

ДОНСЬКИЙ ОЛЕКСАНДР

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0009-0007-7023-2076>-mail: tiger119943@gmail.com**БАРАСЬ СВЯТОСЛАВ**

Вінницький національний технічний університет

e-mail: barasst03@gmail.com

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ СВІТЛА В ОПТИЧНИХ ВОЛОКНАХ З УРАХУВАННЯМ РОЗСІЮВАННЯ МАНДЕЛЬШТАМА-БРІЛЛЮЕНА

У цій роботі розглянуто математичне моделювання поширення світла в оптоволоконних лініях зв'язку з урахуванням розсіювання Мандельштама-Бріллюена (РМБ). Детально проаналізовано фізичні механізми, що зумовлюють виникнення цього розсіювання, зокрема взаємодію електромагнітних хвиль з акустичними фононами у волоконному середовищі, що призводить до появи зсунутої за частотою зворотно поширюваної хвилі та зміни спектральних і характеристик потужності сигналу. Подано математичні моделі, побудовані на основі зв'язаних диференціальних рівнянь, що описують взаємодію між світловою хвилею та акустичними коливаннями у волокні, з урахуванням таких параметрів, як нелінійний коефіцієнт підсилення, акустичне загасання та вплив зовнішніх чинників. Проведено аналіз сучасних досліджень і найбільш актуальних методів пригнічення або контролю РМБ, зокрема шляхом застосування спеціальних форматів модуляції, керування температурою та використання волокон зі зміненою структурою. Визначено перспективні напрями подальших наукових робіт, включно з удосконаленням обчислювальних моделей і розробленням нових експериментальних підходів для зниження нелінійних спотворень і підвищення надійності волоконно-оптичних систем зв'язку.

Ключові слова: розсіювання Мандельштама-Бріллюена, оптоволоконна передача, математичне моделювання, акустооптична взаємодія, зсув частоти, поширення світла.

DONSKYI OLEKSANDR**BARAS SVIATOSLAV**

Vinnytsia National Technical University

MATHEMATICAL MODELING OF LIGHT PROPAGATION IN OPTICAL FIBERS TAKING INTO ACCOUNT MANDELSTAM-BRILLOUIN SCATTERING

The paper presents a detailed study of the mathematical modeling of light propagation in modern fiber-optic communication lines, taking into account the phenomenon of Mandelstam-Brillouin scattering (SBS), which plays a significant role in the formation of nonlinear effects in optical fibers. Particular attention is paid to the physical mechanisms responsible for the occurrence of this type of scattering, including the interaction of electromagnetic waves with acoustic phonons in the fiber medium, which leads to the appearance of a frequency-shifted backward-propagating wave and changes the spectral and power characteristics of the transmitted signal. The work provides a comprehensive analysis of the impact of SBS on signal quality, such as the increase in noise level, reduction in transmission efficiency, and limitations on the maximum achievable power of optical channels. A set of mathematical models based on coupled differential equations derived from Maxwell's equations and acoustic wave equations is presented, allowing for a more accurate description of the interaction between the light wave and acoustic vibrations of the medium, as well as the consideration of such parameters as nonlinear gain, acoustic damping, and the effects of external influences. A review of current research and the most relevant approaches to suppressing or controlling SBS in long-distance fiber-optic systems is conducted, including methods based on modulation formats, temperature control, and the use of special fiber structures. Finally, promising directions for further scientific and practical work are identified, including the development of advanced computational models and experimental techniques aimed at optimizing the design of optical communication systems with reduced nonlinear distortions and enhanced reliability.

Keywords: Mandelstam-Brillouin scattering, fiber optic transmission, mathematical modeling, acousto-optic interaction, frequency shift, light propagation.

Стаття надійшла до редакції / Received 05.08.2025

Прийнята до друку / Accepted 26.08.2025

Постановка проблеми

Широкомасштабне розгортання волоконно-оптичних систем передачі даних супроводжується зростанням потужності переданих сигналів та необхідністю підтримання їх стабільності на довгих ділянках. Однією з найбільш значущих проблем, що виникає в таких умовах, є розсіювання Мандельштама-Бріллюена (РМБ), яке призводить до зворотного поширення сигналу, втрат енергії та спотворення інформаційного потоку. У контексті практичних телекомунікаційних завдань, а також розробки точних сенсорних систем, виникає необхідність у створенні адекватних математичних моделей, здатних точно описати ці нелінійні процеси.

Аналіз досліджень і формулювання цілей статті

Розсіювання Мандельштама-Бріллюена (РМБ) є одним із ключових нелінійних ефектів у волоконно-оптичних системах, що виникає внаслідок взаємодії фотонів оптичного сигналу з акустичними квазічастинками — фононами, які створюють періодичну модуляцію показника заломлення у волокні. Це призводить до формування зворотно поширюваної хвилі зі зміненою частотою, що істотно впливає на спектральні та енергетичні характеристики переданого сигналу.

Особливо при високих рівнях оптичної потужності РМБ обмежує максимальну пропускну здатність каналу, знижуючи ефективність передачі та погіршуючи якість зв'язку.

У науковій літературі [1, 2] докладно описані фундаментальні принципи нелінійної взаємодії світла з матеріалом, що є основою розуміння процесів РМБ. У дослідженні [5] надано важливе уявлення про природу частотного зсуву, пов'язаного з акустичними коливаннями у волокні, а робота [4] зосереджена на застосуванні цього явища у сенсорних системах, зокрема для дистрибутованого вимірювання температури та механічних деформацій.

Водночас, більшість існуючих моделей розсіювання розглядають спрощені одномодові умови, а також часто нехтують впливом флуктуаційних змін фізичних параметрів волокна, таких як неоднорідності показника заломлення та температурні варіації. Питання параметричної нестабільності та насичення ефекту РМБ у реальних робочих умовах залишаються недостатньо дослідженими, що знижує ефективність моделювання та прогнозування поведінки систем.

Значна увага приділяється чисельним методам розв'язання відповідних диференціальних рівнянь, що описують взаємодію оптичної та акустичної хвиль. Використання таких методів, зокрема методів скінченних різниць та інтегрування Рунге–Кутти, дозволяє отримати точніші результати та оцінити вплив різноманітних параметрів середовища.

Практичною складовою досліджень є розгляд ефективних способів зниження ефективності РМБ. Серед перспективних підходів — імпульсна модуляція оптичного збудження, яка знижує акустооптичну взаємодію, а також застосування спеціалізованих волокон зі змінною геометрією (tapered fibers), що порушують умови фазового узгодження і зменшують інтенсивність розсіювання. Ці методи сприяють підвищенню допустимого рівня потужності та покращенню стабільності волоконно-оптичних систем.

Метою роботи є: формулювання та всебічний аналіз математичної моделі розсіювання Мандельштама–Брілюєна з урахуванням багатопараметричних змін фізичних властивостей волокна та зовнішніх факторів, а також розробка практичних рекомендацій щодо ефективного контролю та пригнічення РМБ у сучасних системах передачі даних. Реалізація поставлених завдань дозволить підвищити якість і надійність телекомунікаційних мереж, розширити їх функціональні можливості й адаптувати до умов реальної експлуатації.

Основний матеріал дослідження

Розсіювання Мандельштама–Брілюєна (РМБ) є одним із ключових нелінійних ефектів у волоконно-оптичних системах, що виникає внаслідок зворотної взаємодії фотонів оптичного сигналу з фононами — акустичними квазічастинками, які індукують періодичну модуляцію показника заломлення у волокні.

Унаслідок чого формується зворотно поширювана хвиля зі зміщеною частотою, яка має значний вплив на спектральні та енергетичні характеристики переданого сигналу. При високих рівнях оптичної потужності РМБ обмежує максимальну пропускну здатність каналу, знижує ефективність передавання та може призводити до деградації якості системи зв'язку.

Для опису цього процесу використано математичну модель, що ґрунтується на системі зв'язаних диференціальних рівнянь для оптичної та акустичної хвиль:

1. Рівняння для оптичної хвилі:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial A}{\partial t} = i \cdot g_B \cdot B \cdot A - \alpha \cdot A, \quad (1)$$

2. Рівняння для акустичної хвилі:

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \Gamma \cdot B = i \cdot h \cdot |A|^2, \quad (2)$$

де:

A — амплітуда оптичної хвилі;

B — амплітуда акустичної хвилі;

v_g — групова швидкість;

g_B — коефіцієнт Брілюєнівського підсилення;

Γ — коефіцієнт загасання акустичної хвилі;

α — втрати в оптичному волокні;

h — параметр нелінійного зв'язку, що визначає ефективність перетворення енергії між оптичною та акустичною хвилями.

Частотний зсув РМБ розраховується за виразом:

$$\Omega_B = \frac{2 \cdot n \cdot v_a}{\lambda}. \quad (3)$$

Значення залежить від фізичних параметрів волокна, включаючи швидкість звуку, показник заломлення і довжину хвилі.

Інтенсивність зворотного сигналу визначається як:

$$I(z) = I_0 \cdot e^{g_B \cdot P_p \cdot L_{eff}}, \quad (4)$$

де L_{eff} — ефективна довжина волокна, $L_{eff} = \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha}$.

Для чисельного розв'язання моделі часто застосовується метод скінченних різниць із явною схемою, коли обчислення проводиться по часових шарах. У деяких випадках доцільне використання методу Рунге–Кутти 4-го порядку, що забезпечує вищу точність:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5)$$

де k_1, k_2, k_3, k_4 — похідні на відповідних підінтервалах, h — крок інтегрування.

Для стабілізації обчислень використовується нормалізація змінних:

$$\xi = \frac{z}{L}, \quad \tau = \frac{t}{T}, \quad \mathcal{A}(\xi, \tau) = \frac{A(z, t)}{A^0},$$

що дозволяють зменшити похибку чисельного інтегрування та спростити аналіз отриманих результатів.

Проведені обчислення демонструють залежність інтенсивності розсіювання від потужності оптичного збудження, геометричних параметрів волокна та температурних умов експлуатації. При високих рівнях введеної потужності процес РМБ досягає режиму насичення, що істотно знижує ефективність передавання сигналу та обмежує робочий діапазон системи.

У зв'язку з цим проведено аналіз сценаріїв, спрямованих на повне або часткове пригнічення РМБ. Зокрема, розглянуто використання імпульсної модуляції оптичного збудження, що призводить до зменшення ефективності акустооптичної взаємодії, а також впровадження спеціалізованих волокон зі змінною геометрією (tapered fibers), які порушують умови фазового узгодження між оптичними та акустичними модами. Ці підходи є перспективними для підвищення допустимого рівня передаваної потужності та розширення функціональних можливостей волоконно-оптичних систем.

Аналіз сценаріїв повного зниження ефективності РМБ

1. Імпульсна модуляція накачки

Принцип дії

Замість безперервного накачування вводиться імпульсна послідовність з короткими імпульсами високої потужності, розділеними паузами.

Принцип зниження ефективності РМБ

Імпульсна модуляція дозволяє зменшити середнє значення потужності, що діє на середовище, тим самим знижуючи насичення РМБ і даючи час для релаксації збуджених фонових фононів. Це ефективно знижує накопичення фонових збуджень, що є причиною зворотного розсіювання.

Графічне зображення можна побачити на рисунку 1.

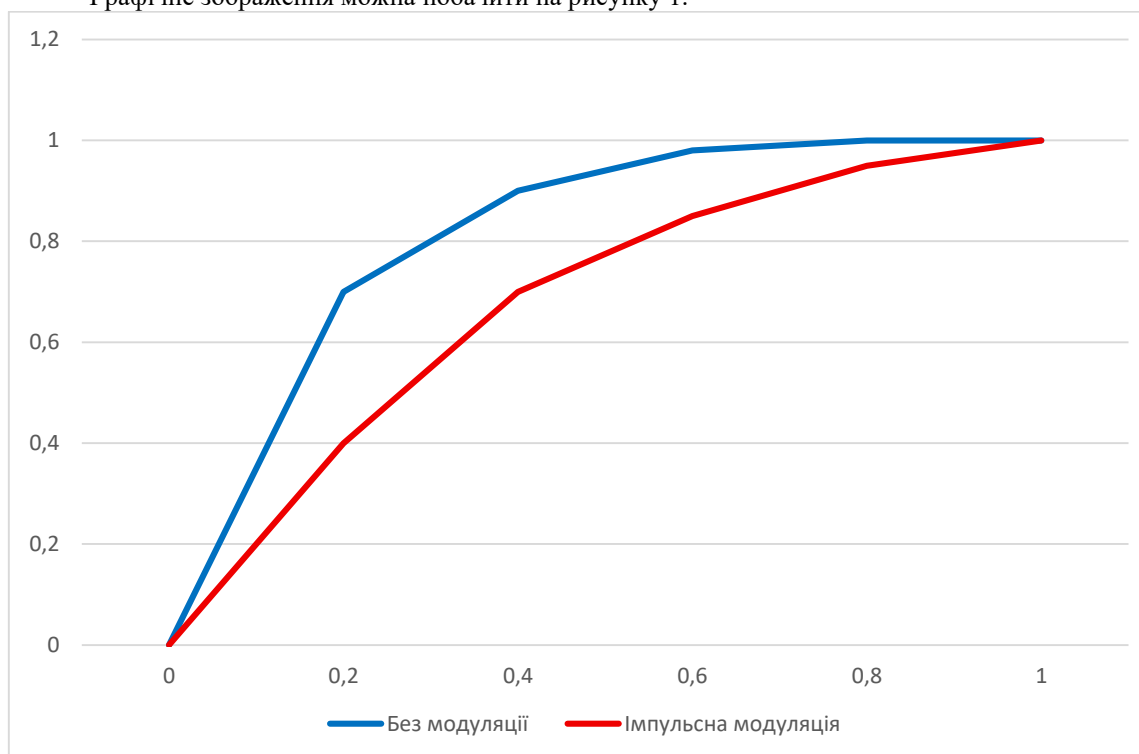


Рис. 1. Вплив імпульсної модуляції на інтенсивність РМБ:
синя крива – без модуляції; червона крива – з імпульсною модуляцією

Пояснення

За умов імпульсної модуляції (червона крива) поріг насичення процесу розсіювання Мандельштама–Брілюєна (РМБ) підвищується, тоді як інтенсивність розсіювання зростає повільніше порівняно з безперервним режимом накачування. Це зумовлено більш швидкою релаксацією

акустичних фононів, унаслідок чого ефективність розсіювання знижується, а сам процес частково пригнічується.

Результат

Відзначається зменшення інтенсивності РМБ, підвищення порогового значення насичення та збільшення ефективної довжини волокна за відсутності істотних втрат, пов'язаних із розсіюванням.

2. Використання волокон зі змінною геометрією (tapered optical fiber)

Такі волокна характеризуються поступовим звуженням або розширенням діаметра вздовж довжини світловоду.

Принцип зниження ефективності РМБ

Модифікація геометрії волокна зумовлює зміну просторового профілю розподілу оптичного поля та акустичних хвиль, що створює умови фазового неузгодження для процесу РМБ. Це призводить до зменшення ефективності взаємодії оптичних і акустичних хвиль, які відповідають за генерацію зворотного розсіювання.

Графічне зображення можна побачити на рисунку 2.

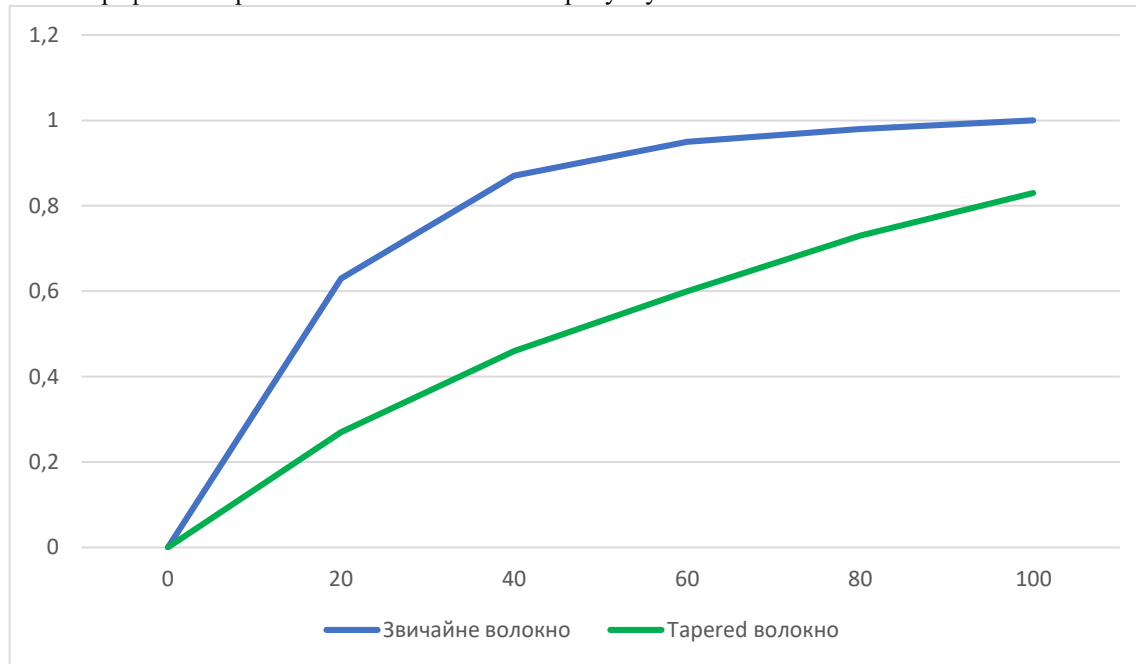


Рис. 2. Зниження РМБ у tapered волокнах:
синя крива - звичайне волокно; зелена крива - tapered волокно

Пояснення

Tapered-волокна демонструють суттєво знижений коефіцієнт розсіювання Манделштама–Брілюєна (РМБ) на однакових довжинах порівняно зі стандартними оптичними волокнами. Це зумовлено порушенням умов фазового узгодження між оптичною хвилею та акустичними модами. Плавна зміна діаметра сердечини призводить до варіації ефективного показника заломлення та локальної швидкості звуку, що ускладнює формування стійких акустооптичних резонансів і суттєво зменшує піковий коефіцієнт підсилення РМБ.

Такий підхід дає змогу збільшувати довжину волокна без істотних втрат, пов'язаних із зворотним розсіюванням, а також розширювати робочий діапазон потужностей оптичного збудження.

Результат

Застосування волокон зі змінною геометрією забезпечує істотне зниження коефіцієнта зворотного розсіювання, підвищення стабільності роботи системи та можливість експлуатації за вищих рівнів потужності оптичного збудження.

Отримані результати підтверджують доцільність використання таких волокон у високопотужних волоконно-оптичних підсилювачах і системах передавання даних, де мінімізація нелінійних ефектів є критично важливою.

Висновки та перспективи

Розроблена математична модель дозволяє точно описати поведінку світлового сигналу в оптоволоконному середовищі з урахуванням ефекту Манделштама–Брілюєна, яка наведена в роботі [6]. Вона є корисною як для дослідницьких задач, так і для оптимізації інженерних рішень у сфері телекомунікацій, які розглянуто у джерелі [3]. Дослідження у цьому напрямку доцільно продовжити і при цьому зосередитися на:

- побудові багатовимірних моделей з урахуванням температурних, механічних і геометричних змін у волокні;
- автоматизації чисельних розрахунків за допомогою нейронних мереж;

– експериментальній верифікації отриманих моделей на фізичних зразках волокон.

Література

1. Агравал Г. П. Нелінійна оптика волокон : підручник / Г. П. Агравал. – 5-те вид. – Амстердам : Academic Press, 2012. – 576 с.
2. Бойд Р. В. Нелінійна оптика : підручник / Р. В. Бойд. – 3-тє вид. – Амстердам : Academic Press, 2008. – 640 с.
3. Хоменко О. Д. Нелінійна оптика та її застосування в оптоволоконних системах / О. Д. Хоменко // Журнал сучасної фізики. – 2020. – № 4. – С. 122–134.
4. Шелбі Р. М. Guided acoustic-wave Brillouin scattering : ст. в журн. / Р. М. Шелбі, М. Д. Левенсон, П. В. Байєр. – 8-ме вид. – Нью-Йорк : Physical Review B, 1985. – Т. 31 : Guided acoustic-wave Brillouin scattering. – 5252 с.
5. A theoretical study of transient stimulated Brillouin scattering in optical fibers seeded with phase-modulated light [Електронний ресурс] / Clint Zeringue [та ін.] // Optics express. – 2012. – Т. 20, № 19. – С. 21196. – Режим доступу: <https://doi.org/10.1364/oe.20.021196>.
6. Xiaoyi B. Optical fiber sensors based on Brillouin scattering / Bao Xiaoyi, Chen Liang // Photonics society summer topicals. – 2010. – P. 153–154.

References

1. Agrawal G. P. Nonlinear Fiber Optics: Textbook / G. P. Agrawal. – 5th ed. – Amsterdam: Academic Press, 2012. – 576 p.
2. Boyd R. W. Nonlinear Optics: Textbook / R. W. Boyd. – 3rd ed. – Amsterdam: Academic Press, 2008. – 640 p.
3. Khomenko O. D. Nonlinear optics and its application in fiber-optic systems / O. D. Khomenko // Journal of Modern Physics. – 2020. – No. 4. – P. 122–134.
4. Shelby R. M., Levenson M. D., Bayer P. W. Guided acoustic-wave Brillouin scattering: article in journal / R. M. Shelby, M. D. Levenson, P. W. Bayer. – 8th ed. – New York: Physical Review B, 1985. – Vol. 31: Guided acoustic-wave Brillouin scattering. – 5252 p.
5. Clint Zeringue et al. A theoretical study of transient stimulated Brillouin scattering in optical fibers seeded with phase-modulated light [Electronic resource] // Optics Express. – 2012. – Vol. 20, No. 19. – P. 21196. – Available at: <https://doi.org/10.1364/oe.20.021196> (accessed: 24.07.2025). – Title from screen.
6. Bao Xiaoyi, Chen Liang. Optical fiber sensors based on Brillouin scattering / B. Xiaoyi, C. Liang // Photonics Society Summer Topicals. – 2010. – P. 153–154.