови для обчислення вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризують «портрет» науковця:

$$\begin{cases} y_1^- \leq w_1 \cdot x_{11} + w_2 \cdot x_{12} + \dots + w_i \cdot x_{1i} + \dots + w_n \cdot x_{1n} \leq y_1^+ \\ \vdots \\ y_j^- \leq w_1 \cdot x_{j1} + w_2 \cdot x_{j2} + \dots + w_i \cdot x_{ji} + \dots + w_n \cdot x_{jn} \leq y_j^+ \\ \vdots \\ y_N^- \leq w_1 \cdot x_{N1} + w_2 \cdot x_{N2} + \dots + w_i \cdot x_{Ni} + \dots + w_n \cdot x_{Nn} \leq y_N^+ \end{cases} \quad (2)$$

Серед важливих властивостей, отриманої інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР), варто зазначити, що вона є системою N лінійних нерівностей відносно n невідомих вагових коефіцієнтів $\bar{w} = (w_1, \dots, w_n)^T$.

Перепишемо систему (2) в матричному вигляді:

$$\bar{Y}^- \leq X \cdot \bar{w} \leq \bar{Y}^+, \quad (3)$$

де $\bar{Y}^- = \{y_j^-, j = 1, \dots, N\}$, $\bar{Y}^+ = \{y_j^+, j = 1, \dots, N\}$ – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів $[y_j^-, y_j^+]$, відповідно (варто зазначити, що у нашому випадку ці інтервали будуть однаковими, оскільки визначені нормативними документами);

$X = \{x_{ji}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, N\}$ – матриця значень показників наукової діяльності, компоненти якої дорівнюють кількості виконаних годин для кожної групи показників в кожному році.

Система (3) може не мати жодного розв'язку, тобто бути несумісною або мати багато розв'язків [11,12,22].

Нехай система (3) є сумісною. Позначимо через Ω множину (область) її розв'язків, тобто

$$\Omega = \{\bar{w} \in R^n \mid \bar{Y}^- \leq X \cdot \bar{w} \leq \bar{Y}^+\}. \quad (4)$$

Щодо отриманої системи інтервальних рівнянь, то її розв'язок геометрично є опуклий многогранник в просторі розв'язків. Зокрема, якщо $N < n$, то система недовизначена її потрібно доповнити обмеженнями типу $w_i^- \leq w_i \leq w_i^+$. Вибір цих обмежень залежить від суб'єктивних міркувань працівника, але може і ґрунтуватися на міркуваннях особи, яка є керівником працівника.

Якщо ж маємо умову $N=n$, то ІСЛАР є насиченою і геометрично її розв'язок є паралелограм [18].

У випадку $N > n$, - ІСЛАР (3) за допомогою процедур, описаних у працях [17,24] можна звести до насиченої.

Таким чином випадок ІСЛАР (3) за умови $N=n$ є дуже важливим, оскільки дає можливість отримати в аналітичному вигляді еліпсоїдні оцінки вектора вагових коефіцієнтів [16,23]. Тому розглянемо цей випадок детальніше.

Для цього випадку X – матриця значень (годин) показників наукової діяльності є квадратною (N стрічок на n стовпців).

Якщо визначник матриці не дорівнює нулю, то можна отримати матрицю X^{-1} [20,21,25], обернену до X і, відповідно, розв'язок такої системи лінійних алгебричних рівнянь [11, 12, 15]:

$$X^{-1} \cdot \bar{w}_s = \bar{Y}_s \quad (5)$$

де \bar{Y}_s – вектор, який складено із межових значень інтервалів $[y_j^-, y_j^+]$, наприклад, він може мати

такий вигляд $\vec{Y}_s = (y_1^-, y_2^+, y_3^+, \dots, y_N^-)$

Запишемо розв'язок цієї системи у такому вигляді:

$$\vec{w}_s = X^{-1} \cdot \vec{Y}_s. \quad (6)$$

Вектор \vec{w}_s є однією із вершин, загальна кількість яких $R = 2^n$ паралелотопа Ω , яку утворено перетином відповідних площин, заданих нерівностями (інтервальними рівняннями) системи (2). Центр паралелотопа обчислюємо за формулою:

$$\vec{w} = \frac{1}{2^n} \sum_{s=1}^{2^n} \vec{w}_s = X^{-1} \cdot \vec{Y}, \quad (7)$$

де \vec{Y} – вектор є середнім арифметичним усіх векторів, складених із межових значень річної норми годин, витрачених на наукову діяльність:

$$\vec{Y} = \frac{1}{2^n} \cdot (\sum_{s=1}^{2^n} \vec{Y}_s) = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_N)^T. \quad (8)$$

В подальшому, кожен частину отриманих властивостей розв'язків ІСЛАР (2), їх оцінок будемо ілюструвати прикладами.

Тепер перейдемо до отримання еліпсоїдних оцінок вектора вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризуватиме «портрет» науковця. Для цього, спираючись на лему 4.1 із праці [19] запишемо загальний вигляд допустимих оцінок вектора вагових коефіцієнтів для кожної групи показників у вигляді еліпсоїда.

$$Q_n^- = \{ \vec{w} \in R^n \mid (\vec{w} - \vec{w})^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot (\vec{w} - \vec{w}) \leq 1 \}, \quad (9)$$

де

$$\vec{w} = \frac{1}{2^n} \sum_{s=1}^{2^n} \vec{w}_s = X^{-1} \cdot \vec{Y}. \quad (10)$$

центр ваги еліпсоїда, який співпадає з центром паралелотопа Ω .

У виразі (9) за символ E позначено діагональну матрицю половин різниці верхньої та нижньої норми наукового навантаження, обчисленої з інтервалу $[y_j^-, y_j^+]$ Отже діагональні елементи матриці E обчислюємо за допомогою такої формули:

$$\tilde{\Delta}_j = 0,5 \cdot (y_j^+ - y_j^-) (j = 1, \dots, N) \quad (11)$$

Як бачимо, центри паралелотопа (у вигляді виразу (7)) і еліпсоїда (у вигляді (10)) співпадають.

Тепер перейдемо до інтервальних оцінок для векторів вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризуватиме «портрет» науковця. З цією метою задамо загальний вигляд інтервальної оцінки вагових коефіцієнтів у такому вигляді:

$$-\vec{\sigma} \cdot W \leq \vec{w} - \vec{w} \leq \vec{\sigma} \cdot W, \quad (12)$$

де $\vec{\sigma}$ – заданий, чи обчислений вектор впливів вагових коефіцієнтів
 W – невідомий коефіцієнт, що задає ширину інтервалу.

Варто зазначити, що у випадку, якщо припустити, що значення вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, обчислене для історичних даних розподілено за нормальним законом, то умову (12) можемо переписати у такому вигляді:

$$-\vec{\sigma} \cdot u(\alpha) \leq \vec{w} - \mu(\vec{w}) \leq \vec{\sigma} \cdot u(\alpha), \quad (13)$$

де в цьому випадку

$\vec{\sigma}$ – вектор відомих стандартних відхилень значень вагових коефіцієнтів від сподіваного значення $\mu(\vec{w})$;

$u(\alpha)$ – табличне значення (квантиль) нормованого нормального закону розподілу;

α – довірча імовірність.

Підставимо формулу для інтервалів (12) $-\vec{\sigma} \cdot W \leq \vec{w} - \vec{w} \leq \vec{\sigma} \cdot W$ замість $\vec{w} - \vec{w}$ у формулу для еліпсоїда (9), отримаємо:

$$W^2 \cdot ([-\vec{\sigma}; \vec{\sigma}])^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot ([-\vec{\sigma}; \vec{\sigma}]) \leq 1, \quad (14)$$

де $[-\vec{\sigma}; \vec{\sigma}]$ – інтервальна оцінка вагових коефіцієнтів.

Враховуючи симетричність інтервалів (12), а також, що центри паралелотопа і вписаного в нього еліпсоїда співпадають, вираз (14) переписемо в такому вигляді:

$$W^2 \cdot (\vec{\sigma})^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot (\vec{\sigma}) \leq 1. \quad (15)$$

Тоді, для визначення невідомого коефіцієнта W отримаємо таке рівняння:

$$W^2 \cdot \vec{\sigma}^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot \vec{\sigma} = 1 \quad (16)$$

$$W = \frac{1}{\sqrt{\vec{\sigma}^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot \vec{\sigma}}} \quad (17)$$

У загальному випадку, із рівняння (16) отримаємо оцінку коефіцієнта W .

Підставляючи отриману оцінку, замість W у вираз (12) отримаємо інтервали для вагових коефіцієнтів для кожної групи показників:

$$-\vec{\sigma} \cdot W + \vec{w} \leq \vec{w} \leq \vec{\sigma} \cdot W + \vec{w} \quad (18)$$

Таким чином отримали інтервальні оцінки вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризуватиме «портрет» науковця.

Окреме питання, це вибір вектора впливів вагових коефіцієнтів $\vec{\sigma}$. Як вже зазначалося, якщо є достатня вибірка статистичних даних, то можемо обчислити їх як вектор стандартних відхилень

значень вагових коефіцієнтів від сподіваного значення $\mu(\vec{w})$. У випадку, коли це зробити неможливо, пропонується їх обирати на основі такого співвідношення:

$$\vec{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{x}_j / y_j \quad (19).$$

Формула (19) дає можливість врахувати вплив кожної групи показників на загальну кількість годин, щодо наукового навантаження виконаного науково-педагогічним працівником.

Математична модель планування та прогнозування видів наукової діяльності та обсягів часу за кожної з них

Тепер, на підставі отриманого «портрету» працівника щодо його наукової діяльності можемо запланувати йому кількість годин в межах кожної групи показників. Зауважимо, що в силу отриманого «портрету» у вигляді інтервального вектора вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, заплановані години також матимуть інтервальний вигляд.

Отже, спираючись на математичну модель для визначення «портрету» працівника щодо його наукової діяльності (1), сумарну необхідну кількість годин, яку необхідно виконати науково-педагогічним працівником для прогнозованого року, подаємо у вигляді такого інтервального алгебричного рівняння (двохстороння нерівність):

$$y^- \leq [x_1^-; x_1^+] + [x_2^-; x_2^+] + \dots + [x_i^-; x_i^+] + \dots + [x_n^-; x_n^+] \leq y^+ \quad (20)$$

Варто зазначити, що умовою (20) можемо переписати у такому вигляді:

$$[x_1^-; x_1^+] + [x_2^-; x_2^+] + \dots + [x_i^-; x_i^+] + \dots + [x_n^-; x_n^+] \subseteq [y^-; y^+] \quad (21)$$

Позначимо:

$$[x_1^-; x_1^+] = y_p \cdot [w_1^-; w_1^+];$$

$$[x_2^-; x_2^+] = y_p \cdot [w_2^-; w_2^+]$$

⋮

$$[x_i^-; x_i^+] = y_p \cdot [w_i^-; w_i^+];$$

⋮

$$[x_n^-; x_n^+] = y_p \cdot [w_n^-; w_n^+] , \quad (22)$$

де y_p – деяке невідоме базове значення годин, які необхідно виконати науково-педагогічному працівнику для прогнозованого року.

Підставляючи (22) в інтервальне рівняння (21), отримаємо інтервальне рівняння для обчислення базове значення годин, які необхідно виконати науково-педагогічному працівнику для прогнозованого року:

$$y^- \leq [w_1^-; w_1^+] \cdot y_p + [w_2^-; w_2^+] \cdot y_p + \dots + [w_i^-; w_i^+] \cdot y_p + \dots + [w_n^-; w_n^+] \cdot y_p \leq y^+ \quad (23)$$

Перепишемо умову (23) у такому вигляді:

$$[w_1^-; w_1^+] \cdot y_p + [w_2^-; w_2^+] \cdot y_p + \dots + [w_i^-; w_i^+] \cdot y_p + \dots + [w_n^-; w_n^+] \cdot y_p \subseteq [y^-; y^+] \quad (24)$$

Тоді з використанням інтервальної арифметики отримаємо:

$$[y_p^-; y_p^+] \cdot ([w_1^-; w_1^+] + [w_2^-; w_2^+] + \dots + [w_i^-; w_i^+] + \dots + [w_n^-; w_n^+]) \subseteq [y^-; y^+] \quad (25).$$

Враховуючи, що усі інтервали $[y_p^-; y_p^+]$, $[w_1^-; w_1^+]$, $[w_2^-; w_2^+]$, ..., $[w_i^-; w_i^+]$, ..., $[w_n^-; w_n^+]$ мають додатні межі, отримаємо:

$$\begin{aligned} y_p^- \cdot (w_1^- + w_2^- + \dots + w_i^- + \dots + w_n^-) &\geq y^- \\ y_p^+ \cdot (w_1^+ + w_2^+ + \dots + w_i^+ + \dots + w_n^+) &\leq y^+ \end{aligned} \quad (26)$$

Звідси

$$\begin{aligned} y_p^- &= y^- / (w_1^- + w_2^- + \dots + w_i^- + \dots + w_n^-) \\ y_p^+ &= y^+ / (w_1^+ + w_2^+ + \dots + w_i^+ + \dots + w_n^+) \end{aligned} \quad (27)$$

Підставляючи отримане у значення годин, які необхідно виконати науково-педагогічному працівнику для прогнозованого року у вирази (22) отримаємо заплановані йому кількість годин в межах кожної групи показників в інтервальному вигляді:

$$\begin{aligned} [x_1^-; x_1^+] &= [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_1^-; w_1^+], [x_2^-; x_2^+] = [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_2^-; w_2^+], \dots, \\ [x_i^-; x_i^+] &= [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_i^-; w_i^+], \dots, [x_n^-; x_n^+] = [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_n^-; w_n^+] \end{aligned} \quad (24)$$

Приклади застосування методу прогнозування показників наукової діяльності на основі аналізу інтервальних даних

Щоб наочно продемонструвати практичне застосування розробленого методу прогнозування, нижче розглянуто конкретні приклади, побудовані на реальних даних наукової активності. Послідовно висвітлено ключові етапи — від формування інтервальної системи рівнянь до отримання числових оцінок та побудови геометричних інтерпретацій у вигляді паралелотопа та еліпсоїда.

Приклад 1. Розглянемо приклад формування розв'язків ІСЛАР у вигляді паралелотопа Ω . Обмежимося випадком, коли кількість видів наукової діяльності становить $N=n=2$.

У якості вихідних даних використано показники наукової активності одного з науковців, отримані на основі рейтингової системи ЗУНУ. Для 2023 року зафіксовано дві основні складові наукової діяльності: публікаційна та проектно-патентна активність, яким відповідають значення $x_1 =$

114 год. та $x_2 = 152$ год. відповідно. У 2024 році значення цих самих показників становили $x_1 = 200$ год. і $x_2 = 80$ год.

Для побудови моделі сформуємо інтервальну систему, яка відображає залежність обсягу виконаного наукового навантаження від вагових коефіцієнтів видів діяльності.

Система має такий вигляд:

$$\begin{cases} y_1 = w_1 \cdot 114 + w_2 \cdot 152 \\ y_2 = w_1 \cdot 200 + w_2 \cdot 80 \end{cases}$$

де y_1 та y_2 – обсяги виконаного наукового навантаження у відповідні роки.

Задамо необхідні умови, за яких сумарний обсяг виконаного наукового навантаження протягом 2023 та 2024 років повинен належати інтервалу $[480; 800]$, тобто $y^- = 480$, $y^+ = 800$.

На основі емпіричних даних щодо кількості виконаних годин у 2023 та 2024 роках інтервальну систему можна переписати в матричному вигляді (3), де матриця X набуває вигляду:

$$X = \begin{bmatrix} 114 & 152 \\ 200 & 80 \end{bmatrix},$$

а вектори меж інтервалів визначаються як:

$$\vec{y}^- = \begin{bmatrix} 480 \\ 480 \end{bmatrix}, \quad \vec{y}^+ = \begin{bmatrix} 800 \\ 800 \end{bmatrix},$$

У цьому випадку кожен рядок матриці X відповідає кількості годин, витрачених на відповідні види наукової діяльності у певному році, а вектор вагових коефіцієнтів $\vec{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$ визначає відносну значущість кожного виду діяльності. Інтервальна система (3) в такому разі описує множину всіх допустимих комбінацій ваг, які забезпечують виконання заданого обсягу наукового навантаження в обох часових періодах[14].

Для прикладу, розглянутого вище, множина розв'язків системи (3), що відповідає умовам щодо необхідного обсягу наукового навантаження у 2023 та 2024 роках, має вигляд:

$$\Omega = \left\{ \vec{w} \in R^2 \mid \begin{bmatrix} 480 \\ 480 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 114 & 152 \\ 200 & 80 \end{bmatrix} \cdot \vec{w} \leq \begin{bmatrix} 800 \\ 800 \end{bmatrix} \right\}.$$

Отримана множина Ω є підмножиною евклідового простору R^2 і відображає всі можливі значення вагових коефіцієнтів $\vec{w} = (w_1, w_2)^T$, при яких виконується нормативне навантаження в межах заданих інтервалів. Геометрично така множина є опуклою (паралелограмом), який обмежує допустимі поєднання значущості видів діяльності відповідно до встановлених річних нормативів.

Обчислюємо визначник матриці X :

$$X = \begin{bmatrix} 114 & 152 \\ 200 & 80 \end{bmatrix}, \quad \det(X) = 114 \cdot 80 - 152 \cdot 200 = -21280 \neq 0,$$

Визначник не дорівнює нулю і це свідчить про те, що система має єдиний розв'язок для кожного вектора навантаження \vec{Y}_s , сформованого як комбінація нижніх та верхніх меж інтервалів $[y_j^-, y_j^+]$. Наприклад, якщо взяти вектор:

$$\vec{Y}_s = \begin{bmatrix} 800 \\ 800 \end{bmatrix},$$

тобто максимальні допустимі значення навантаження для обох років, то відповідна точкова оцінка вагових коефіцієнтів визначається за формулою (6).

Аналогічно, можна побудувати $R = 2^r = 4$ таких векторів \vec{Y}_i , кожен з яких відповідає одній із можливих комбінацій меж інтервалів. Зокрема:

$$\vec{Y}_1 = \begin{bmatrix} 480 \\ 480 \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_2 = \begin{bmatrix} 480 \\ 800 \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_3 = \begin{bmatrix} 800 \\ 480 \end{bmatrix}, \quad \vec{Y}_4 = \begin{bmatrix} 800 \\ 800 \end{bmatrix},$$

Відповідні значення $\vec{w}_s = X^{-1} \cdot \vec{Y}_s$ формують вершини цього паралелограма у просторі вагових коефіцієнтів.

Центр паралелотопа — як середнє арифметичне всіх його вершин — обчислюємо за формулою (7) та отримуємо такий результат:

$$\vec{Y} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 480 + 480 + 800 + 800 \\ 480 + 800 + 480 + 800 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 640 \\ 640 \end{bmatrix}$$

Отже, підставивши цей середній вектор у рівняння (7), отримаємо центр паралелотопа у просторі вагових коефіцієнтів:

$$\vec{w} = X^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 640 \\ 640 \end{bmatrix} = \frac{1}{-21280} \cdot \begin{bmatrix} 80 & -152 \\ -200 & 114 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 640 \\ 640 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2.165 \\ 2.586 \end{bmatrix}$$

Цей вектор може розглядатися як усереднена оцінка значущості кожного виду наукової діяльності, необхідного для досягнення бажаного результату за умов заданої інтервальної невизначеності.

Тепер знайдемо графічний розв'язок системи, що визначає множину допустимих значень вагових коефіцієнтів $\vec{w} = (w_1, w_2)^T$, які задовольняють інтервальні обмеження (3).

Як видно на представленому графіку (Рис. 2), кожна з паралельних смуг відповідає одному з інтервальних рівнянь, у яких права частина варіюється в межах $[480; 800]$. Світло-сірим та середньо-

сірим півпрозорим заповненням позначено допустимі області значень, які задовольняють відповідно першу та другу нерівність окремо. Темно-сіра область перетину цих смуг позначена символом Ω і являє собою геометричне відображення множини допустимих розв'язків — паралелограма Ω .

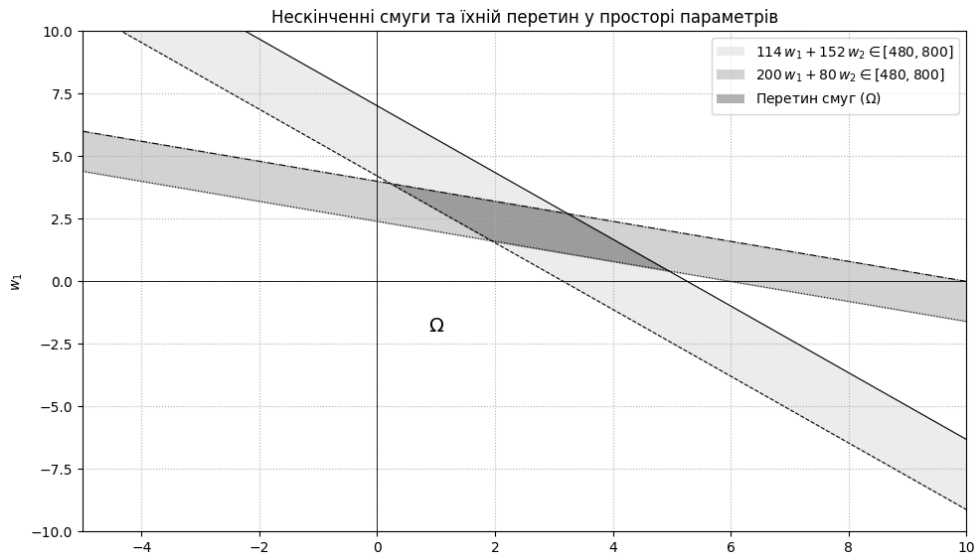


Рис. 2 Область допустимих розв'язків системи (3), побудована як перетин смуг, що відповідають інтервалам значень для 2023 та 2024 років

З графіка видно, що ця множина є **опуклою, замкненою та обмеженою**, що повністю узгоджується з теоретичними властивостями розв'язків інтервальних систем при невідродженій матриці коефіцієнтів X . Центральна точка області Ω , що відповідає **центру тяжіння паралелограма** та збігається з аналітично обчисленим усередненим значенням вагових коефіцієнтів згідно з формулою (7).

Приклад 2. Розглянемо побудову еліпсоїдної оцінки для вагових коефіцієнтів на даних прикладу 1.

Як зазначалося, у якості вихідних даних використано показники наукової активності одного з науковців, отримані на основі рейтингової системи ЗУНУ за 2023 та 2024 рік. Для цього прикладу отримано область розв'язків вагових коефіцієнтів у вигляді паралелограма

$$\Omega = \left\{ \vec{w} \in R^2 \mid \begin{bmatrix} 480 \\ 480 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 114 & 152 \\ 200 & 80 \end{bmatrix} \cdot \vec{w} \leq \begin{bmatrix} 800 \\ 800 \end{bmatrix} \right\}$$

Центр еліпсоїда співпадає з центром паралелограма, обчислено за формулою:

$$\vec{w} = X^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 640 \\ 640 \end{bmatrix} = \frac{1}{-21280} \cdot \begin{bmatrix} 80 & -152 \\ -200 & 114 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 640 \\ 640 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2.165 \\ 2.586 \end{bmatrix}$$

Діагональна матриця E^{-2} має такий вигляд

$$E^{-2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{A_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{25600} & 0 \\ 0 & \frac{1}{25600} \end{pmatrix}$$

Таким чином формула для еліпсоїда в нашому випадку буде мати такий вигляд:

$$Q_n^- = \left\{ \vec{w} \in R^n \mid \left(\vec{w} - \begin{pmatrix} 2.165 \\ 2.586 \end{pmatrix} \right)^T \cdot \begin{pmatrix} 114 & 200 \\ 152 & 80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{25600} & 0 \\ 0 & \frac{1}{25600} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 114 & 200 \\ 152 & 80 \end{pmatrix} \cdot \left(\vec{w} - \begin{pmatrix} 2.165 \\ 2.586 \end{pmatrix} \right) \leq 1 \right\}$$

На рисунку 3 наведено область допустимих розв'язків Ω ІСЛАР (3) та її еліпсоїдна оцінка для векторів вагових коефіцієнтів для кожної групи показників, що характеризуватиме «портрет» науковця.

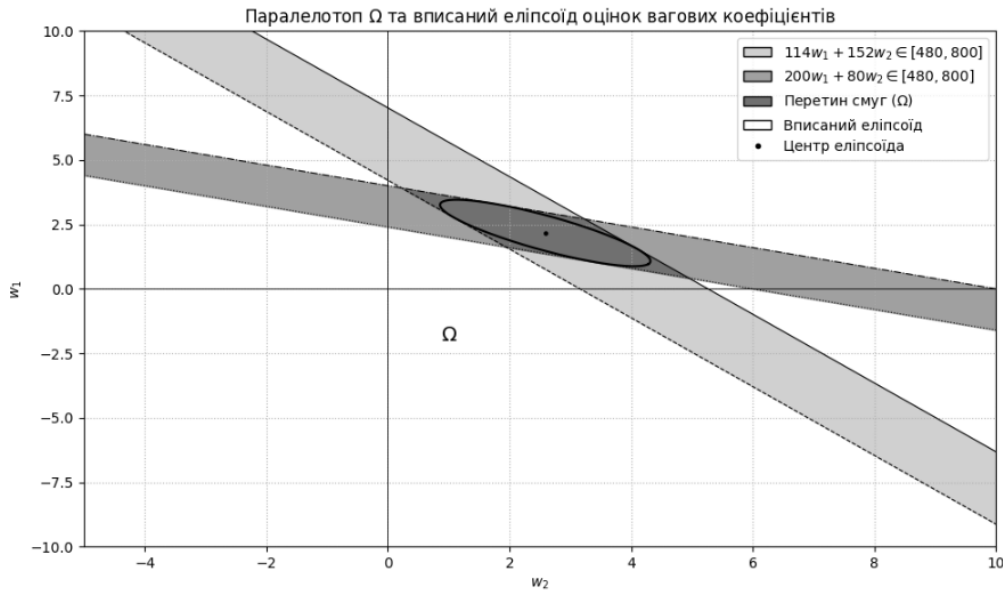


Рис. 3. Область допустимих розв'язків Ω ІСЛАР (3) та її еліпсоїдна оцінка

Приклад 3. Розглянемо приклад отримання інтервальних оцінок коефіцієнтів для кожної групи показників, на даних прикладу 1.

Використовуючи формулу (17) та (19), отримаємо:

$$W = \frac{1}{\sqrt{\bar{\sigma}^T \cdot X^T \cdot E^{-2} \cdot X \cdot \bar{\sigma}}} = \frac{1}{\sqrt{(0.571; 0.429) \cdot \begin{pmatrix} 114 & 200 \\ 152 & 80 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{25600} & 0 \\ 0 & \frac{1}{25600} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 114 & 200 \\ 152 & 80 \end{pmatrix} \cdot (0.571)} = 0.827$$

де $\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{x}_j / y_j = \begin{pmatrix} 0,571 \\ 0,429 \end{pmatrix}$

Надалі, при визначенні інтервалу вагових коефіцієнтів, підставляємо цей отриманий результат разом із вектором центрів \bar{w} у вираз (18), отримаємо:

$$[\bar{w}] = \begin{pmatrix} [w_1^-; w_1^+] \\ [w_2^-; w_2^+] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [2.165 - 0.571 \cdot 0.827; 2.165 + 0.571 \cdot 0.827] \\ [2.586 - 0.429 \cdot 0.827; 2.586 + 0.429 \cdot 0.827] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1.693; 2.637] \\ [2.232; 2.940] \end{pmatrix}$$

Варто зазначити, що отримані інтервальні оцінки, дають можливість спрогнозувати та запланувати години по науковій роботі, в розрізі показників наукової діяльності для кожної групи показників в j -тому році, кількість яких не може бути меншою як 30% від загальної кількості годин, які виконує працівник протягом навчального року та не може бути більшою як 60% від загальної кількості годин (оскільки до 30% робочого часу науково-педагогічного працівника має бути обсяг навчальної роботи), які виконує працівник протягом навчального року. При цьому буде враховано «портрет» працівника щодо його наукової діяльності у вигляді інтервального вектора $[\bar{w}] = \begin{pmatrix} [w_1^-; w_1^+] \\ [w_2^-; w_2^+] \end{pmatrix}$.

Після визначення інтервальних оцінок вагових коефіцієнтів для кожної групи показників наукової діяльності, постає задача переходу від узагальненого «портрета» працівника до деталізованого плану наукової роботи в розрізі окремих підгруп. Такий перехід дає змогу з більшою точністю розподілити запланований обсяг наукових годин між конкретними видами діяльності, що входять до складу кожної функціональної групи. З цією метою скористаємось раніше отриманими інтервальними ваговими коефіцієнтами та виконаємо відповідні обчислення для визначення інтервального вигляду запланованої кількості годин у межах кожної підгрупи.

Маючи інтервальні вагові коефіцієнти:

$$[w_1^-, w_1^+] = [1.693; 2.637], \quad [w_2^-, w_2^+] = [2.232; 2.940]$$

Обчислимо y_p^- та y_p^+ :

$$y_p^- = y^- / (w_1^- + w_2^-) = 480 / (1.693 + 2.232) = 121.982$$

$$y_p^+ = y^+ / (w_1^+ + w_2^+) = 800 / (2.637 + 2.940) = 143.446$$

Тоді інтервальний вигляд запланованої кількості годин в межах кожної групи показників буде:

$$[x_1^-; x_1^+] = [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_1^-; w_1^+] = [121.982; 143.446] \cdot [1.693; 2.637] = [206.515; 378.267]$$

$$[x_2^-; x_2^+] = [y_p^-; y_p^+] \cdot [w_2^-; w_2^+] = [121.982; 143.446] \cdot [2.232; 2.940] = [272.263; 421.731]$$

Таким чином, на основі інтервального «портрета» науково-педагогічного працівника отримано інтервальный розподіл планових годин наукової діяльності в межах кожної підгрупи показників. Результати розрахунків свідчать про те, що сумарне наукове навантаження, отримане шляхом агрегування відповідних інтервалів, повністю входить у заданий нормативний діапазон [480; 800] годин, що було визначено як обмеження у попередніх етапах моделювання. Це підтверджує узгодженість моделі з нормативними вимогами та її придатність для практичного застосування в процесі планування.

Висновки

У межах проведеного дослідження розроблено математичну модель прогнозування наукової діяльності науково-педагогічних працівників в умовах обмеженого обсягу історичних даних. Запропонований підхід ґрунтується на агрегуванні різнорідних індикаторів наукової активності в ієрархічну структуру функціональних груп, що дозволяє зменшити розмірність вхідних даних та підвищити достовірність оцінювання. Модель базується на інтервальному аналізі, що дозволяє враховувати невизначеність у даних та формувати прогнозні інтервали для вагових коефіцієнтів, які визначають індивідуальний «портрет» науковця.

Отримані результати підтверджують, що запропонована система інтервальних лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР) забезпечує побудову множини допустимих розв'язків у вигляді опуклого паралелограма в просторі вагових коефіцієнтів. Додатково розглянуто можливість побудови еліпсоїдних оцінок, які дозволяють сформувати довірчі межі для прогнозів з урахуванням нормального розподілу коефіцієнтів. Наведені приклади демонструють узгодженість теоретичних конструкцій моделі з емпіричними даними та нормативними вимогами до обсягу наукового навантаження.

Застосування цієї моделі дозволяє не лише оцінити минулу ефективність наукової діяльності, а й обґрунтовано планувати майбутнє навантаження в межах кожної з функціональних груп показників, що є актуальним для формування індивідуальних планів науково-педагогічних працівників. Таким чином, результати дослідження мають практичне значення для впровадження в системи внутрішнього моніторингу та управління науковою діяльністю в закладах вищої освіти.

Література

1. Про вищу освіту [Електронний ресурс] : Закон України від 01.07.2014 № 1556-VII : станом на 1 черв. 2025 р. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18#Text> (дата звернення: 06.07.2025). – Назва з екрана.
2. Про освіту [Електронний ресурс] : Закон України від 05.09.2017 № 2145-VIII : станом на 1 черв. 2025 р. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення: 06.07.2025). – Назва з екрана.
3. Про наукову і науково-технічну діяльність [Електронний ресурс] : Закон України від 26.11.2015 № 848-VIII : станом на 9 квіт. 2025 р. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/848-19#Text> (дата звернення: 06.07.2025). – Назва з екрана.
4. Дзюба С. Облік робочого часу й оцінювання трудових затрат науково-педагогічних працівників закладів вищої освіти України / С. Дзюба // Вища освіта України. – 2018. – № 4 (71). – С. 15–24.
5. Положення про планування та облік роботи науково-педагогічних працівників Західноукраїнського національного університету (нова редакція) [Електронний ресурс]. – Тернопіль: ЗУНУ, 2024. – 27 с. – Режим доступу: https://www.wunu.edu.ua/pdf/public_inf/Polozhennya%20pro%20planuvannya%20ta%20oblik%20roboty.pdf (Дата звернення: 06.07.2025). – Назва з екрана.
6. Андрашко Ю. В. Огляд методів оцінювання діяльності науково-педагогічних працівників та вищих навчальних закладів // Управління розвитком складних систем. – 2017. – № 29. – С. 151–159.
7. Двухглавов Д. Е. Формалізація процесу підготовки плану навчального навантаження викладачів кафедри закладу вищої освіти // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – 2022. – Т. 1, № 7. – С. 35–45.
8. Porova A., Lyndina Y., Matseiko N. Scientific activity of academic staff at the university: reflections on the impact of contemporary conditions // Scientific Papers of Berdiansk State Pedagogical University. Series: Pedagogical Sciences. – 2023. – Т. 1, № 2. – С. 56–70. – DOI: <https://doi.org/10.31494/2412-9208-2023-1-2-56-70>.
9. Garay A., Ruvi R. Digital competence in scientific research in higher education // International Journal of Health Sciences. – 2022. – С. 5778–5787. – DOI: <https://doi.org/10.53730/ijhs.v6ns5.10242>.
10. Спірін О. Основні складники цифрової компетентності наукових і науково-педагогічних працівників закладів вищої освіти України // UNESCO Chair Journal "Lifelong Professional Education in the XXI Century". – 2024. – Т. 2, № 10. – С. 91–103. – DOI: [https://doi.org/10.35387/ucj.2\(10\).2024.0007](https://doi.org/10.35387/ucj.2(10).2024.0007).
11. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними

: монографія. – Тернопіль : Економічна думка ТНЕУ, 2011. – 215 с.

12. Дивак М. П., Пукас А. В., Олійник І. С. Особливості комп'ютерної реалізації методу локалізації параметрів інтервальних моделей із виділенням «насиченого блоку» // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2014. – № 2. – С. 59–71.

13. Manzhula V., Dyvak M., Zabchuk V. The improved method for identifying parameters of interval nonlinear models of static systems // International Journal of Computing. – 2024. – С. 19–25. – DOI: <https://doi.org/10.47839/ijc.23.1.3431>.

14. Дивак М. П., Мельник А. М., Манжула В. І. Знання-орієнтовані системи для ідентифікації інтервальних математичних моделей складних динамічних та статичних об'єктів : монографія. – Тернопіль : ЗУНУ, 2024. – 288 с.

15. Дивак М. П. Прикладні задачі структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей складних об'єктів : монографія / М. П. Дивак, А. В. Пукас, Н. П. Парплиця, А. М. Мельник. – Тернопіль : Університетська думка, 2021. – 212 с.

16. Method of structural identification of nonlinear interval models of static objects / M. P. Dyvak et al. // Information Technology and Computer Engineering. – 2022. – Т. 54, № 2. – С. 103–114. – DOI: <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2022-54-2-103-114>.

17. Дивак М. П. Ідентифікація дискретних моделей систем з розподіленими параметрами на основі аналізу інтервальних даних : монографія / М. П. Дивак, Н. П. Порплиця, Т. М. Дивак. – Тернопіль : Економічна думка ТНЕУ, 2018. – 220 с.

18. Structure identification of difference equations with interval estimates of their parameters / M. Dyvak et al. // 2019 IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM) : матеріали конф. (м. Polyana, Ukraine, 26 лют. – 2 берез. 2019 р.). – 2019. – DOI: <https://doi.org/10.1109/cadsm.2019.8779308>.

19. The task of parametric identification the interval models with nonlinear parameters / M. Dyvak et al. // 2022 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : матеріали конф. (м. Ruzomberok, Slovakia, 26–28 верес. 2022 р.). – 2022. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit54803.2022.9913166>.

20. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise / M. Dyvak et al. // Mathematics. – 2020. – Т. 8, № 12. – С. 2116. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math8122116>.

21. A new method identification of interval discrete models of objects with a randomized selection of structural elements / M. Dyvak et al. // 2023 13th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : матеріали конф. (м. Wrocław, Poland, 21–23 верес. 2023 р.). – 2023. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit58437.2023.10275572>.

22. Transformation of mathematical model for complex object in form of interval difference equations to a differential equation / M. Dyvak et al. // International Journal of Computing. – 2023. – С. 219–224. – DOI: <https://doi.org/10.47839/ijc.22.2.3091>.

23. The task of structural identification the interval models of static objects with multiple parameters / M. Dyvak et al. // 2022 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : матеріали конф. (м. Ruzomberok, Slovakia, 26–28 верес. 2022 р.). – 2022. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit54803.2022.9913146>.

24. Дивак М. П., Мельник А. М., Кедрін Є. С., Отоо Ф. А. Інтервальна модель портрету користувачів тематичної групи з проблем екології у соціальній мережі // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2022. – Вип. 41, № 1. – С. 78–88.

25. Мельник А., Дивак М. Метод структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей складних об'єктів із адаптивним налаштуванням вибору структурних елементів // Measuring and Computing Devices in Technological Processes. – 2022. – № 3. – С. 61–72. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-7>.

References

1. Pro vyshchu osvitu [Elektronnyi resurs] : Zakon Ukrainy vid 01.07.2014 № 1556-VII : stanom na 1 cherv. 2025 r. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/1556-18#Text> (data zvernennia: 06.07.2025). – Nazva z ekrana.
2. Pro osvitu [Elektronnyi resurs] : Zakon Ukrainy vid 05.09.2017 № 2145-VIII : stanom na 1 cherv. 2025 r. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (data zvernennia: 06.07.2025). – Nazva z ekrana.
3. Pro naukovu i naukovo-tekhnicnu diialnist [Elektronnyi resurs] : Zakon Ukrainy vid 26.11.2015 № 848-VIII : stanom na 9 kvit. 2025 r. – Rezhym dostupu: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/848-19#Text> (data zvernennia: 06.07.2025). – Nazva z ekrana.
4. Dziuba S. Oblik robochoho chasu y otsiniuvannya trudovykh zatrat naukovo-pedahohichnykh pratsivnykiv zakladiv vyshchoi osvity Ukrainy / S. Dziuba // Vyshcha osvita Ukrainy. – 2018. – № 4 (71). – С. 15–24.
5. Polozhennia pro planuvannya ta oblik roboty naukovo-pedahohichnykh pratsivnykiv Zakhidnoukrainskoho natsionalnoho universytetu (nova redaktsiia) [Elektronnyi resurs]. – Ternopil: ZUNU, 2024. – 27 s. – Rezhym dostupu: https://www.wunu.edu.ua/pdf/public_inf/Polozhennya%20pro%20planuvannya%20ta%20oblik%20roboty.pdf (Data zvernennia: 06.07.2025). – Nazva z ekrana.
6. Andrashko Yu. V. Ohliad metodiv otsiniuvannya diialnosti naukovo-pedahohichnykh pratsivnykiv ta vyshchykh navchalnykh zakladiv // Upravlinnia rozvytkom skladnykh system. – 2017. – № 29. – С. 151–159.
7. Dvukhhlavov D. E. Formalizatsiia protsesu pidgotovky planu navchalnoho navantazhennia vykladachiv kafedry zakladu vyshchoi osvity // Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu "KhPI". Seriia: Systemnyi analiz, upravlinnia ta informatsiini tekhnolohii. – 2022. – Т. 1, № 7. – С. 35–45.

8. Popova A., Lyndina Y., Matseiko N. Scientific activity of academic staff at the university: reflections on the impact of contemporary conditions // *Scientific Papers of Berdiansk State Pedagogical University. Series: Pedagogical Sciences.* – 2023. – T. 1, № 2. – S. 56–70. – DOI: <https://doi.org/10.31494/2412-9208-2023-1-2-56-70>.
9. Garay A., Ruvi R. Digital competence in scientific research in higher education // *International Journal of Health Sciences.* – 2022. – S. 5778–5787. – DOI: <https://doi.org/10.53730/ijhs.v6ns5.10242>.
10. Spirin O. Osnovni skladnyky tsyfrovoi kompetentnosti naukovykh i naukovo-pedahohichnykh pratsivnykhiv zakladiv vyshchoi osvity Ukrainy // *UNESCO Chair Journal "Lifelong Professional Education in the XXI Century"*. – 2024. – T. 2, № 10. – S. 91–103. – DOI: [https://doi.org/10.35387/ucj.2\(10\).2024.0007](https://doi.org/10.35387/ucj.2(10).2024.0007).
11. Dyvak M. P. Zadachi matematychnoho modeliuвання statychnykh system z intervalnymy danymy : monohrafiia. – Ternopil : Ekonomichna dumka TNEU, 2011. – 215 s.
12. Dyvak M. P., Pukas A. V., Oliinyk I. S. Osoblyvosti kompiuternoї realizatsii metodu lokalizatsii parametriv intervalnykh modelei iz vydilenniam «nasychenoho bloku» // *Informatsiini tekhnolohii ta kompiuterna inzheneriia.* – 2014. – № 2. – S. 59–71.
13. Manzhula V., Dyvak M., Zabchuk V. The improved method for identifying parameters of interval nonlinear models of static systems // *International Journal of Computing.* – 2024. – S. 19–25. – DOI: <https://doi.org/10.47839/ijc.23.1.3431>.
14. Dyvak M. P., Melnyk A. M., Manzhula V. I. Znannia-orientovani systemy dlia identyfikatsii intervalnykh matematychnykh modelei skladnykh dynamichnykh ta statychnykh ob'ektiv : monohrafiia. – Ternopil : ZUNU, 2024. – 288 s.
15. Dyvak M. P. Prykladni zadachi strukturnoi ta parametrychnoi identyfikatsii intervalnykh modelei skladnykh ob'ektiv : monohrafiia / M. P. Dyvak, A. V. Pukas, N. P. Parplytsia, A. M. Melnyk. – Ternopil : Universytetska dumka, 2021. – 212 s.
16. Method of structural identification of nonlinear interval models of static objects / M. P. Dyvak et al. // *Information Technology and Computer Engineering.* – 2022. – T. 54, № 2. – S. 103–114. – DOI: <https://doi.org/10.31649/1999-9941-2022-54-2-103-114>.
17. Dyvak M. P. Identyfikatsiia dyskretnykh modelei system z rozpodilenykh parametramy na osnovi analizu intervalnykh danykh : monohrafiia / M. P. Dyvak, N. P. Porplytsia, T. M. Dyvak. – Ternopil : Ekonomichna dumka TNEU, 2018. – 220 s.
18. Structure identification of difference equations with interval estimates of their parameters / M. Dyvak et al. // *2019 IEEE 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems (CADSM) : materialy konf. (m. Polyana, Ukraine, 26 liut. – 2 berez. 2019 r.).* – 2019. – DOI: <https://doi.org/10.1109/cadsm.2019.8779308>.
19. The task of parametric identification the interval models with nonlinear parameters / M. Dyvak et al. // *2022 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : materialy konf. (m. Ruzomberok, Slovakia, 26–28 veres. 2022 r.).* – 2022. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit54803.2022.9913166>.
20. Interval model of the efficiency of the functioning of information web resources for services on ecological expertise / M. Dyvak et al. // *Mathematics.* – 2020. – T. 8, № 12. – S. 2116. – DOI: <https://doi.org/10.3390/math8122116>.
21. A new method identification of interval discrete models of objects with a randomized selection of structural elements / M. Dyvak et al. // *2023 13th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : materialy konf. (m. Wrocław, Poland, 21–23 veres. 2023 r.).* – 2023. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit58437.2023.10275572>.
22. Transformation of mathematical model for complex object in form of interval difference equations to a differential equation / M. Dyvak et al. // *International Journal of Computing.* – 2023. – S. 219–224. – DOI: <https://doi.org/10.47839/ijc.22.2.3091>.
23. The task of structural identification the interval models of static objects with multiple parameters / M. Dyvak et al. // *2022 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT) : materialy konf. (m. Ruzomberok, Slovakia, 26–28 veres. 2022 r.).* – 2022. – DOI: <https://doi.org/10.1109/acit54803.2022.9913146>.
24. Dyvak M. P., Melnyk A. M., Kedrin Ye. S., Otoo F. A. Intervalna model portretu korystuvachiv tematychnoi hrupy z problem ekolohii u sotsialnii merezhi // *Optyko-elektronni informatsiino-enerhetychni tekhnolohii.* – 2022. – Vyp. 41, № 1. – S. 78–88.
25. Melnyk A., Dyvak M. Metod strukturnoi identyfikatsii intervalnykh dyskretnykh modelei skladnykh ob'ektiv iz adaptivnym nalashtuvanniam vyboru strukturykh elementiv // *Measuring and Computing Devices in Technological Processes.* – 2022. – № 3. – S. 61–72. – DOI: <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-71-3-7>