

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-353-47>

УДК 621.01

ГОРОХОВСЬКИЙ ВІКТОР

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0009-0002-0676-0038>**ГОРДЕЄВ АНАТОЛІЙ**

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-4494-4348>

e-mail: aigordeev54@ukr.net

КОСТЮК НАЗАР<https://orcid.org/0000-0001-6223-6412>Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу

ДОСЛІДЖЕННЯ КІНЕМАТИКИ РУХУ СТАТИЧНО ЗБАЛАНСОВАНИХ СПЕЦІАЛЬНИХ ТОКАРНИХ ПРИСТРОЇВ В ПРОЦЕСІ ЇХ ПРОЄКТУВАННЯ У SOLIDWORKS

У роботі розглянуто питання інженерного аналізу технічних систем засобами комп'ютерного моделювання, зокрема, вдосконалення процесу статичного балансування спеціальних токарних пристроїв в процесі їх проєктування за допомогою системи інженерного аналізу SOLIDWORKS, що дозволяє проводити чисельні експерименти для визначення їх характеристик, а саме масу, координат центру тяжіння з метою подальшого статичного балансування спеціальних токарних пристроїв в процесі їх проєктування. У роботі проаналізовано можливості різних програмних продуктів для вирішення науково-технічної задачі статичного балансування в процесі проєктування та визначення критичних швидкостей руху складних багатомасових і багатотільних систем та обґрунтовано вибір сучасного програмного продукту SOLIDWORKS. Запропоновано методологію комп'ютерного моделювання в SOLIDWORKS для вирішення задач статичного балансування багатомасових і багатотільних систем у процесі їх проєктування з подальшою перевіркою правильності виконаних розрахунків розташування координат центру ваги складної системи після проведення статичного балансування. Запропонована методика статичного балансування спеціальних токарних пристроїв в процесі їх проєктування з визначенням маси противаги та місця її розташування, забезпечує точне визначення центру ваги верстатного пристрою та координат його розташування, забезпечує етап проєктування та зменшує експериментальні дослідження статичного балансування після виготовлення верстатного пристрою, що прискорює час на впровадження його у технологічний процес обробки заготовок. Проведено дослідження кінематики руху статично збалансованих спеціальних токарних пристроїв та визначено критичні оберти верстата. Рекомендовано діапазон швидкостей різання для оптимальної продуктивності процесу.

Ключові слова: кінематика, статичне балансування, координати центру ваги, комп'ютерне моделювання.

HOROKHOVSKIYI VIKTOR, HORDIEIEV ANATOLYI

Khmelnitskyi National University

KOSTYUK NAZAR

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

STUDY OF THE KINEMATICS OF MOTION OF STATIC BALANCED SPECIAL TURNING DEVICES IN THE PROCESS OF THEIR DESIGN IN SOLIDWORKS

The paper considers the issue of engineering analysis of technical systems using computer modeling, in particular, improving the process of static balancing of special turning devices during their design using the SOLIDWORKS engineering analysis system, which allows conducting numerical experiments to determine their characteristics, namely mass, coordinates of the center of gravity for the purpose of further static balancing of special turning devices during their design. The paper analyzes the capabilities of various software products for solving the scientific and technical problem of static balancing during the design process and determining the critical speeds of motion of complex multi-mass and multi-body systems and justifies the choice of the modern SOLIDWORKS software product. A methodology for computer modeling in SOLIDWORKS is proposed for solving problems of static balancing of multi-mass and multi-body systems during their design process with subsequent verification of the correctness of the calculations of the location of the coordinates of the center of gravity of a complex system after static balancing. The proposed method of static balancing of special turning devices in the process of their design with determination of the mass of the counterweight and its location provides accurate determination of the center of gravity of the machine tool device and the coordinates of its location at the design stage and reduces experimental studies of static balancing after the manufacture of the machine tool device, which speeds up the time for its implementation in the technological process of processing workpieces. In further studies, it is proposed to conduct modeling and calculations of kinematic and dynamic parameters of complex multi-mass objects and compare them with the results of calculations using the recommended values of the center of mass coordinates. The kinematics of motion of statically balanced special turning devices were studied and the critical machine speeds were determined. The range of cutting speeds for optimal process productivity was recommended.

Key words: kinematics, static balancing, center of gravity coordinates, computer simulation.

Стаття надійшла до редакції / Received 12.05.2025

Прийнята до друку / Accepted 26.05.2025

Вступ

Задачі аналізу кінематики та динаміки багатомасових і багатотільних систем є одним із

класичних напрямків у галузі прикладної механіки. При моделюванні динаміки багатомасових систем застосовується метод кінцевих елементів, що дозволяє досліджувати концепцію всієї системи та оцінити її динамічний відгук у лінійній, нелінійній постановках. Особливості поведінки можуть бути збережені і передані, як вхідні дані в МКЕ-аналіз для використання в якості динамічних навантажень, що забезпечить розуміння функціонування системи в більш детальному вигляді.

Також моделювання динаміки багатомасових систем використовується для передбачення та оптимізації руху невірноважених систем та статичного балансування складних механічних систем, такі як спеціальні верстатні пристрої для розточування корпусних заготовок на токарних верстатах. В цих завданнях важливо знати координати центру ваги та масу складного об'єкту.

При визначенні положень центрів ваги тіл складної форми застосовують такі методи: метод симетрії; метод розбивання і доповнення. Якщо однорідне тіло має площину, вісь або центр симетрії, то його центр ваги знаходиться в площині, на осі або в центрі симетрії.

При застосуванні методу розбивання і доповнення тіло розбивають на скінчену кількість частин простої форми, центри ваги яких відомі або легко знаходяться. Якщо тіло має вирізи, пустоти, то їх вважають заповненими матеріалом з від'ємною масою. Координати центра ваги всього тіла обчислюють, застосовуючи формули де доданки для частин вирізів, пустот враховують з від'ємним значенням.

Розроблення сучасних інформаційних систем для розв'язання задач синтезу оптимальних конфігурацій складних просторових об'єктів потребує побудови математичних моделей в автоматичному режимі. При цьому процес комп'ютерного моделювання з урахуванням перетворення геометричної інформації та візуалізації отриманих рішень має творчий характер і є одним із найбільш складних і відповідальних етапів при проектуванні. Цей процес безпосередньо зв'язаний зі створенням інформаційної технології, яка будується на інформаційно-аналітичних і об'єктно-орієнтованих моделях предметної області й вимагає розроблення ефективних методів оптимізації рішень.

Використання моделювання динамічної поведінки багатотільних і багатомасових систем дозволяє: уникнути критичних помилок вже на ранніх етапах проектування і таким чином знизити вартість розробки виробів та зменшити кількість фізичних прототипів, що створюються, визначати масові та кінематичні характеристики складних рухомих об'єктів і підвищити точність розрахунків параметрів руху системи з урахуванням змінних параметрів її об'ємної геометричної конфігурації.

Робота присвячена вирішенню науково-технічної задачі, яка полягає у впровадженні інформаційних технологій підтримки та прийняття рішень при проектуванні та аналізі кінематики руху складних технічних систем – спеціальних пристроїв для розточування на токарних верстатах.

Об'єкт та методи дослідження

Обертальний рух є одним з найбільш домінуючих у сучасній техніці. У цьому типі руху завжди присутні сили інерції, як ми знаємо, через неминуче прискорення обертання елементів машини. Деталі та вузли, такі як шків, маховики, дробарки, центрифуги, сепаратори і т.д., які мають велику вагу і розміри і обертаються на високих швидкостях, повинні бути збалансовані, щоб уникнути биття, вібрації завдяки не співвісності мас і підвищеного навантаження на опорні деталі. Для зрівноважування обертального тіла необхідно виконати дві умови: центр мас має знаходитися на геометричній осі обертання; вісь обертання – бути головною віссю інерції.

З джерел [1-4] відомо, що центр ваги тіла – незмінно зв'язана з цим тілом геометрична точка, в якій прикладена рівнодійна сил ваги окремих часток тіла, тобто вага тіла в просторі.

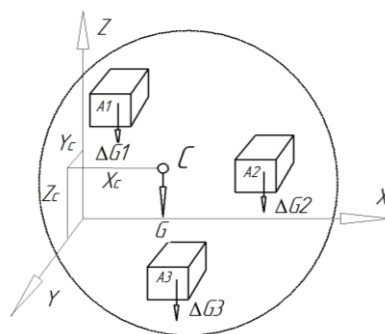


Рис.1. Схема визначення центру ваги багатомасової системи

Вагу тіла G можна записати, як рівнодійну сил ваги ΔG_n окремих часток тіла n , яка дорівнює їх сумі:

$$G = \sum_{n=1}^k \Delta G_n, \quad (1)$$

де n – частка тіла багатомасової системи;

G_n – сила ваги частки багатомасової системи, прикладена в точках A_1, A_2, A_3 .

Координати центра ваги багатомасової системи визначаються аналогічно координатам центра паралельних сил $C(X_c, Y_c, Z_c)$ складених силами ваги часток тіла $\Delta G_1, \Delta G_2, \dots, \Delta G_n$:

$$X_c = \frac{\sum_{n=1}^k (\Delta G_n \cdot x_n)}{G}, \quad Y_c = \frac{\sum_{n=1}^k (\Delta G_n \cdot y_n)}{G}, \quad Z_c = \frac{\sum_{n=1}^k (\Delta G_n \cdot z_n)}{G}, \quad (2)$$

де $G = \sum_{n=1}^k \Delta G_n$ – вага тіла багатомасової системи;

X_n, Y_n, Z_n – відповідні координати точок прикладання;

$\Delta G_1, \Delta G_2, \dots, \Delta G_n$ – сили ваги часток тіла багатомасової системи.

В машинобудуванні при обробленні заготовок на токарних верстатах також виникає потреба у зменшенні впливу сил інерції у спеціальних верстатних пристроях для розточування, які мають без статичного балансування зміщений центр мас відносно осі обертання. Незбалансований пристрій призводить до погіршення якості та точності поверхні, що обробляється, та виникають періодичні навантаження на підшипникові опори шпинделя верстата, що призводить до швидкого їх зношування.

Причиною невірноваженості (незбалансованості) деталей і вузлів можуть бути також неоднорідність матеріалу, з якого виготовлені заготовки, неточність їх виготовлення, похибки в заготовках і обробці, неправильна посадка на вал, нерівномірне зношування у процесі експлуатації. Виникаюча при цьому невірноваженість зміщує центр ваги від геометричної осі обертання деталі, вузла. При обертанні невірноваженість викликає значні відцентрові сили, що ведуть до вібрацій і підвищеного зношування всіх деталей, що сполучаються. Поняття і терміни у області балансування тіл, що обертаються, регламентовані, діючим державним стандартом. Він називає всі тіла, що обертаються в опорах незалежно від їх призначення терміном – ротор.

Процес статичного або силового балансування засновано на використанні статичного невірноваженого моменту, під дією якого деталь повертається доти, поки найбільш важка частина не встановиться вертикально під віссю обертання деталі і з'явиться можливість здійснити балансування шляхом установки додаткових вантажів на діаметрально протилежній стороні деталі або ж шляхом полегшення найбільш важкої частини деталі.

В умовах одиничного і дрібносерійного виробництва та в процесі ремонту обладнання статичну невірноваженість визначають шляхом установки деталі на призмах, опорах, що обертаються, вагах або ж безпосередньо на місці установки (рис. 2).

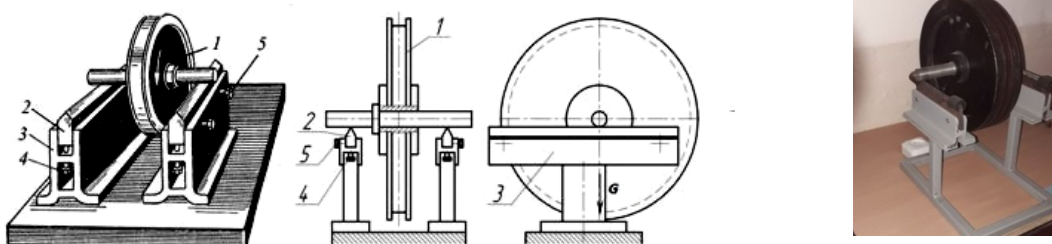


Рис. 2. Схеми та світлина установки деталі на призмах: 1 – деталь; 2 – призми; 3 – стійки; 4 – гвинт регулювальний; 5 – гвинт стопорний

Статична невірноваженість деталі – це незбігання її центра тяжіння з віссю обертання. Наприклад, якщо до ідеально (теоретично) зрівноваженого тіла (рис. 3) на відстані R_H від центра обертання O прикріпити противагу масою F_H , то центр тяжіння його зміститься у бік вантажу. Виникає статична незрівноваженість, яка під час обертання тіла викликає дію відцентрової сили. Для усунення цього виду невірноваженості застосовують статичне балансування деталей і вузлів. Деталь 1 насаджують на гладку, точно оброблену і зрівноважену оправку 2, яку встановлюють на паралельні, строго горизонтальні опори з малим тертям (призми або підшипники). Під дією незрівноваженої маси деталь довільно повернеться і встановиться так, що маса знаходитиметься у крайньому нижньому положенні. Виявивши місце концентрації незрівноваженої маси (O_1), необхідно у діаметрально протилежній точці (O_2) на відстані R_3 прикріпити противагу масою F_3 .

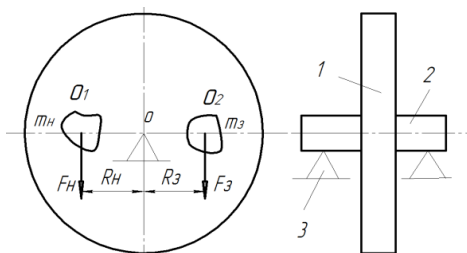


Рис. 3. Схема зрівноваження деталей під час статичного балансування: 1 – деталь; 2 – оправка; 3 – опора

У цьому випадку деталь знаходиться в умовах рівноваги, яке описується рівнянням:

$$\sum M_o = F_H \cdot R_H - F_3 \cdot R_3 = 0, \quad (3)$$

де F_H – маса протизваги, що створює неврівноваження;

F_3 – маса протизваги, що створює врівноваження;

R_3 – відстань від геометричного центру до тягарця, що створює врівноваження;

R_H – відстань від геометричного центру до тягарця, що створює неврівноваження.

З рівняння (1) можна визначити масу протизваги, що створює врівноваження за формулою:

$$F_3 = F_H \frac{R_H}{R_3}. \quad (4)$$

Із наведеної залежності видно, що статична неврівноваженість не залежить від довжини, а тільки від діаметра деталі. Статичному балансуванню піддають, як правило, деталі, що мають порівняно великий діаметр і незначну довжину (маховики, шків, ротори ексгаустерів муфти і т.п.). Суть статичного балансування полягає у дослідному визначенні найбільш легкої чи найбільш важкої частини вузла чи деталі з наступним полегшенням тяжкої чи обваженням легкої частини.

Як відомо, у деталі, що має незбалансованість, центр тяжіння не співпадає з віссю обертання, в зв'язку з чим деталь буде в стані спокою у тому випадку, коли центр її тяжіння буде перебувати внизу на одній вертикалі з центром обертання. Але це буде можливим лише при повній відсутності сил тертя в місцях контакту деталі з опорною площиною. Тому для компенсації сил тертя необхідно дати можливість кантуватись деталь в обидві сторони і знаходити середнє положення. Адже статично не зрівноважена деталь, якщо її вивести із положення спокою, буде намагатись зайняти його знову.

Для статичного балансування застосовуються способи з використанням опорних призм чи роликів, що мають малий коефіцієнт тертя. В якості роликів доцільно використовувати підшипники кочення. Для балансування на призмах користуються верстатами, схема одного з яких показана на рис. 4. В будь – якому випадку призма по всій довжині повинні мати надійну опору, що має запобігати прогину при балансуванні.

Призми, зазвичай, виготовляють із загартованих сталей. Довжина призм L підбирається таким чином, щоб деталь могла вільно робити від 1,5 до 2 повних обертів. Ширину призми a приймають наступних розмірів: для деталей масою менше однієї тонни $a = 3,0 \dots 5,0$ мм, для деталей масою більше однієї тонни $a = 6,0 \dots 8,0$ мм і для деталей масою 6 – 8 тон, $a = 50$ мм.

Робочі поверхні призм мають старанно оброблятися – відшліфовані до отримання правильних і рівних поверхонь. Нижче наведено один із найбільш поширених способів балансування на призмах [3].

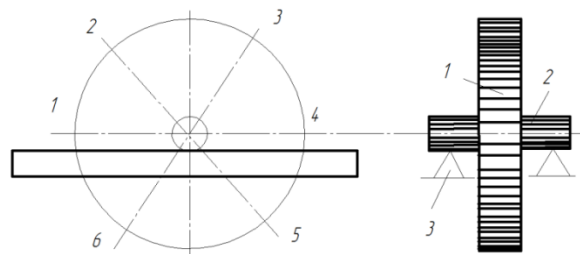


Рис. 4. Схема балансирующего пристрою на призмах

Балансування за цим способом поділяється на дві операції. Перша полягає у зрівноваженні деталі до індиферентного (байдужого) стану, тобто до такого стану, при якому деталь, що повернена від осі обертання на будь – який кут, залишиться нерухомою. При цій операції коло деталі поділяють на шість рівних частин (рис. 5). Потім установлюють кожні двоє протилежних поділів в горизонтальному положенні і добираються шляхом підвішування тягарців на місцях нерухомого стану деталі на призмах.

Проте в період першої операції можлива неточність у визначенні дебаланса, що є наслідком інерції деталей і наявності тертя, яке виникає між шийками вала і призмами. Визначення цієї неточності і відноситься до другої операції балансування.

Як і при першій операції, при другій двох протилежних поділів (наприклад, перший і четвертий) установлюють горизонтально (див. рис. 5). В точці першого поділу підвішують маленькі тягарці до тих пір, поки деталь не розпочне повільно обертатись. Визначення маси тягарців, що виводять деталь із стану спокою, здійснюється для всіх шести поділів. У результаті на підґрунті цих даних будують діаграму балансування (рис. 5), крива якої при старанному балансуванні буде мати форму синусоїди.

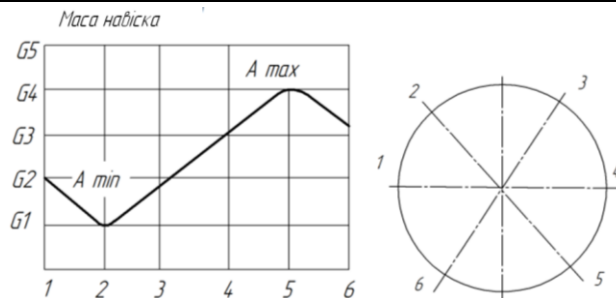


Рис. 5. Діаграма другої операції балансування

Найнижче положення точки кривої відповідає найважчій точці компонента, що балансується, і для балансування в протилежному напрямку (що відповідає найвищому положенню точки кривої) повинен бути встановлений балансувальний вантаж, вага якого Q може бути визначена за формулою [3]:

$$Q = A_{\min_{\max}} \quad (5)$$

де $A_{\max}, A_{\min}$ – відповідно ординати максимального і мінімального значення кривої на рис. 5.

З метою зменшення негативного впливу сил тертя проводять статичне балансування обертових опор (наприклад, підшипників кочення). У цьому випадку робота (початкова робота) зводиться до знаходження «важкої» і «легкої» частин компонента, щоб отримати необхідний рівень балансу шляхом полегшення важких частин або навантаження легких частин. Для цього деталь 3 (рис. 6,а), зібрану на валу або на спеціальній оправці 2, поміщають на балансувальний верстат для визначення площі балансування [3]. Цю площу ділять навпіл і за допомогою протизваги 1 відмічають вертикальний діаметр. «Легка» і «важка» зони позначаються крейдою.

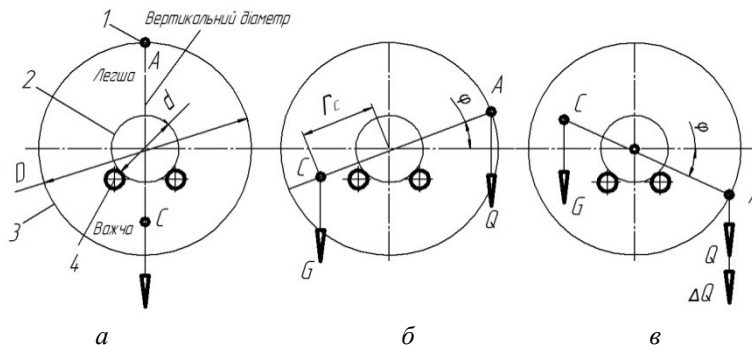


Рис. 6. Схема статичного балансування на обертових опорах: а – встановлення деталі на роликіві опори з визначенням «важкої» зони; б – закріплення тягаря в точці А; в – встановлення додаткового тягарця

Наступним кроком є поворот деталі на кут 90° і в точці А проводиться закріплення тягарця Q (рис. 6,б). Дослідним шляхом тягар підбирають таким чином, щоб деталь була декілька не зрівноваженою, тобто щоб вона повернулась тяжкою частиною вниз на кут $\phi = 10 \dots 15^\circ$.

Такий стан деталі можна описати рівнянням:

$$G \cdot r_c \cos \phi = Q \cdot \frac{D}{2} \cos \phi + (G + Q) \mu \frac{d}{2}, \quad (6)$$

де G – сила тяжіння деталі;

r_c – відстань від центру тяжіння до геометричної осі обертання;

D – діаметр деталі, на якому закріплюється тягар Q ;

μ – коефіцієнт опору в підшипниках опор;

d – діаметр вала чи оправки.

Потім підбирають додатковий тягарець ΔQ таким чином, щоб деталь стала декілька переврівноваженою (рис. 6,в), тобто щоб вона повернулась тяжкою частиною вгору на такий же кут. Цей стан деталі можна описати рівнянням:

$$(Q + \Delta Q) \frac{D}{2} \cos \phi = G \cdot r_c \cos \phi + (G + Q + \Delta Q) \mu \frac{d}{2}. \quad (7)$$

З урахуванням того, що $G + Q \geq \Delta Q$ результатом рішення обох рівнянь стане вираз:

$$G \cdot r_c = (Q + \Delta Q/2) \frac{D}{2}. \quad (8)$$

Ліва частина цього рівняння являє собою момент, що створюється не зрівноваженою силою при $\phi = 0$, а права містить компенсаційний тягарець, який необхідно закріпити на деталі, що підлягає балансуванню, на відстані $0,5D$ від осі обертання. Методом пропорції можна установити масу тягарця у випадку необхідності закріплення на іншій відстані від центру обертання.

В окремих випадках балансування за цим способом можна здійснювати без розбирання вузлів, тобто на місці робочого розташування деталі. Для цього деталь роз'єднується з приводною частиною, а її підшипникові опори ослабляються.

В будь-яких випадках тягарець зрівноваження повинен надійно закріплюватися на деталі. При невеликій масі тягарців (маса < 100 г) на легкій частині деталі свердлюють отвори і заливаються свинцем. При масі тягарців більше 100 г рекомендується їх виготовляти у вигляді накладок. Допускається використовувати при необхідності декілька окремих тягарців але при умові, що вектор рівнодіючої сили залишається без зміни.

Балансування на обертальних опорах можливе і для деталей з різними діаметрами кінців вала, що також є перевагою перед балансуванням на призмах, на яких не можна це робити.

Основним недоліком таких методів статичного балансування є невизначена кількість переходів для вибору маси противаги, додаткові технологічні переходи для висвердлювання металу та значний час виконання самого процесу.

Практичне використання комп'ютеризованих систем проектування (CAD) полягає у створенні і обґрунтуванні конструкцій машин, механізмів та їх елементів шляхом геометричного моделювання деталей, механізмів і конструкцій у вигляді просторових моделей і проєкційних зображень з аналізом поведінки механізмів та систем в процесі їх роботи та оформленні результатів у виді технічних і робочих креслень.

За допомогою комп'ютеризованих систем інженерних досліджень (CAE) фахівці з прикладної механіки можуть здійснювати розрахунки на міцність, витривалість, стійкість, довговічність, жорсткість в процесі навантаження з метою оцінки надійності деталей і кінематичному та динамічному аналізу поведінки в робочих умовах конструкцій машин.

Для вирішення завдання визначення координат центру ваги та маси плоского або двовимірного об'єкта, який описується простими фігурами, застосовують аналітичні або графічні методи теоретичної механіки [1-3]. Також застосовується багаторазовий експериментальний підбір координат центру ваги підвішуванням фігури у різних точках. Отримав розвиток напрям визначення координат центру ваги та маси плоского створенням програмного продукту на основі Python [5], в якому реалізовано методи комп'ютерного зору для сканування зображень, що зображують різні об'єкти, і визначення їх центрів мас. Для геометричних тіл результати, отримані програмою, узгоджуються з результатами, передбаченими інтегральними обчисленнями. Крім того, програма також здатна успішно позначати центри мас об'єктів довільної форми, тобто її можна застосовувати до будь-якого можливого плоского об'єкта. Отримані результати підтверджені експериментальним шляхом [5].

Для кінематичного та динамічного аналізу складних систем існують спеціалізовані програми: CarSim, Adams Car, Simpack. Ці програми дозволяють інженерам та дослідникам вивчати поведінку транспортних та механічних систем у різних ситуаціях та оцінювати їх стійкість та безпеку. Вони застосовуються в різних галузях, включаючи машинобудування, автомобільну промисловість, залізничний транспорт, авіацію, будівництво та багато інших [6].

Працюючи у віртуальному середовищі Adams Car, розробники можуть тестувати свої продукти в різних дорожніх умовах і проводити ті ж випробування, які зазвичай проводяться в тестовій лабораторії або на випробувальному треку, без необхідності створювати фізичні прототипи і без необхідності створювати дорогі повномасштабні випробувальні стенди. При створенні моделей транспортних засобів в Adams Car інженери в першу чергу звертають увагу на кузов, раму, задню і передню підвіску, задні і передні колеса, кермо, силовий агрегат, трансмісію, дорогу, водія, системи автоматичного керування та інші підсистеми, зібрані з параметризованих моделей. Багато елементів можна зробити пружними (включаючи повністю пружними кузовами, рами тощо). На основі результатів дослідження параметри підсистем можуть бути скориговані з точки зору геометричних розмірів, монтажних позицій, фізичних параметрів і типів компонентів транспортного засобу (наприклад, положення двигуна, тип підвіски).

Комп'ютерна оцінка динаміки колісних транспортних засобів за допомогою Adams Car дозволяє інженерам: досліджувати динамічну поведінку продуктів, створених на етапі проектування, до того, як перші фізичні прототипи будуть побудовані і випробувані в польових умовах; модифікувати прототипи і не проводити дорогі польові випробування зміни конструкції за допомогою подальшого аналізу динамічних характеристик за значно коротший час і, відповідно, з меншими витратами, ніж при проведенні випробувань.

Програмний продукт Simpack використовується на всіх етапах, від початкової розробки концепції до виробництва та комерціалізації, допомагаючи дизайнерам краще зрозуміти та оптимізувати свої системи, значно зменшуючи потребу у фізичних прототипах, скорочуючи час виходу на ринок та покращуючи якість і довговічність продукції. Simpack – це універсальне програмне забезпечення для багатотільного моделювання (MBS), яке дозволяє аналітикам і конструкторам моделювати нелінійний рух будь-якої механічної або мехатронної системи. Рішення дозволяє проєктувальникам створювати 3D-віртуальні моделі для прогнозування і візуалізації динаміки руху, з'єднувальних сил і напружень. Simpack в першу чергу використовується в автомобільній промисловості, виробництві двигунів, залізницях, вітроенергетиці, але також може використовуватися

в будь-якій галузі проектування механічного обладнання. Програмне забезпечення для моделювання Simpack особливо підходить для аналізу високочастотних перехідних процесів аж до акустичної області. Розроблений для роботи зі складними нелінійними моделями, включаючи гнучкі тіла та гострі ударні контакти, Simpack використовується на всіх етапах, від початкової розробки концепції до виробництва та трансформації. Рішення допомагає конструкторам краще зрозуміти та оптимізувати свої системи, значно зменшуючи потребу у фізичних прототипах, скорочуючи час виходу на ринок та покращуючи якість і термін служби продукції. Це знижує загальні витрати на проектування, виробництво та обслуговування.

Autodesk 3ds Max це справжній універсал, що представляє собою великий комплексний продукт для 3D-моделювання, візуалізації та анімації, створення простих та складних геометричних форм, розробки деталей, створення текстур. Використовується в архітектурі, промисловому дизайні, ігровій та кіноіндустрії. Дає можливість зробити візуалізацію різного рівня складності та досягати фото-реалістичного результату. Autodesk 3dsMax підходить для створення складних анімаційних сценаріїв. Є багато плагінів та бібліотек (моделей, матеріалів) для 3dsMax, завдяки яким розширюється функціональність програми, а робота з 3D- графікою стає ефективнішою. 3dsMax інтегрується з іншими програмами Autodesk, зокрема з AutoCAD та Revit. Підтримує різні формати файлів, включаючи 3DS, FBX, OBJ, DWG.

Але, висока вартість придбання ліцензії на використання та не потрібність усіх додатків програм для вирішення поставленого завдання, дає можливість скористатися програмним продуктом SOLIDWORKS для аналізу кінематики та динаміки багатомасових і багатотільних систем.

Аналіз літературних джерел

Аналіз наукової літератури показав, що існує широкий клас задач в яких необхідно враховувати просторові форми об'єктів, визначати масу та координати центру ваги та відстані його у горизонтальних або вертикальних площинах. У вітчизняній науці основні результати в напрямку математичного та програмного забезпечення задач геометричного проектування були досягнуті в науковій школі Ю. Г. Стояна [7]. Значний внесок у розвиток теорій і методів розв'язання складних задач компонування систем з урахуванням просторової геометрії об'єктів зробили М. І. Гіль, І. В. Гребенник, О. М. Кисельова, В. М. Комяк, О. В. Панкратов, Т. Є.[8-13]. Закордонні роботи, пов'язані з цим напрямком, виконані авторами: J. Bennell, C. Che, Y. Chen, G. M. Fadel, G. Fasano, L. Y. Wang [14–16]. Для вирішення завдання визначення координат центру ваги та маси плоского або двомірного об'єкта, який описується простими фігурами, застосовують аналітичні або графічні методи теоретичної механіки [17-19]. Аналіз патентних джерел показує значний інтерес в інноваційних розробках по визначенню координат положення центра ваги колісного та автотранспорту [20-25].

Постановка завдання

Необхідність розроблення методології статичного балансування складних систем, що обертаються, а саме в процесі проектування спеціальних токарних пристроїв із допомогою програмного продукту SOLIDWORKS, є важливим науково-технічним завданням, а дослідження кінематики руху складної системи дасть можливість визначати граничні параметри режимів різання заготовок. Застосування програмного продукту SOLIDWORKS дасть можливість прискорити процес статичного балансування ще в процесі проектування, підвищить точність процесу та зменшити час на проведення остаточних експериментальних досліджень по вибору конфігурації та маси і місця прикладення противаги.

Результати та їх обговорення

На теперішній час при створенні технології оброблення корпусних заготовок технолог використовує верстатний парк, який існує на даному підприємстві. Виходячи з можливостей економічного характеру, неможливості придбання нового верстатного обладнання технолог використовує можливості існуючого токарного обладнання із застосуванням спеціальних пристроїв для проведення певних операцій оброблення поверхонь корпусних заготовок. Для цього конструктор при проектуванні спеціального верстатного пристрою використовує необхідні схеми базування та встановлення заготовок на технологічні базові поверхні заготовки, щоби вони співпадали з конструкторським базовими поверхнями заготовки, забезпечуючи цим уникнення похибки базування та похибки оброблення заготовки в цілому. У подальшому після виготовлення пристрою виникає необхідність його статичного балансування.

Використання існуючих токарних верстатів з спеціальними пристроями дають можливість здешевити собівартість виготовлення певного виробу. Як приклад на рис. 7 та рис. 8 наведено схеми конструкцій токарних спеціальних пристроїв для розточування основних отворів у корпусних заготовках. Як правило спеціальних пристрій складається з планшайби 1, яка кріпиться на шпіндель токарного верстата та диску 2 на якому розташовані базові елементи у вигляді циліндричного пальця з різьбовим елементом 3 для затиску заготовки. Окрім цих елементів також є необхідність розміщення допоміжних базових елементів для кутового орієнтування заготовок 4 (рис. 7) та притискного елемента 4 для вибору зазору по отвору (рис. 8). Несиметричність різних мас елементів пристрою призводить до зміщення координат центру мас самого пристрою відносно осі обертання що призводить до биття поверхонь заготовки при точінні та знижується як точність оброблення так і якість поверхні.

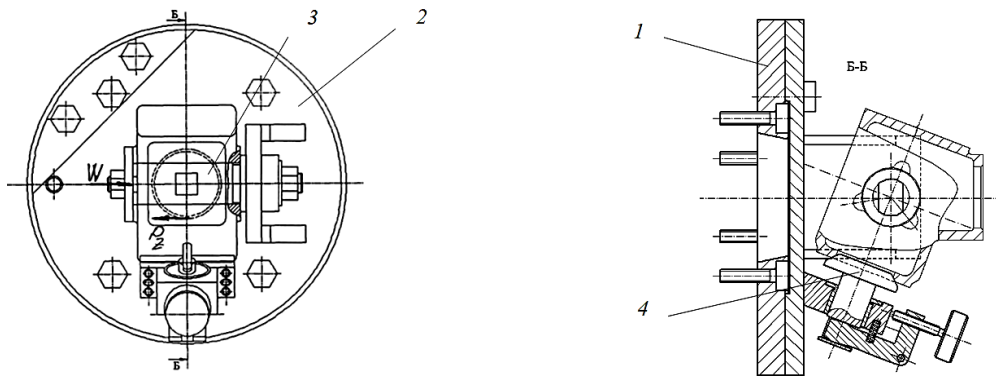


Рис. 7. Схема спеціального верстатного пристрою для розточування основного отвору у корпусній заготовці, який має кутове зміщення до горизонтальної площини, з базуванням по двох отворах: 1 – планшайба; 2 – диск; 3 – циліндричний палець; 4 – базовий елемент для кутового орієнтування заготовки

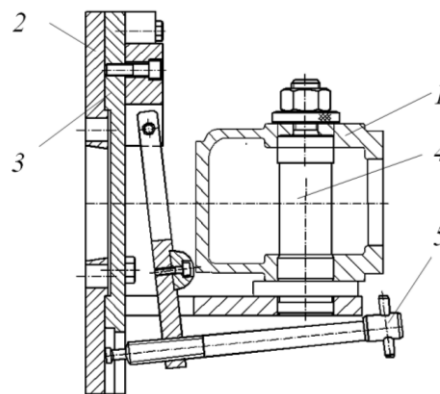


Рис. 8. Схема спеціального верстатного пристрою для підрізання торця та розточування отвору у корпусній заготовці з базуванням по торцю та основному отвору заготовки: 1 – заготовка; 2 – планшайба; 3 – диск; 4 – циліндричний палець; 5 – притискний елемент для вибору зазору по отвору заготовки

З аналізу конструкції наведених схем спеціальних пристроїв видно, що вони являють собою складну систему розташування мас і при створенні обертального руху, необхідного для проведення процесу різання, будуть виникати інерційні сили завдяки не визначенню зміщеного центру мас системи пристрій-заготовка. Виникає технічне завдання провести статичне балансування запропонованої конструкції пристрою.

Для вирішення поставленого завдання – створення методології статичного балансування спеціальних токарних пристроїв в процесі їх проектування та аналізу кінематики руху необхідно знати масові характеристики та розташування координат центру ваги складної багатомасової системи «заготовка – пристрій».

Розглянемо це на прикладі статичного балансування спеціального токарного пристрою для розточування основного отвору 1 у деталі «корпус» (рис. 9).

Згідно технічних вимог креслення деталі необхідно забезпечити перпендикулярність осей отворів та високу чистоту оброблення Ra2,5. За базові поверхні необхідно прийняти нижню площину корпусу 3 та отвір 2 (рис. 9) яким буде відповідати у верстатному пристрої штир з плоскою головкою та циліндричний палець. Для зменшення похибки у напрямку осі центрального отвору необхідно застосувати притискний елемент для вибору зазору між циліндричним пальцем та отвором 2. У програмному продукті SOLIDWORKS виконано 3D-модель деталі «корпус» (рис. 9).

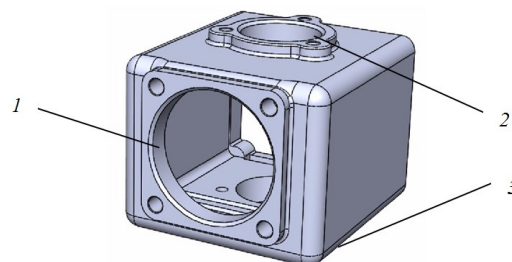


Рис. 9. 3D-модель деталі «корпус», яка виконана у програмному продукті SOLIDWORKS: 1 - основний отвір; 2 – базовий отвір; 3 – базова площина корпусу

Аналіз конструкцій спеціальних токарних пристроїв показує, що в основному вони мають вигляд планшайби 2, що кріпиться на шпиндель верстата, та диску 3 на якому розташовані базові

елементи 4,5 та різьбові закріплюючі елементи. Відповідно, у загальному випадку, заготовка 1, що встановлюється в спеціальному токарному пристрої, може бути не симетричною та елементи пристрою, що розташовуються на планшайбі, також не симетричні до осі обертання (рис. 10) і відповідно центр ваги системи «заготовка-пристрій» розташовується відносно осі обертання шпинделя із зміщенням. Тому у статичному стані, коли система перебуває в спокої, центр ваги завжди буде прагнути зайняти нижнє положення – система статично незбалансована, а в процесі оброблення деталі при обертанні пристрою із деталлю виникають динамічні навантаження, що ведуть до виникнення вимушених коливань – вібрації.

У програмному продукті SOLIDWORKS виконано креслення моделі спеціального токарного пристрою з встановленою заготовкою «корпус» 1 без балансування з елементом компенсації похибки заготовки 6 в осьовому напрямку (елемент пристрою який притискає заготовку до поверхні пальця та вибирає зазор між ними). З аналізу загального виду моделі пристрою із заготовкою 1 видно, що елементи пристрою 4, 5, 6 по вертикальній осі дають зміщення центру ваги униз тому конструктивно переміщення центра ваги попередньо компенсовано конструкцією і масою опори притискного елемента 7.

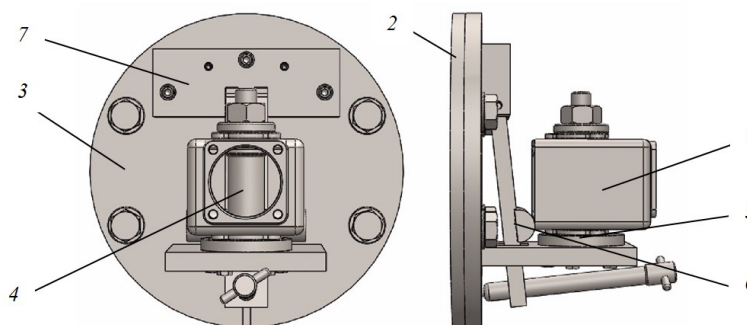


Рис. 10. 3D-модель спеціального токарного пристрою не збалансована, яка виконана у програмному продукті SOLIDWORKS: 1 – деталь «корпус»; 2 – планшайба; 3 – диск; 4 – циліндричний палець; 5 – штир з плоскою головкою; 6 – притискний елемент; 7 – опора притискного елемента

У результаті аналізу функціональних можливостей програмних продуктів CAD-системи, а саме SOLIDWORKS, встановлено, що при виконанні креслеників у 3D-моделюванні є можливість визначати масу та координати центру ваги складної системи.

Послідовність виконання дій при реалізації запропонованої методології представлена у таблиці 1.

Таблиця 1

Послідовність виконання дій при реалізації запропонованої методології

№	Етапи методології	Дії по реалізації методології
1	Побудова 3D-моделі деталі	Будується 3D-модель деталі у програмному продукті SOLIDWORKS з вибором матеріалу.
2	Підготовка моделі	Будується 3D-модель спеціального токарного верстатного пристрою у масштабі 1:1. Усі компоненти 3D-моделі пристрою повинні бути правильно позиціоновані, мати призначений матеріал.
3	Створення багатомасової системи «заготовка – пристрій»	За допомогою опції CAD - системи проводиться графічне встановлення 3D-модель деталі у 3D-модель пристрою.
4	Визначення центра маси та величини зміщення центра маси системи	За допомогою опцій CAD - системи визначається маса та координати центру ваги системи «деталь – пристрій». Порівнюємо знаходження центра маси пристрою з геометричним центром системи – вісі обертання.
5	Визначення конструктивної форми противаги	З конструктивних міркувань побудови 3D-моделі пристрою приймаємо противагу у формі сегменту довільної товщини.
6	Створення і додавання противаги	Створюємо 3D-модель противаги і встановлюємо на 3D-модель пристрою.
7	Перевірка розташування координат центру ваги і коригування маси противаги	Визначаємо масові характеристики та координати центру ваги і змінюємо в 3D-моделі пристрою товщину противаги у більшу чи меншу сторону до тих пір поки центр мас не співпадає з віссю обертання пристрою.
8	Аналіз руху складної системи після балансування	Проводиться графічна візуалізація у SolidWorks Motion траєкторії руху поверхні отвору.

Наведемо приклад реалізації запропонованої методології статичного балансування складної системи «заготовка-пристрій» для деталі «корпус» (див. рис. 9) та токарного пристрою (див. рис. 10). У програмному продукті SOLIDWORKS будується 3D-модель деталі та 3D-модель спеціального токарного верстатного пристрою у масштабі 1:1, проводиться графічне встановлення деталі у пристрій та за допомогою опції CAD - системи. За допомогою опцій CAD - системи визначається маса та координати центру ваги системи «заготовка – пристрій – не збалансований» (рис. 11).

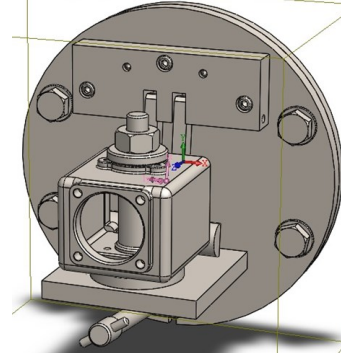
Масові характеристики: Зборка 1
Конфігурація: по замовчуванню
Система координат: -- по замовчуванню --

Маса = 56232.40 грамів

Об'єм = 7157404.92 кубічні міліметри

Площа поверхні = 1081909.87 квадратні міліметри

Центр ваги: (міліметри)
X = 0.00
Y = - 7.69
Z = 62.07



а

б

Рис. 11. Результати розрахунку маси пристрою з встановленою заготовкою та координат центру ваги не збалансованої системи верстатного пристрою, виконані у програмному продукті SOLIDWORKS: а – результати розрахунку; б – графічне розташування центра мас на 3-D моделі

З аналізу конструкції пристрою його елементи розташовані симетрично координаті Y тому при проектуванні елементу 7 (див. рис. 10), опори притискного елементу, конструктивно задаємо його збільшені розміри та отримуємо певну масу, яка частково компенсує дисбаланс.

Для кінцевого балансування системи з конструктивних міркувань побудови 3D-моделі пристрою приймаємо противагу у формі сегменту певної товщини та розташовуємо її симетрично осі Y на пристрої зі сторони зміщення центру мас.

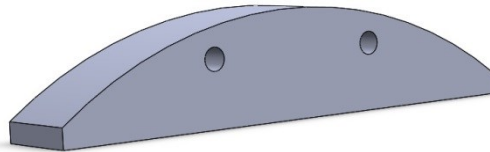


Рис. 12. 3D-модель противаги

Проводимо встановлення 3D-моделі противаги у 3D-модель пристрою закріпивши її двома болтами у диск. За допомогою опцій CAD - системи визначається маса та координати центру ваги системи «заготовка – пристрій – збалансований».

Змінюємо в 3D-моделі пристрою товщину противаги у більшу чи меншу сторону до тих пір поки центр мас не співпадає з віссю обертання пристрою по координатах X та Y (рис. 13).

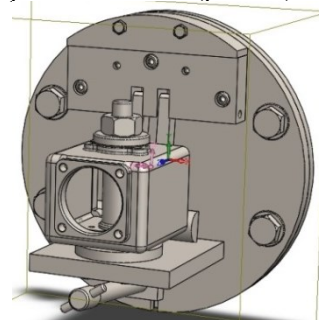
Масові характеристики: Зборка 1
Конфігурація: по замовчуванню
Система координат: -- по замовчуванню --

Маса = 58758.99 грамів

Об'єм = 7479739.79 кубічні міліметри

Площа поверхні = 1124407.23 квадратні міліметри

Центр ваги: (міліметри)
X = 0.00
Y = 0.00
Z = 61.80



а

б

Рис. 13. Результати розрахунку маси пристрою з встановленою заготовкою та противагою і координат центру ваги збалансованої системи верстатного пристрою, виконані у програмному продукті SOLIDWORKS: а – результати розрахунку; б – графічне розташування центра мас на 3-D моделі

Виходячи з критерію максимальної продуктивності процесу оброблення отвору $\varnothing 82$ мм «корпуса» та отримання необхідної точності, було проведено графічну візуалізацію у SOLIDWORKS Motion траєкторії руху поверхні отвору. Сучасні матеріали різальної кромки різця дають можливість застосовувати максимальні режими оброблення на верстатах. Зі збільшенням частоти обертання виникають динамічні сили, що призводять до похибок форми поверхні отвору.

Провівши дослідження кінематики обертального руху спеціального верстатного пристрою із заготовкою у SOLIDWORKS Motion було отримано графічне відображення траєкторії руху поверхні отвору без противаги при різних частотах обертання (рис. 14) та з противагою (рис. 15). Ткож при

моделюванні руху спеціального верстатного пристрою отримано результати зміщення координат поверхні отвору у вертикальній та горизонтальній проєкціях (рис. 14 і рис. 15) при різних частотах обертання для визначення їх критичних значень.

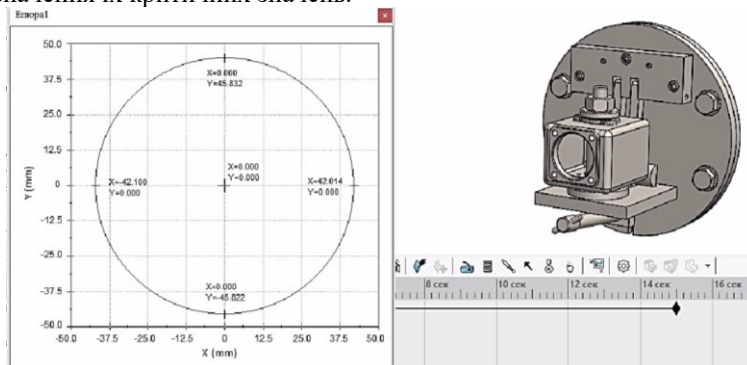


Рис. 14. Графічна візуалізація у SOLIDWORKS Motion траскторії руху поверхні отвору у пристрої без протизаваги при максимальній частоті обертання 2000 об/хв.

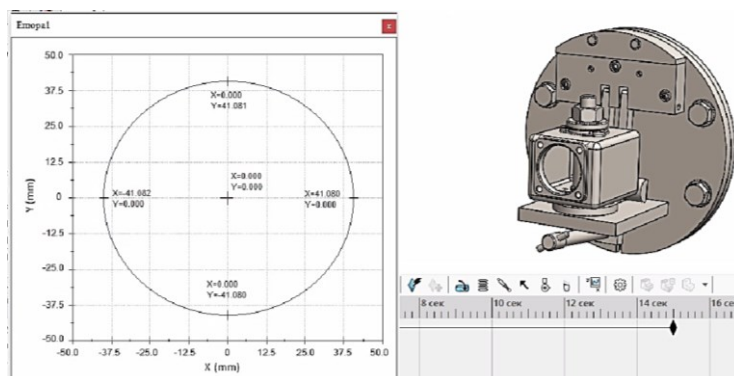


Рис. 15. Графічна візуалізація у SOLIDWORKS Motion траскторії руху поверхні отвору у пристрої без протизаваги при максимальній частоті обертання 2000 об/хв.

В результаті проведених досліджень та аналізу отриманих результатів було побудовано графіки залежності биття поверхні отвору $\varnothing 82$ по радіусу відносно осі по вертикальній координаті Y (рис. 16) та горизонтальній координаті X (рис. 17) для верстатного пристрою без протизаваги (залежність 1) та верстатного пристрою з протизавагою (залежність 2).

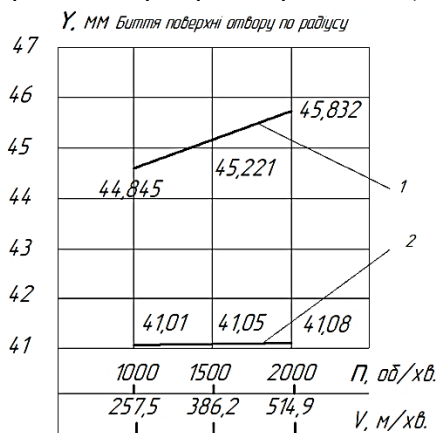


Рис. 16. Графік биття поверхні отвору $\varnothing 82$ мм у вертикальному напрямку від частоти обертання та відповідної швидкості: 1 – без протизаваги; 2 – з протизавагою

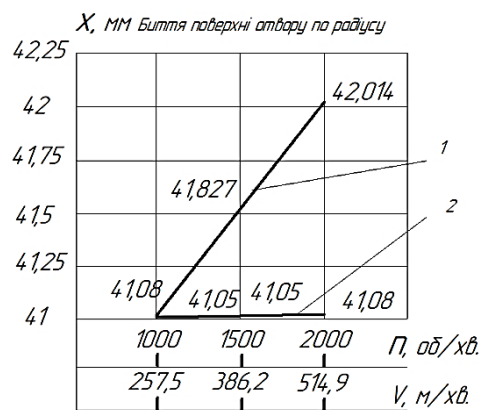


Рис. 17. Графік биття поверхні отвору $\varnothing 82$ мм у горизонтальному напрямку від частоти обертання та відповідної швидкості: 1 – без протизаваги; 2 – з протизавагою

З аналізу побудованих графіків встановлено, що зміщення поверхні отвору по координатах X та Y не перевищує 0,08 мм. Таке зміщення набагато менше відповідного допуску на поверхню отвору і дає можливість застосовувати максимальні режими оброблення на токарних верстатах – до 2000 об/хв.

Таким чином, застосування запропонованого способу статичного балансування спеціальних токарних пристроїв із встановленою заготовкою в процесі проектування, за допомогою програмного продукту SOLIDWORKS, дає можливість скоротити витрати часу на проведення статичного балансування у процесі проєктування в порівнянні з натурним статичним балансуванням та підвищити його точність, завдяки отриманню точних розмірів елементів пристрою та протизаваги, координат отворів для кріплення.

Висновки

З аналізу існуючих способів статичного балансування встановлено, що проведення натурного статичного балансування деталей або вузлів вимагає спеціальних пристроїв, а для балансування спеціальних токарних пристроїв їх необхідно встановлювати у шпindel токарного верстату. Тертя у підшипниках якого може вносити похибки при виконанні процесу балансування.

Застосування комп'ютерного моделювання у SOLIDWORKS надає розширені можливості встановлення мас складних систем та координат розташування центру мас, враховуючи геометрію складної системи – «заготовка-верстатний пристрій», з урахуванням матеріалів, з яких виготовлені окремі її деталі.

Запропонована методологія статичного балансування спеціальних токарних пристроїв із заготовкою в процесі проектування, за допомогою програмного продукту SOLIDWORKS, дає можливість підвищити продуктивність виконання статичного балансування складних систем, можливість оперативно змінювати параметри елементів пристрою, підвищити точність виконання процесу статичного балансування, завдяки отриманню точних розмірів елементів пристрою та протипази, координат отворів для кріплення при її створенні у програмному продукті.

Проведені дослідження кінематики руху спроектованого спеціального пристрою, якій статично збалансовано в процесі проектування, підтверджують можливість досягнення необхідної точності при застосовуванні максимальних режимів оброблення на токарних верстатах – до 2000 об/хв. на швидкості до 500 м/хв. з метою отримання високої продуктивності процесу оброблення заготовок.

Література

1. Павловський М. А. Теоретична механіка : підручник. Київ : Техніка, 2004. 512 с.
2. Іскрицький В. М., Подлесний С. В., Водоласька О. Г., Єрфорт Ю. О. Теоретична механіка. Статика і кінематика : навч. посібник. Краматорськ : ДДМА, 2007. 204 с.
3. Дейниченко Г. В., Цвіркун Л. О., Омельченко О. В. Теоретична механіка : навч. посіб. Кривий Ріг : ДонНУЕТ, 2021. 107 с.
4. Водоласька О. Г., Подлесний С. В., Іскрицький В. М. Теоретична механіка. Динаміка механічної системи та твердого тіла : навч. посіб. для студентів усіх спеціальностей. Краматорськ : ДДМА, 2012. 312 с.
5. Gahramanova A. Locating Centers of Mass with Image Processing. Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One + Two. 2019. Vol. 10, No. 1. P. 1–24. DOI: <https://doi.org/10.5038/2326-3652.10.1.4906>.
6. Ніконов О. Я. Інтелектуальні комп'ютерні технології розроблення транспортних засобів. Вісник ХНАДУ. 2019. № 87. С. 49–53.
7. Стоян Ю. Г., Яковлев С. В. Математичні моделі та оптимізаційні методи геометричного проектування. Київ : Наук. думка, 1986. 268 с.
8. Стоян Ю. Г., Яковлев С. В. Конфігураційний простір геометричних об'єктів. Кібернетика та системний аналіз. 2018. № 54(5). С. 715–722.
9. Яковлев С. В. Метод штучного розширення простору в задачах оптимального пакування геометричних об'єктів. Кібернетика і системний аналіз. 2017. № 53(5). С. 725–732.
10. Грищик В. В. та ін. Математичні методи оптимізації та інтелектуальні комп'ютерні технології моделювання складних процесів і систем з урахуванням просторових форм об'єктів. Донецьк : ІПП "Наука і освіта", 2011. 650 с.
11. Яковлев С. В., Гиль Н. І., Комяк В. М. Елементи теорії геометричного проектування. Київ : Наук. думка, 1995. 241 с.
12. Гребенник І. В. та ін. Комбінаторні конфігурації в оптимізаційних задачах балансної компоновки. Кібернетика і системний аналіз. 2018. Т. 54, № 2. С. 55–67.
13. Коваленко А. А., Романова Т. Є., Стецюк П. І. Балансова задача компоновки 3D-об'єктів: математична модель та методи розв'язання. Кібернетика та системний аналіз. 2015. Вип. 51, № 4. С. 556–565.
14. Wang Y. S., Shi Y. J., Teng H. F. An improved scatter search for circles packing problem with the equilibrium constraint. Chinese Journal of Computers. 2009. № 32. P. 1214–1221. DOI: 10.3724/SP.J.1016.2009.01214.
15. Fasano G., Pinter J. D. (Eds.). Model Development and Optimization for Space Engineering: Concepts, Tools, Applications, and Perspectives. In: Modeling and Optimization in Space Engineering. Series: Springer Optimization and Its Applications. Vol. 73. 2012. P. 1–32.
16. Junqueira L., Morabito R., Yamashita D. S., Yanasse H. H. Optimization Models for the Three-Dimensional Container Loading Problem with Practical Constraints. In: Modeling and Optimization in Space Engineering. Springer Optimization and Its Applications. Vol. 73. 2015. P. 271–294. DOI: 10.1007/978-1-4614-4469-5_12.
17. Блинов І. А. Метод визначення просторового положення центра тяжіння машин. Механіка. Вісник Концерну ВКО «Алмаз – Антей». 2019. № 2. С. 71–82.

18. Мамонтов А. В. Математичне обґрунтування способу визначення статичної неурівноваженості роторів. Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Проблеми механічного приводу. 2014. № 31(1074). С. 99–104.

19. He Y. Object-Oriented Modeling and Simulation of Railway Vehicle Systems. Applied Mechanics and Materials. 2010. Vol. 26–28. P. 900–904.

20. Спосіб визначення положення центра ваги колісного транспортного засобу у вертикальній площині : пат. на корисну модель № 19059 Україна. МПК B60C 23/0021 / Козлинський М. П., Денис В. В. ; заявл. 01.02.2005 ; опубл. 15.12.2006, Бюл. № 12.

21. Спосіб визначення положення центра ваги колісного транспортного засобу : пат. на корисну модель № 19716 Україна. МПК B60C 23/00 / Козлинський М. П. та ін. ; заявл. 31.07.2006 ; опубл. 15.12.2006, Бюл. № 12.

22. Спосіб визначення положення точки центру мас напівпричепа вантажного автомобіля : пат. на корисну модель № 63957 Україна. МПК G01M 17/00 / Поляков А. П., Гречанюк М. С. ; заявл. 29.03.2011 ; опубл. 25.10.2011, Бюл. № 20.

23. Спосіб визначення положення центру ваги тіла : пат. на корисну модель № 68193 Україна. МПК G01B / Погорілець О. М., Анісевич Л. В. ; заявл. 23.12.2010 ; опубл. 25.08.2011, Бюл. № 16.

24. Спосіб визначення положення центра ваги колісного транспортного засобу і пристрій для його здійснення : пат. на корисну модель № 69620 Україна. МПК B60C 23/00 ; опубл. 15.09.2004, Бюл. № 9.

25. Спосіб визначення положення точки центру мас напівпричепа вантажного автомобіля : пат. на корисну модель № 63957 Україна. МПК B60C 23/00 / заявл. 29.03.2011 ; опубл. 25.06.2009, Бюл. № 20.

References

1. Pavlovskiy M. A. Teoretychna mekhanika : pidruchnyk. Kyiv : Tekhnika, 2004. 512 s.
2. Iskrytskyi V. M., Podliesnyi S. V., Vodolazska O. H., Yerfort Yu. O. Teoretychna mekhanika. Statyka i kinematyka : navch. posibnyk. Kramatorsk : DDMA, 2007. 204 s.
3. Deinychenko H. V., Tsvirkun L. O., Omelchenko O. V. Teoretychna mekhanika : navch. posib. Kryvyi Rih : DonUET, 2021. 107 s.
4. Vodolazska O. H., Podliesnyi S. V., Iskrytskyi V. M. Teoretychna mekhanika. Dynamika mekhanichnoi systemy ta tverdoho tila : navch. posib. dlia studentiv usikh spetsialnostei. Kramatorsk : DDMA, 2012. 312 s.
5. Gahramanova A. Locating Centers of Mass with Image Processing. Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One + Two. 2019. Vol. 10, No. 1. P. 1–24. DOI: <https://doi.org/10.5038/2326-3652.10.1.4906>.
6. Nikonov O. Ya. Intelktualni kompiuterni tekhnologii rozroblennia transportnykh zasobiv. Visnyk KhNADU. 2019. № 87. S. 49–53.
7. Stoian Yu. H., Yakovlev S. V. Matematychni modeli ta optymizatsiini metody heometrychnoho proektuvannia. Kyiv : Nauk. dumka, 1986. 268 s.
8. Stoian Yu. H., Yakovlev S. V. Konfiguratsiinyi prostir heometrychnykh ob'ektiv. Kibernetika ta systemnyi analiz. 2018. № 54(5). S. 715–722.
9. Yakovlev S. V. Metod shtuchnogo rozshyrennia prostoru v zadachakh optimalnogo pakuvannia heometrychnykh ob'ektiv. Kibernetika i systemnyi analiz. 2017. № 53(5). S. 725–732.
10. Hrytsyk V. V. ta in. Matematychni metody optymizatsii ta intelktualni kompiuterni tekhnologii modeliuvannia skladnykh protsesiv i system z urakhuvanniam prostorovykh form ob'ektiv. Donetsk : IPII "Nauka i osvita", 2011. 650 s.
11. Yakovlev S. V., Hyl N. I., Komiak V. M. Elementy teorii heometrychnoho proektuvannia. Kyiv : Nauk. dumka, 1995. 241 s.
12. Hrebennyk I. V. ta in. Kombinatorni konfiguratsiinyi v optymizatsiinykh zadachakh balansnoi komponovky. Kibernetika i systemnyi analiz. 2018. T. 54, № 2. S. 55–67.
13. Kovalenko A. A., Romanova T. Ye., Stetsiuk P. I. Balansova zadacha komponuvannia 3D-ob'ektiv: matematychna model ta metody rozv'iazannia. Kibernetika ta systemnyi analiz. 2015. Vyp. 51, № 4. S. 556–565.
14. Wang Y. S., Shi Y. J., Teng H. F. An improved scatter search for circles packing problem with the equilibrium constraint. Chinese Journal of Computers. 2009. № 32. R. 1214–1221. DOI: 10.3724/SP.J.1016.2009.01214.
15. Fasano G., Pinte'r J. D. (Eds.). Model Development and Optimization for Space Engineering: Concepts, Tools, Applications, and Perspectives. In: Modeling and Optimization in Space Engineering. Series: Springer Optimization and Its Applications. Vol. 73. 2012. R. 1–32.
16. Junqueira L., Morabito R., Yamashita D. S., Yanasse H. H. Optimization Models for the Three-Dimensional Container Loading Problem with Practical Constraints. In: Modeling and Optimization in Space Engineering. Springer Optimization and Its Applications. Vol. 73. 2015. R. 271–294. DOI: 10.1007/978-1-4614-4469-5_12.
17. Blynov I. A. Metod vyznachennia prostorovoho polozhennia tsentra tiazhinnia mashyn. Mekhanika. Visnyk Kontsernu VKO «Almaz – Anteï». 2019. № 2. S. 71–82.
18. Mamontov A. V. Matematychno obgruntuвання способу vyznachennia statychnoi neurivnovazhenosti rotoriv. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Serii: Problemy mekhanichnoho pryvodu. 2014. № 31(1074). S. 99–104.
19. He Y. Object-Oriented Modeling and Simulation of Railway Vehicle Systems. Applied Mechanics and Materials. 2010. Vol. 26–28. P. 900–904.
20. Sposib vyznachennia polozhennia tsentra vahy kolisnoho transportnoho zasobu u vertykalnii ploshchyni : pat. na korysnu model № 19059 Ukraina. MPK B60C 23/0021 / Kozlynskyi M. P., Denys V. V. ; zaiavl. 01.02.2005 ; opubl. 15.12.2006, Biul. № 12.
21. Sposib vyznachennia polozhennia tsentra vahy kolisnoho transportnoho zasobu : pat. na korysnu model № 19716 Ukraina. MPK B60C 23/00 / Kozlynskyi M. P. ta in. ; zaiavl. 31.07.2006 ; opubl. 15.12.2006, Biul. № 12.
22. Sposib vyznachennia polozhennia tochky tsentru mas napivprycheпа vantazhnogo avtomobilia : pat. na korysnu model № 63957 Ukraina. MPK G01M 17/00 / Poliakov A. P., Hrehaniuk M. S. ; zaiavl. 29.03.2011 ; opubl. 25.10.2011, Biul. № 20.
23. Sposib vyznachennia polozhennia tsentru vahy tila : pat. na korysnu model № 68193 Ukraina. MPK G01B / Pohorilets O. M., Aniskevych L. V. ; zaiavl. 23.12.2010 ; opubl. 25.08.2011, Biul. № 16.
24. Sposib vyznachennia polozhennia tsentra vahy kolisnoho transportnoho zasobu i prystrii dlia yoho zdiisnennia : pat. na korysnu model № 69620 Ukraina. MPK B60C 23/00 ; opubl. 15.09.2004, Biul. № 9.
25. Sposib vyznachennia polozhennia tochky tsentru mas napivprycheпа vantazhnogo avtomobilia : pat. na korysnu model № 63957 Ukraina. MPK B60C 23/00 / zaiavl. 29.03.2011 ; opubl. 25.06.2009, Biul. № 20.