

РОДІНКОВ ЮРІЙ

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0009-0007-9033-8361>e-mail: [rodinkov.tkr17@gmail.com](mailto:rodinkov.tkr17@gmail.com)

САВИЦЬКИЙ АНТОН

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0009-0000-3490-6300>e-mail: [savitskyant@gmail.com](mailto:savitskyant@gmail.com)

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КЕРУВАННЯ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

В роботі наведено дослідження та розгляд математичної моделі керування літальних апаратів типу квадрокоптер. В умовах війни використання безпілотних літальних апаратів у сільському господарстві стає не тільки технологічно передовим рішенням, але й життєво необхідно практикою для забезпечення безпеки, підвищення ефективності та підтримки продовольчої стабільності країни.

Використання БПЛА дозволяє знизити ризик для життя та здоров'я фермерів і працівників сільського господарства, оскільки вони можуть дистанційно керувати безпілотниками і уникати небезпечних зон. Також можуть здійснювати польоти над територіями, де є ризик наявності мін або інших небезпечних залишків війни, що робить їх незамінними для моніторингу та оцінки стану полів. Використання квадрокоптерів може зменшити потребу у фізичній праці, знизити витрати на паливо та обладнання, а також оптимізувати використання агрохімікатів. Завдяки точному моніторингу стану полів та врожаю, можна значно зменшити втрати, що є критично важливим у часи війни, коли ресурси обмежені.

Ключові слова: безпілотні літальні апарати (БПЛА), математичне моделювання, керування польотом, квадрокоптер.

RODINKOV YURIY, SAVITSKIY ANTON

Vinnytsia National Technical University

## MATHEMATICAL MODEL OF UNMANNED AERIAL VEHICLES CONTROL

Researchment and examination of the mathematical model for controlling quadcopter-type aerial vehicles. During wartime, the use of unmanned aerial vehicles (UAVs) in agriculture becomes not only a technologically advanced solution but also a vital practice for ensuring safety, enhancing efficiency, and maintaining food stability in the country.

The use of UAVs reduces risks to the lives and health of farmers and agricultural workers, as they can remotely control the drones and avoid hazardous zones. UAVs can also fly over areas where there is a risk of mines or other dangerous remnants of war, making them indispensable for monitoring and assessing field conditions. The use of quadcopters can decrease the need for physical labor, reduce fuel and equipment costs, and optimize the use of agrochemicals. Accurate monitoring of field and crop conditions can significantly reduce losses, which is critically important during wartime when resources are limited.

Quadcopters equipped with high-resolution cameras and sensors can collect detailed data on soil moisture, crop health, and pest infestations. This data can be processed using advanced algorithms to provide farmers with actionable insights, enabling precise interventions. For instance, targeted spraying of pesticides and fertilizers ensures that only the necessary areas are treated, reducing wastage and minimizing environmental impact.

Additionally, the ability to perform frequent and comprehensive surveys of large areas helps in early detection of problems, allowing for timely corrective measures. This proactive approach can lead to better crop yields and quality, essential for food security during wartime. The integration of UAVs in agricultural practices supports sustainable farming by promoting efficient resource use and reducing the dependency on manual labor.

In the context of ongoing conflicts, UAVs offer a strategic advantage by facilitating continuous agricultural operations without exposing workers to danger. They can also be used to deliver essential supplies and medical aid to remote or inaccessible areas, further extending their utility beyond traditional agricultural applications.

Moreover, the deployment of UAVs for agricultural purposes aligns with global trends towards digitalization and smart farming, positioning the country at the forefront of agricultural innovation. Embracing this technology can pave the way for post-war recovery and modernization of the agricultural sector, ultimately contributing to the country's resilience and long-term development.

Keywords: unmanned aerial vehicles (UAVs), mathematical modeling, flight control, quadcopter.

### Постановка проблеми

Математичні моделі керування безпілотними літальними апаратами (БПЛА) є критично важливими для розвитку та ефективного використання цих технологій. Безпілотні літальні апарати, зокрема квадрокоптери, використовуються в різних галузях, включаючи сільське господарство, логістику, рятувальні операції та військові застосування.

**Метою роботи є:** аналіз математичної моделі керування БПЛА та математичної моделі двигунів до типу безпілотних апаратів типу квадрокоптер.

### Аналіз досліджень та публікацій

Завдання, пов'язані з синтезом математичних моделей систем автоматичного управління, детально досліджені в сучасній літературі [1,2], де викладено принципи їх побудови за різними класифікаційними ознаками. Вибір виду математичної моделі та способів її розробки ґрунтується на апріорній інформації про об'єкт моделювання та мету використання моделей [1].

Для побудови математичної моделі об'єкта можуть використовуватись різні методи: аналітичні, експериментальні та експериментально-аналітичні. Аналітичний метод передбачає отримання математичного опису об'єкта у вигляді систем диференціальних рівнянь [1,4]. Такий підхід є ефективним, якщо об'єкт досить простий за структурою і добре вивчений. В іншому випадку використовуються експериментальні методи, які полягають у побудові непараметричних моделей у вигляді перехідної функції або частотної характеристики, а також параметричних моделей у вигляді системи диференціальних рівнянь або передавальних функцій. Параметричні методи отримання математичних моделей вимагають апіорного знання порядку моделей об'єкта та збурень [3].

**Виклад основного матеріалу**

Для квадрокоптера можливе використання двох відносних систем відліку, які зображено на рисунку 1. Перша є нерухомою (інерціальна), а друга – рухомою (не інерціальна). Інерціальна система координат – це система, де діє перший закон Ньютона. Рухомою системою координат зв'язана з центром мас квадрокоптера. Для нерухомої системи координат використовується система ONED, де N – північ, E – схід, D – низ (вектор направлений до центру Землі). Для рухомої – система OABC.

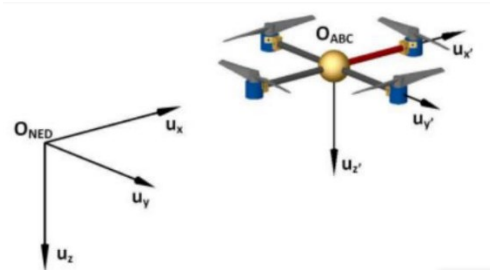


Рис. 1. Нерухома та рухома відносні системи координат

Будь-яке положення тіла можна представити у вигляді трьох послідовних поворотів, які описуються наступними матрицями обертання:

$$\begin{aligned}
 R_x(\phi) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \\
 R_y(\theta) &= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \\
 R_z(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Координати положення в рухомій та нерухомій системах відліку пов'язані загальною матрицею обертання, яка є добутком трьох окремих матриць:

$$\begin{aligned}
 R_{zyx}(\phi, \theta, \psi) &= R_x(\phi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\psi) = \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi & \cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi \\ \cos\theta \sin\psi & \sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi & \cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi \cos\theta & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2}$$

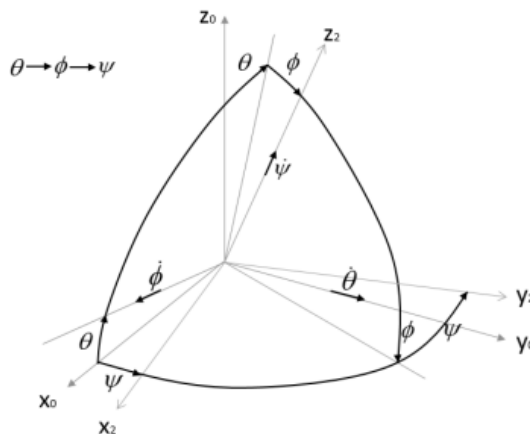


Рис. 2. Куті Ейлера

Математичну модель динаміки квадрокоптера виведено використовуючи закони Ньютона та Ейлера для опису руху твердого тіла у просторі. Спочатку визначимо два вектори, що містять лінійне і кутове положення квадрокоптера у інерціальній системі координат, та лінійну і кутову швидкість квадрокоптера в не інерціальній системі координат відповідно:

$$\begin{bmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi \\ u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

Дві системи відліку (інерціальна та не інерціальна) пов'язані наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} v &= R \cdot v_B \\ \omega &= T \cdot \omega_B \end{aligned}$$

$$v = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T, \omega = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T, v_B = [u \ v \ w]^T, \omega_B = [p \ q \ r]^T \quad (4)$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix}$$

Звідси кінематична модель квадрокоптера має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{x} = w[\sin\phi \sin\psi + \cos\phi \cos\psi \sin\theta] - v[\cos\phi \sin\psi - \cos\psi \sin\phi \sin\theta] + u[\cos\psi \cos\theta] \\ \dot{y} = v[\cos\phi \cos\psi + \sin\phi \sin\psi \sin\theta] - w[\cos\psi \sin\phi - \cos\phi \cos\psi \sin\theta] + u[\cos\theta \sin\psi] \\ \dot{z} = w[\cos\phi \cos\theta] - u[\sin\theta] + v[\cos\theta \sin\phi] \\ \dot{\phi} = p + r[\cos\phi \tan\theta] + q[\sin\phi \tan\theta] \\ \dot{\theta} = q[\cos\phi] - r[\sin\phi] \\ \dot{\psi} = r \frac{\cos\phi}{\cos\theta} + q \frac{\sin\phi}{\cos\theta} \end{cases} \quad (5)$$

Закони Ньютона визначають наступну матрицю відношення для загальної сили, що діє на квадрокоптер:

$$m(w_B \times v_B + \dot{v}_B) = f_B \quad (6)$$

де  $m$  – маса квадрокоптера,  $f_B = [f_x \ f_y \ f_z]^T$  - загальна сила.

Рівняння Ейлера визначають загальний крутний момент, прикладений до квадрокоптера:

$$\begin{aligned} I \cdot \dot{\omega}_B + \omega_B \times (I \cdot \omega_B) &= m_B \\ \text{де } m_B &= [m_x \ m_y \ m_z]^T, I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

Початок координат та вісі системи відліку тіла співпадають з центром мас тіла та головними осями. З цього отримаємо динамічну модель квадрокоптера у системі відліку тіла:

$$\begin{cases} f_x = m(\dot{u} + qw - rv) \\ f_y = m(\dot{v} - pw + ru) \\ f_z = m(\dot{w} + pv - qu) \\ m_x = \dot{p}I_x - qrI_y + prI_z \\ m_y = \dot{q}I_y + prI_x - prI_z \\ m_z = \dot{r}I_z - pqI_x + pqI_y \end{cases} \quad (8)$$

Існує ряд сил та моментів, які впливають на динаміку квадрокоптера. До них належать наступні: загальна тяга  $f_t$ , яка виникає при обертанні роторів, сили вітру  $f_\omega$ , які діють на квадрокоптер, контролюючі моменти  $\tau$ , що отримують через різницю у швидкості роторів та моменти  $\tau_\omega$ , утворені вітром, які діють на квадрокоптер.

$$\begin{aligned} f_\omega &= [f_{\omega x} \ f_{\omega y} \ f_{\omega z}] \\ \tau &= [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z] \\ \tau_\omega &= [\tau_{\omega x} \ \tau_{\omega y} \ \tau_{\omega z}] \end{aligned} \quad (9)$$

Враховуючи вказані сили та моменти, динамічна модель квадрокоптера матиме наступний вигляд:

$$\begin{cases} -mg[\sin(\theta)] + f_{\omega x} = m(\dot{u} + qw - rv) \\ mg[\cos(\theta) \sin(\phi)] + f_{\omega y} = m(\dot{v} - pw + ru) \\ mg[\cos(\theta) \cos(\phi)] + f_{\omega z} - f_t = m(\dot{w} + pv - qu) \\ \tau_x + \tau_{\omega x} = \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ \tau_y + \tau_{\omega y} = \dot{p}I_y - qrI_x + qrI_z \\ \tau_z + \tau_{\omega z} = \dot{p}I_z - qrI_x + qrI_y \end{cases} \quad (10)$$

Розглянемо керуючі значення системи для контролю поведінки квадрокоптера. Всього є чотири ступені свободи: тяга та три кутові рухи. Значення вхідних сил та моментів пропорційні квадратам швидкості кожного з роторів, вони мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} f_t = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ \tau_x = bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ \tau_y = bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ \tau_z = b(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{cases} \quad (11)$$

де  $l$  – це відстань між будь-яким ротором та центром квадрокоптера,  $b$  – це коефіцієнт тяги,  $d$  – це коефіцієнт опору,  $\Omega$  – це швидкість відповідного ротора.

Замінивши дані значення сил та моментів у динамічній моделі, описаній вище отримаємо наступну динамічну модель квадрокоптера у системі відліку тіла:

$$\begin{cases} -mg[\sin(\theta)] + f_{\omega x} = m(\dot{u} + qw - rv) \\ mg[\cos(\theta) \sin(\phi)] + f_{\omega y} = m(\dot{v} - pw + ru) \\ mg[\cos(\theta) \cos(\phi)] + f_{\omega z} - b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) = m(\dot{w} + pv - qu) \\ bl(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + \tau_{\omega x} = \dot{p}I_x - qrI_y + qrI_z \\ bl(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) + \tau_{\omega y} = \dot{p}I_y - qrI_x + qrI_z \\ b(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) + \tau_{\omega z} = \dot{p}I_z - qrI_x + qrI_y \end{cases} \quad (12)$$

Вектор стану має наступний вигляд:

$$x = [\phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r \ u \ v \ w \ x \ y \ z] \quad (13)$$

Рівняння динаміки квадрокоптера у формі простору станів має вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p + r[\cos(\phi) \tan(\theta)] + q[\sin(\phi) \tan(\theta)] \\ \dot{\theta} = q[\cos(\phi)] - r[\sin(\phi)] \\ \dot{\psi} = r \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} + q \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} \\ \dot{p} = \frac{I_y - I_z}{I_x} r q + \frac{\tau_x + \tau_{\omega x}}{I_x} \\ \dot{q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} r q + \frac{\tau_y + \tau_{\omega y}}{I_y} \\ \dot{r} = \frac{I_x - I_y}{I_z} r q + \frac{\tau_z + \tau_{\omega z}}{I_z} \\ \dot{u} = rv - qw - g[\sin(\theta)] + \frac{f_{\omega x}}{m} \\ \dot{v} = pw - ru + g[\sin(\phi) \cos(\theta)] + \frac{f_{\omega y}}{m} \\ \dot{w} = qu - pv + g[\cos(\phi) \cos(\theta)] + \frac{f_{\omega z} - f_t}{m} \\ \dot{x} = w[\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)] - v[\cos(\phi) \sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\phi) \sin(\theta)] + \\ + u[\cos(\psi) \cos(\theta)] \\ \dot{y} = v[\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta)] - w[\sin(\phi) \cos(\psi) - \cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta)] + \\ + u[\sin(\psi) \cos(\theta)] \\ \dot{z} = w[\cos(\phi) \cos(\theta)] - u[\sin(\theta)] + v[\cos(\theta) \sin(\phi)] \end{cases} \quad (14)$$

Відповідно до закону Ньютона можна записати динамічну модель у наступній формі:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{f_t}{m} [\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)] \\ \ddot{y} = -\frac{f_t}{m} [\cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) - \cos(\psi) \sin(\phi)] \\ \ddot{z} = g - \frac{f_t}{m} [\cos(\phi) \cos(\theta)] \end{cases} \quad (15)$$

Здійснимо наступне спрощення:  $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}] = [p \ q \ r]$ , яке справедливе для невеликих кутових рухів. З цього, динамічна модель квадрокоптера в інерціальній (нерухомій) системі відліку матиме вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{f_t}{m} [\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \cos(\psi) \sin(\theta)] \\ \ddot{y} = -\frac{f_t}{m} [\cos(\phi) \sin(\psi) \sin(\theta) - \cos(\psi) \sin(\phi)] \\ \ddot{z} = g - \frac{f_t}{m} [\cos(\phi) \cos(\theta)] \\ \ddot{\phi} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{\tau_x}{I_x} \\ \ddot{\theta} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{\tau_y}{I_y} \\ \ddot{\psi} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{\tau_z}{I_z} \end{cases} \quad (16)$$

Керування положенням центру мас в просторі можна реалізувати за розімкненою схемою, як зображено на рисунку 3. Елементом зворотного зв'язку в такому випадку виступає оператор.



Рис. 3. Структурна схема керування положенням центру мас в просторі

Для стабілізації кутового положення можна використати схему, зображену на рисунку 4. Датчиками виступають акселерометр та гіроскоп.  $W_{зз}(p)$  – передатна функція системи керування.

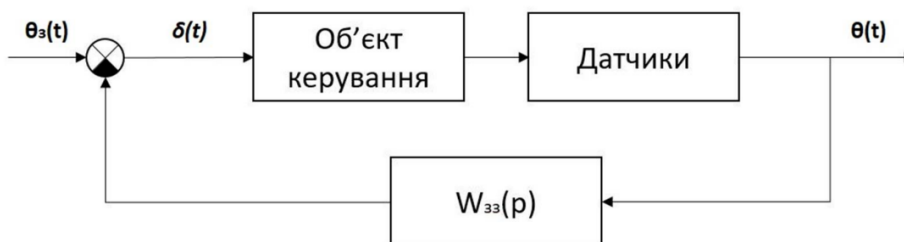


Рис. 4. Структурна схема для стабілізації кутового положення

Двигуни квадрокоптера зазвичай є двигуни постійного струму, які мають свою динаміку. Опишемо динаміку двигунів з математичної точки зору.

Представимо структурну математичну модель двигуна постійного струму як сукупність передавальних функцій. Визначимо передавальні функції електричної і механічної складової. Наведемо електричну схему двигуна. Вона описується опором  $R$ , індуктивністю  $L$  і електрорушійною силою  $E$ , яка виникає під час обертання ротора.

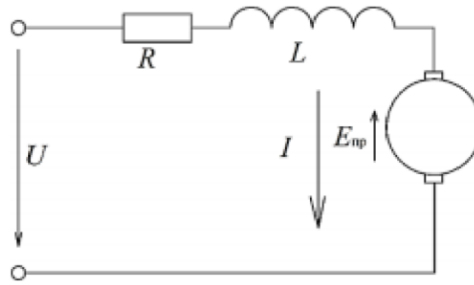


Рис. 5. Принципова схема двигуна постійного струму

Передавальна функція - один із способів математичного опису динамічної системи. Використовується в основному в теорії керування, комунікаційних технологіях, цифровій обробці сигналів. Являє собою диференціальний оператор, що виражає зв'язок між входом і виходом лінійної стаціонарної системи. Знаючи вхідний сигнал системи й передатну функцію, можна відновити вихідний сигнал. В теорії керування передавальна функція безперервної системи являє собою відношення перетворення Лапласа вихідного сигналу до перетворення Лапласа вхідного сигналу при нульових початкових умовах.

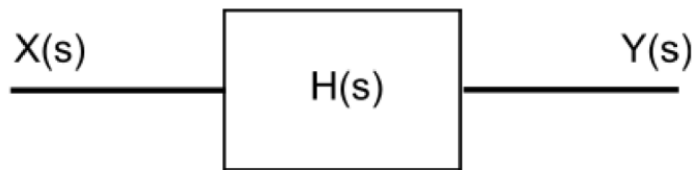


Рис. 6. Передавальна функція

Перетворення Лапласа - інтегральне перетворення, що зв'язує функцію  $F(s)$  комплексної змінної (зображення) з функцією  $f(x)$  речового змінного (оригінал). З його допомогою досліджуються властивості динамічних систем і вирішуються диференціальні і інтегральні рівняння.

Важливе для інженерних досліджень властивість перетворення Лапласа полягає і в тому, що операції диференціювання в тимчасовій області відповідає множення на змінну  $s$  в комплексній області.

Передавальна функція ПІД-регулятора:

$$R(s) = K + \frac{1}{T_i s} + T_d s = K \left( 1 + \frac{1}{KT_i s} + \frac{T_d}{K} s \right) \tag{17}$$

Наведем рівняння які описують роботу двигуна:

$$\begin{aligned} L \frac{dI}{dt} + RI + E &= U \\ J \frac{d\omega}{dt} &= M - M_i \\ M_i &= cI \\ E &= c\omega \end{aligned} \tag{18}$$

де  $c$  – постійний конструктивний коефіцієнт (коефіцієнт зв'язку).

Замінімо  $\frac{d}{dt}$  оператором Лапласа  $p$ :

$$\begin{aligned} (Lp + R)I &= U - c\omega \\ Jp &= M - cI \end{aligned} \tag{19}$$

Наведемо остаточні передавальні функції:

$$\begin{aligned} W(p)_c &= \frac{I}{U - c\omega} = \frac{1}{Lp + R} \\ W(p)_M &= \frac{\omega}{M} = \frac{1}{Jp} \end{aligned} \tag{20}$$

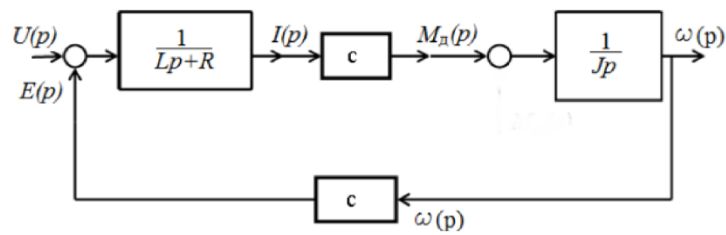


Рис. 7. Структурна схема двигуна постійного струму

### Висновки

В даній статті була розглянута математична модель керування безпілотних літальних апаратів, а саме квадрокоптерів, а також математична модель двигунів постійного струму. Математичну модель динаміки квадрокоптера виведено використовуючи закони Ньютона та Ейлера для опису руху твердого тіла у просторі. Розробка математичних моделей керування безпілотними літальними апаратами є актуальною задачею, що вимагає подальших досліджень та вдосконалення. Також були враховані сили які діють безпосередньо на літальний апарат. Були визначені передавальні функції електричної і механічної складової.

Одним із важливих аспектів математичних моделей є оптимізація траєкторій польоту, що включає планування оптимальних маршрутів для виконання завдань, таких як зрошення, обробка полів пестицидами, та моніторинг стану врожаю. Предметом подальших досліджень систем керування безпілотних літальних апаратів може бути спрямоване на розробку більш точних та ефективних моделей для прогнозування поведінки системи в умовах невизначеності та врахування нелінійних ефектів, що впливають на динаміку квадрокоптера.

Таким чином, розвиток математичних моделей керування безпілотних літальних апаратів є багатограним і постійно вдосконалюваним процесом, який забезпечує все більш високу точність, ефективність і безпеку польотів, що є критично важливим для сучасного сільського господарства, особливо в умовах війни.

### Література

1. Зімчук І. В. Синтез алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем // Системні дослідження та інформаційні технології / Зімчук І. В., Іщенко В. І., Канкін І. О. 2015. № 1.
2. Іщенко В. І. Теорія автоматичного управління. Ч 1. Елементи та системи автоматичного управління : навч. посіб. / Іщенко В. І. Житомир : ЖВІ НАУ, 2007. 184 с.
3. Купріянова В. С. Стан та перспективи розвитку безпілотних літальних апаратів в Україні // Вісник економіки транспорту і промисловості. / Купріянова В. С., Матюшенко І. Ю. 2015. № 50.
4. Харченко В. П. Авіоніка безпілотних літальних апаратів : монографія / Харченко В. П., Чепіженко В. І, Тунік А. А., Павлова С. В. Київ : ТОВ «Абрис-принт», 2012.

### References

1. Zimchuk I. V. Synthesis of digital control algorithms for automatic tracking systems // System Research and Information Technologies / Zimchuk I. V., Ishchenko V. I., Kankin I. O. 2015. No. 1.
2. Ishchenko V. I. Theory of automatic control. Part 1. Elements and systems of automatic control: textbook / Ishchenko V. I. Zhytomyr: ZVI NAU, 2007. 184 p.
3. Kupriyanova V. S. Status and prospects of development of unmanned aerial vehicles in Ukraine // Bulletin of Transport and Industry Economics / Kupriyanova V. S., Matushenko I. Yu. 2015. No. 50.
4. Kharchenko V. P. Avionics of unmanned aerial vehicles: monograph / Kharchenko V. P., Chepizhenko V. I., Tunik A. A., Pavlova S. V. Kyiv: LLC "Abriss-print", 2012.