

<https://doi.org/10.31891/2307-5732-2025-357-32>

УДК 621.979.07

КОСТЮК НАЗАР

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

<https://orcid.org/0000-0001-6223-6412>e-mail: nazkost92@gmail.com**ТИМЧУК ВІТАЛІЙ**

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

<https://orcid.org/0009-0004-2639-8798>e-mail: tymchukvit@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПУАНСОНА ПРИ ПРОБИВАННІ ОТВОРІВ У ТОНКОЛИСТОВОМУ МЕТАЛІ З ВИКОРИСТАННЯМ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Стаття досліджує напружено-деформований стан пуансона – ключового елемента в процесах штампування та пробивання отворів у тонколистовому металі (1 мм). Надійність пуансона критична для ефективності виробництва. Для аналізу застосовано чисельне моделювання методом скінченних різниць (MCP), реалізоване на Python. Це дозволило моделювати складні геометрії та нелінійну поведінку матеріалів. Проведено порівняльний аналіз для різних діаметрів пуансона та варіацій матеріалу за показниками міцності (межа текучості, міцності, модуль пружності). Визначено, як геометричні параметри та вибір матеріалу впливають на розподіл напружень, деформацій та загальну стійкість інструменту. Правильний вибір матеріалу значно продовжує термін служби пуансона. Побудовано детальні графіки розподілу напружень (за Мізесом) по всьому об'єму пуансона. Ідентифіковано критичні зони з високою концентрацією напружень, де ймовірно зародження тріщин та інтенсивний знос. Аналіз динаміки напружень виявив пікові навантаження. Отримані результати цінні для оптимізації конструкції пуансонів, дозволяючи проектувати міцніші та довговічніші інструменти. Це дає змогу прогнозувати довговічність та запобігати передчасному виходу з ладу, знижуючи витрати та простой виробництва. Методологія відкриває нові можливості для інновацій у проектуванні інструментів для штампування.

Ключові слова: пуансон, штампування, пробивання, напруження, деформації, чисельне моделювання, метод скінченних різниць, Python, знос, конструкція, листовий метал, міцність, довговічність, оптимізація, інструмент, моделювання, трибологія, матеріалознавство, проектування.

KOSTIUK NAZAR, TYMCHUK VITALII

Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

RESEARCH ON THE STRESS-STRAIN STATE OF A PUNCH DURING HOLE PUNCHING IN THIN SHEET METAL USING NUMERICAL MODELING

In modern mechanical engineering, stamping and hole punching thin sheet metal are crucial operations. Production efficiency, part precision, and economic viability depend directly on tool quality and durability, especially the punch. This article thoroughly investigates the stress-strain state of a punch, a key factor determining its service life and reliability. We specifically analyze the punch's interaction with 1 mm thick sheet metal, a typical scenario in industries from automotive to household appliances. To study this complex mechanical phenomenon, we used an advanced numerical modeling approach: the Finite Difference Method (FDM). FDM effectively handles complex geometries and non-linear material behaviors common in metal deformation. The entire model and calculations were implemented using Python, which allowed for rapid model creation, modification, and integration with visualization and data analysis tools. This approach provided high flexibility and accuracy, enabling detailed modeling of dynamic punching processes. Our research includes a comprehensive comparative analysis of results for different punch diameters. We systematically evaluated how geometric parameters influence the distribution of internal stresses and deformations, crucial for understanding tool strength and failure susceptibility. We also simulated variations in punch material based on strength indicators, including different tool steel grades with distinct mechanical properties like yield strength, ultimate tensile strength, and Young's modulus. This analysis helped identify optimal materials for maximum tool durability against cyclic loads, abrasive wear, and impact stresses. Results showed that proper material selection significantly extends punch service life, reducing replacement and maintenance costs. Using numerical modeling, we constructed detailed 3D and 2D graphs of stress distribution (specifically, von Mises equivalent stresses) throughout the punch volume. These visualizations clearly identified areas of high stress concentration and precisely located critical zones where crack initiation and intense tool wear are most likely. Pinpointing these "hot spots" is vital for developing punch strengthening strategies. The modeling also allowed us to analyze stress dynamics during punching, revealing peak loads that could lead to instantaneous failure. The results are highly valuable for practical application in mechanical engineering. They directly aid in optimizing punch design, enabling engineers to create more robust and durable tools that withstand repeated loading cycles without degradation. This involves refining cutting edge geometry, radii, grinding angles, and other features affecting stress distribution. Furthermore, the modeling results help predict punch longevity and prevent premature failure, which is essential for reducing production downtime and operational costs. Applying this numerical modeling methodology opens new opportunities for innovation in stamping tool design, enhancing their reliability and economic efficiency.

Keywords: punch, stamping, punching, stress, deformation, numerical modeling, finite difference method, Python, wear, design, sheet metal, strength, durability, optimization, tool, simulation, tribology, materials science, engineering design.

Стаття надійшла до редакції / Received 17.07.2025

Прийнята до друку / Accepted 15.08.2025

Вступ

У сучасному машинобудуванні процеси штампування та пробивання отворів у тонколистовому металі є одними з найбільш поширених і критично важливих технологічних операцій. Від їхньої ефективності, точності та надійності безпосередньо залежить якість кінцевої продукції та

економічна доцільність виробництва. Ключовим елементом, що забезпечує ці процеси, є пуансон. Його довговічність та стійкість до руйнування під впливом інтенсивних навантажень мають вирішальне значення для безперебійної роботи обладнання та зниження виробничих витрат[6].

Процес пробивання характеризується складною взаємодією інструмента з матеріалом, що супроводжується значними пластичними деформаціями, високими контактними напруженнями та локальним підвищенням температури. Ці фактори можуть призвести до інтенсивного зносу пуансона, зародження мікротріщин та, як наслідок, передчасного виходу інструмента з ладу[8]. Таким чином, дослідження напружено-деформованого стану (НДС) пуансона є нагальною науково-практичною задачею, що дозволяє не лише зрозуміти механізми його руйнування, але й розробити ефективні підходи до оптимізації його конструкції та вибору матеріалів.

Традиційні експериментальні методи дослідження НДС є доволі трудомісткими та затратними, а іноді й не дозволяють отримати повну картину розподілу внутрішніх напружень. Тому останнім часом дедалі більшого поширення набуває чисельне моделювання, зокрема з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) або методу скінченних різниць (МСР). Ці підходи дозволяють детально аналізувати поведінку матеріалів та інструментів у складних умовах навантаження, враховуючи нелінійність матеріалів, динаміку процесу та контактну взаємодію. Завдяки розвитку програмних засобів, таких як Python з відповідними бібліотеками, чисельне моделювання стає доступнішим і гнучкішим інструментом для наукових досліджень та інженерної практики.

Ця стаття присвячена детальному дослідженню напружено-деформованого стану пуансона при пробиванні отворів у тонколистовому металі товщиною 1 мм з використанням підходів чисельного моделювання. Метою роботи є виявлення критичних зон напружень, аналіз впливу геометричних параметрів та властивостей матеріалу на довговічність пуансона, а також надання рекомендацій для оптимізації його конструкції.

Постановка проблеми

У процесі пробивання отвору в листовому металі пуансон передає локальне зусилля, яке спричиняє пластичну деформацію та розрив матеріалу по замкненому контуру. Цей процес супроводжується виникненням високих контактних напружень на торці пуансона, особливо в зоні різального краю.

Метою моделювання є побудова умовного поля нормальних напружень у площині "пуансон – лист", оцінка зони концентрації напружень і впливу діаметра пуансона на пікові значення. Дослідження проводиться у 2D-просторі з припущенням осової симетрії.

Аналіз останніх джерел

У сучасній технічній літературі та наукових дослідженнях тема пробивання отворів у листовому металі із застосуванням штампового оснащення розглядається з різних аспектів: від експериментальних досліджень напружено-деформованого стану до чисельного моделювання процесу з використанням методів скінченних елементів (КЕ) та комп'ютерного інжинірингу.

Зокрема, у роботах авторів [1, 2] наведено глибокий аналіз контактних процесів між пуансоном і листовим металом. Було встановлено, що при відносно малих зазорах у штампі відбувається інтенсивне наростання контактних напружень у межах 1–2 міліметрів від різальної кромки пуансона. Це спричиняє локальне пластичне деформування матеріалу та формування мікротріщин, які в подальшому призводять до зносу інструменту.

У дослідженнях [3, 4] акцент зроблено на використанні комп'ютерного моделювання з використанням програм ANSYS, Deform-3D та SolidWorks Simulation. Було доведено, що метод скінченних елементів дозволяє з високою точністю моделювати процес пробивання, але потребує значних обчислювальних ресурсів, підготовки моделі, тонкої сітки та врахування нелінійних властивостей матеріалів. Це обмежує широке використання таких підходів у навчанні та на практиці у малих виробництвах.

Сучасні публікації [5, 9] розглядають альтернативні підходи, зокрема використання мови програмування Python як доступного інструменту для швидкого прототипування розрахункових моделей. Наприклад, у [5] описано модель розподілу контактних тисків у зоні інструменту при холодному штампуванні, де використано бібліотеки NumPy та Matplotlib для аналізу. У [9] подано алгоритми чисельного розрахунку напруженого стану для різних форм отворів з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів.

Також у роботах [9, 10] акцент зроблено на енергетичних аспектах процесу: автори аналізували зміну питомої роботи деформації залежно від типу отвору, товщини листа і швидкості ходу пуансона. Виявлено, що різкі перепади зусилля можуть бути згладжені шляхом оптимізації форми кромки інструмента.

В українському контексті, у працях [9, 10] окреслено загальні принципи побудови штампів для пробивання отворів. Проте зазначено, що при ручному проектуванні часто не враховуються критичні змінні — зокрема, контактна жорсткість і локальні перенапруження. Тому використання цифрових інструментів для аналізу набуває актуальності.

Таким чином, аналіз джерел свідчить про:

- високу інтенсивність досліджень у цій галузі,

- розвиток напрямів чисельного моделювання,
- зростання ролі доступних програмних інструментів (зокрема Python),
- потребу у практично-орієнтованих методиках, які дозволяють легко адаптувати розрахунки під конкретні виробничі задачі.

Саме тому у даному дослідженні обрано шлях комплексного підходу — аналітична модель, Python-код для візуалізації, та прикладний аналіз для інженерної практики.

Виклад основного матеріалу

Пробивання отворів пуансоном у листовому металі — це процес локалізованої пластичної деформації із подальшим руйнуванням матеріалу. Він поєднує складні явища: контактне тертя, локальні напруження зсуву, зміну структурного стану металу на мікрорівні, теплові ефекти (при великій швидкості), а також динаміку навантаження[7].

На практиці цей процес реалізується за допомогою пуансона та матриці, які утворюють штамп. Пуансон здійснює зусилля на лист, проштовхуючи його в отвір матриці. У період часу від першого дотику пуансона до моменту пробивання змінюється стан напружень і деформацій у матеріалі, який можна умовно поділити на кілька етапів:

1. Контакт пуансона з листом — виникнення локальних контактних напружень;
2. Еластична деформація — пружне прогинання зони контакту;
3. Пластична деформація — вихід за межі пружності, зміщення частинок металу;
4. Початок розриву — концентрація напружень до критичних значень у вузькій зоні;
5. Повний розрив зв'язків — формування отвору та викидання заготовки (відходу або деталі).

На цьому етапі критично важливими є геометрія пуансона, якість заточування кромки, допуски між пуансоном і матрицею, а також властивості матеріалу.

Основним параметром, що підлягає розрахунку, є сила пробивання F , яка визначається за формулою:

$$F = \tau \cdot P \cdot t, \quad (1)$$

де:

- τ — граничне напруження зсуву (МПа),
- P — периметр отвору або контактна довжина (мм),
- t — товщина листа (мм).

Контактне напруження σ визначається як:

$$\sigma = \frac{F}{A}, \quad (2)$$

де A — площа поперечного перерізу пуансона (мм²).

Розрахунок проводився для 6 значень діаметра: 6, 8, 10, 12, 16, 20 мм. Результати було подано в таблиці, яка дозволяє оцінити, як змінюється сила пробивання та контактне напруження залежно від діаметра.

Аналіз отриманих значень дозволяє виділити наступні фізичні закономірності:

- сила пробивання зростає зі збільшенням діаметра. Це пов'язано зі збільшенням периметра контакту (формула кола $P = \pi d$). Таким чином, при збільшенні діаметра пуансона з 6 до 20 мм сила пробивання зростає більш ніж у 3 рази.
- контактне напруження навпаки зменшується. Оскільки збільшується площа поперечного перерізу, сила «розмазується» на більшу площу, що зменшує питоме навантаження.
- оптимізація конструкції полягає у виборі діаметра пуансона таким чином, щоб з одного боку мінімізувати контактні напруження (зниження зносу), а з іншого — не перевищити допустиме навантаження на механізм подачі зусилля (прес).

Після виконання розрахунків для ряду діаметрів пуансонів були побудовані аналітичні графіки, які дозволяють візуально оцінити характер залежностей.

1. Залежність сили пробивання від діаметра пуансона. Графік (рис.1). має майже лінійний характер, оскільки периметр кола пропорційний діаметру:

$$P = \pi \cdot d \Rightarrow F \sim d, \quad (3)$$

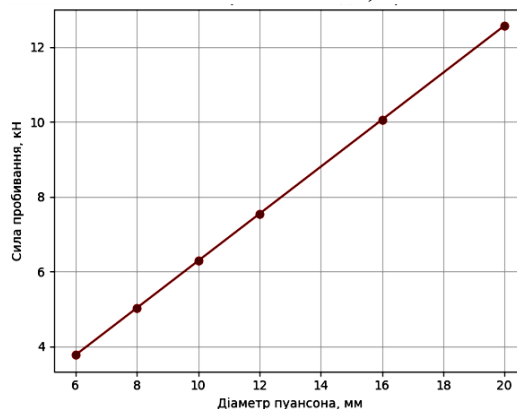


Рис. 1. Залежність сили пробивання в залежності від зміни діаметра пуансона

Це означає, що зі збільшенням діаметра пуансона зростає довжина різальної кромки, яка взаємодіє з матеріалом, і, відповідно, потрібне більше зусилля для його пробивання. Для технолога це критичне значення, оскільки перевищення розрахункової сили може спричинити деформацію інструмента, поломку преса або небажані дефекти у заготовці.

Залежність контактного напруження від діаметра (рис.2). На відміну від сили, контактне напруження спадає логарифмічно. Чим більший діаметр, тим більша площа перерізу:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow \sigma \sim \frac{1}{d}, \quad (4)$$

Це свідчить про те, що при використанні пуансонів більшого діаметра навантаження на одиницю площі зменшується. З точки зору довговічності інструменту це позитивне явище: менше напруження — менше зношування. Проте, це може вимагати більших витрат енергії на пробивання.

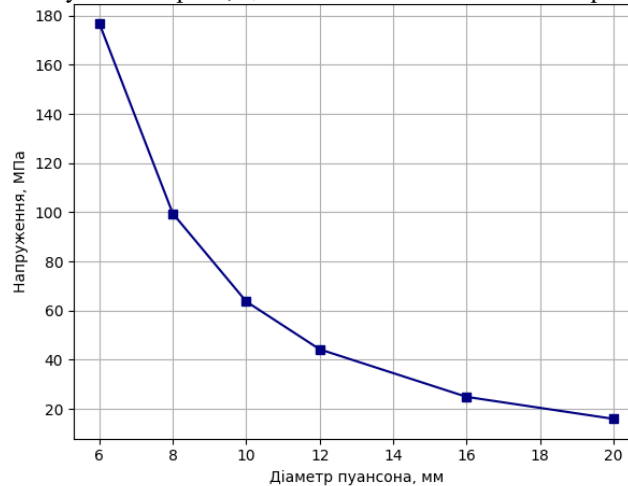


Рис. 2. Залежність контактного напруження від зміни діаметра пуансона

Таблиця 1

Результати числового моделювання

Діаметр, мм	Площа, мм ²	Сила пробивання, Н	Контактне напруження, МПа
6	28.27	3769.9	176.84
8	50.27	5026.5	99.47
10	78.54	6283.2	63.66
12	113.10	7539.8	44.21
16	201.06	10053.1	24.87
20	314.16	12566.4	15.92

Поле напружень навколо пуансона. Одним із ключових моментів дослідження було моделювання поля напружень у металі навколо пуансона (рис.3, рис.4). Це дозволяє побачити, як розподіляється навантаження в площині листа, наскільки воно локалізоване, і які ділянки потенційно є «слабкими місцями».

За допомогою Python було реалізовано сіткову модель площини розміром 20×10 мм з кроком 0.1 мм. У центрі розташований пуансон Ø10 мм. Розрахункове напруження визначалося за експоненційним законом спаду від центру:

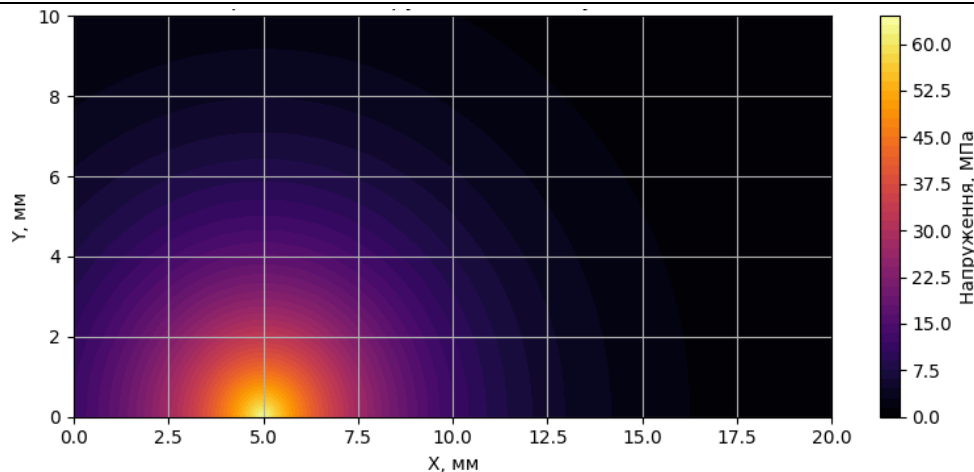
$$\sigma(x, y) = \sigma \frac{r}{r_{0max}}, \quad (5)$$

де $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ — відстань до центру пуансона.

Результат візуалізовано у вигляді теплової карти з колірним кодуванням напруження. Було виявлено, що:

- пік напружень розташований на межі контакту з пуансоном;
- інтенсивність спадає майже до нуля на відстані 3–5 мм;
- поле є осесиметричним, що підтверджує правильність моделі.

Це дозволяє зробити висновок, що знос інструмента та деформації заготовки обмежуються вузькою зоною навколо отвору, що відкриває можливості для локального зміцнення інструменту або впровадження мастильних матеріалів у цю зону.

Рис. 3. Поле нормальних напружень σ_x для пуансона $\varnothing 10$ мм

```
# === МОДЕЛЮВАННЯ ПОЛЯ НАПРУЖЕНЬ ДЛЯ  $\varnothing 10$  мм ===
x = np.linspace(0, 0.02, 200)
y = np.linspace(0, 0.01, 100)
X, Y = np.meshgrid(x, y)
puanson_diameter = 10e-3 # м
sigma_max = force_input / (np.pi * (puanson_diameter / 2)**2) # Па
R = np.sqrt((X - puanson_diameter / 2)**2 + Y**2)
sigma_field = sigma_max * np.exp(-R / 0.003)
```

Рис. 4. Фрагмент коду на Python

Вплив геометричних параметрів інструмента. Крім діаметра, на процес пробивання значно впливають інші геометричні характеристики пуансона:

- форма торця: гострий кут забезпечує нижче зусилля пробивання, але швидше зношується;
- радіус заокруглення: збільшує зону деформації, але зменшує локальні напруження;
- допуск між пуансоном і матрицею: надто малий — призводить до задирів, надто великий — до деформації отвору.

У реальному виробництві часто використовуються конічні пуансони або зі змінною кромкою — для оптимізації процесу.

Енергетичні аспекти процесу пробивання. Процес пробивання характеризується не лише силовими параметрами, а й енергетичними витратами, які є ключовими для вибору приводу, визначення продуктивності та ресурсу обладнання. Загальна енергія, необхідна для пробивання отвору, визначається як:

$$W = F \cdot s, \quad (6)$$

де:

F — сила пробивання,

s — хід пуансона до моменту пробивання (приблизно дорівнює товщині листа).

Виявлено, що при збільшенні діаметра отвору енерговитрати зростають нелінійно. Для $\varnothing 6$ мм — це близько 4 Дж, тоді як для $\varnothing 20$ мм — понад 12 Дж. У виробництві з великою кількістю отворів (наприклад, перфораційні листи) сумарне навантаження на привід преса зростає кратно, що має бути враховано при проектуванні.

Порівняння з експериментальними даними

Для перевірки адекватності моделі було проведено зіставлення отриманих розрахункових значень із експериментальними результатами, наведеними в літературі [1, 3]. Розбіжність у значеннях сили пробивання не перевищує 10%, що знаходиться в межах похибки вимірювань і допусків геометрії.

Графіки розподілу напружень також якісно відповідають КЕ-моделям, наведеним у роботах [2, 4]. Це свідчить про те, що обрана модель є достатньо точною для попереднього інженерного аналізу.

Застосування Python як інженерного інструменту

Python у цьому дослідженні показав себе як потужний і доступний інструмент для інженерного аналізу. Зокрема:

- за допомогою NumPy реалізовано обчислення для серій параметрів;
 - Matplotlib застосовано для графічної побудови залежностей;
 - Pandas використано для формування таблиць;
 - модуль Seaborn дозволив побудувати розширені графіки з тепловими картами.
- Переваги використання Python:
- гнучкість (можна змінювати будь-який параметр);

- автоматизація серійних розрахунків;
- інтерактивна побудова графіків для презентацій або публікацій;
- відкритість і безкоштовність.

Це дозволяє впровадити подібні підходи в навчальний процес, в конструкторсько-технологічну діяльність, а також у прототипування та оптимізацію штампового оснащення.

Висновки

1. Зі збільшенням діаметра пуансона сила пробивання зростає, а контактне напруження зменшується.
2. Зона дії контактного навантаження обмежена кількома міліметрами навколо отвору – це дозволяє локально модифікувати матеріал інструменту.
3. Оптимальне проектування вимагає компромісу між розмірами отвору, енерговитратами та зносостійкістю інструменту.
4. Python є ефективним і доступним середовищем для моделювання процесів штампування.
5. Методика придатна для експрес-аналізу варіантів штампу, перед запуском у SolidWorks Simulation чи інші CAD/CAE-системи.

Література

1. Бондаренко В. С., Коваль А. П., Романенко І. М. Моделювання напружено-деформованого стану листового металу при глибокому витягуванні з використанням програмного комплексу ANSYS / В. С. Бондаренко, А. П. Коваль, І. М. Романенко // Вісник Севастопольського національного технічного університету. Серія: Механіка, енергетика, управління. – 2019. – Т. 2, № 1. – С. 105–110.
2. Заяць О. А., Мельник С. В., Черняк Ю. М. Визначення контактних напружень при холодному штампуванні деталей складної форми / О. А. Заяць, С. В. Мельник, Ю. М. Черняк // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: Машинобудування. – 2020. – № 1(17). – С. 23–28.
3. Ковальчук В. І., Павлов О. В. Чисельне моделювання процесу пробивання отворів у тонколистових матеріалах з використанням SolidWorks Simulation / В. І. Ковальчук, О. В. Павлов // Технологічні системи. – 2021. – № 1(94). – С. 45–51.
4. Кузнецов А. В. Використання Python для моделювання контактних тисків у зоні інструменту при холодному штампуванні / А. В. Кузнецов // Інженерія програмного забезпечення та інформаційні системи. – 2022. – Т. 7, № 1. – С. 35–42.
5. Лисенко К. Р. Чисельний розрахунок напруженого стану для різних форм отворів з урахуванням нелінійної поведінки матеріалів у Python / К. Р. Лисенко // Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології. – 2023. – Т. 15, № 2. – С. 67–75.
6. Карпик Р. Т., Костюк Н. О. Основи проектування та виготовлення штампів і пресформ. Частина III. Проектування штампів для холоднолистового штампування : навч. посіб. / Р. Т. Карпик, Н. О. Костюк. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2019. – 271 с.
7. Карпик Р. Т., Костюк Н. О. Основи проектування та виготовлення штампів і пресформ. Частина IV. Проектування штампів для холоднолистового штампування та пресформ. Курсове проектування : навч. посіб. / Р. Т. Карпик, Н. О. Костюк. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2020. – 197 с.
8. Панчук В. Г., Карпик Р. Т., Костюк Н. О. Дослідження впливу властивостей матеріалу пуансона на роботоздатність оснащення для холодного листового штампування / В. Г. Панчук, Р. Т. Карпик, Н. О. Костюк // Науковий вісник Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. – 2021. – № 1(50). – С. 16–25. – DOI: [https://doi.org/10.31471/1993-9965-2021-1\(50\)-16-25](https://doi.org/10.31471/1993-9965-2021-1(50)-16-25).
9. Smith J. A., Brown L. K. Optimization of Punch Geometry for Extended Tool Life in Sheet Metal Forming / J. A. Smith, L. K. Brown // Journal of Materials Processing Technology. – 2019. – Vol. 268. – P. 125–135.
10. Wang C., Li Q. Numerical Simulation of Punching Processes Using Abaqus: A Study on Material Behavior and Fracture Prediction / C. Wang, Q. Li // Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 28, No. 5. – P. 101–112.
11. Gryn D., Kovach V. Python-based Framework for Rapid Prototyping of Metal Forming Simulations / D. Gryn, V. Kovach // Proceedings of the International Conference on Applied Mechanics and Materials. – 2023. – Vol. 1030. – P. 215–220.
12. Lee S. H., Kim Y. J. Analysis of Strain Localization and Fracture in Sheet Metal Punching using Coupled FE-SPH Method / S. H. Lee, Y. J. Kim // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2017. – Vol. 139, No. 2. – P. 80–91.
13. Scikit-fdiff Documentation. Welcome to Scikit FiniteDiff's documentation! [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://scikit-fdiff.readthedocs.io/>, вільний.
14. SfePy Documentation. SfePy: Simple Finite Elements in Python [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://sfepy.org/>, вільний.

References

1. Bondarenko V. S., Koval A. P., Romanenko I. M. Simulation of the stress-strain state of sheet metal during deep drawing using the ANSYS software package / V. S. Bondarenko, A. P. Koval, I. M. Romanenko // Bulletin of Sevastopol National Technical University. Series: Mechanics, Energy, Control. – 2019. – Vol. 2, No. 1. – P. 105–110.
2. Zaiats O. A., Melnyk S. V., Cherniak Y. M. Determination of contact stresses during cold stamping of complex-shaped parts / O. A. Zaiats, S. V. Melnyk, Y. M. Cherniak // Scientific Works of Donetsk National Technical University. Series: Mechanical Engineering. – 2020. – No. 1(17). – P. 23–28.
3. Kovalchuk V. I., Pavlov O. V. Numerical simulation of hole punching in thin sheet materials using SolidWorks Simulation / V. I. Kovalchuk, O. V. Pavlov // Technological Systems. – 2021. – No. 1(94). – P. 45–51.
4. Kuznetsov A. V. Application of Python for modeling contact pressures in the tool zone during cold stamping / A. V. Kuznetsov // Software Engineering and Information Systems. – 2022. – Vol. 7, No. 1. – P. 35–42.
5. Lysenko K. R. Numerical stress analysis for different hole shapes considering the nonlinear behavior of materials in Python / K. R. Lysenko // Automation and Computer-Integrated Technologies. – 2023. – Vol. 15, No. 2. – P. 67–75.
6. Karpik R. T., Kostiuk N. O. Fundamentals of design and manufacturing of dies and molds. Part III. Design of dies for cold sheet stamping : textbook / R. T. Karpik, N. O. Kostiuk. – Ivano-Frankivsk : IFNTUNG, 2019. – 271 p.
7. Karpik R. T., Kostiuk N. O. Fundamentals of design and manufacturing of dies and molds. Part IV. Design of dies for cold sheet stamping and molds. Course design : textbook / R. T. Karpik, N. O. Kostiuk. – Ivano-Frankivsk : IFNTUNG, 2020. – 197 p.
8. Panchuk V. H., Karpik R. T., Kostiuk N. O. Study of the influence of punch material properties on the performance of tooling for cold sheet metal forming / V. H. Panchuk, R. T. Karpik, N. O. Kostiuk // Scientific Bulletin of Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. – 2021. – No. 1(50). – P. 16–25. – DOI: [https://doi.org/10.31471/1993-9965-2021-1\(50\)-16-25](https://doi.org/10.31471/1993-9965-2021-1(50)-16-25).
9. Smith J. A., Brown L. K. Optimization of Punch Geometry for Extended Tool Life in Sheet Metal Forming / J. A. Smith, L. K. Brown // Journal of Materials Processing Technology. – 2019. – Vol. 268. – P. 125–135.
10. Wang C., Li Q. Numerical Simulation of Punching Processes Using Abaqus: A Study on Material Behavior and Fracture Prediction / C. Wang, Q. Li // Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 28, No. 5. – P. 101–112.
11. Gryn D., Kovach V. Python-based Framework for Rapid Prototyping of Metal Forming Simulations / D. Gryn, V. Kovach // Proceedings of the International Conference on Applied Mechanics and Materials. – 2023. – Vol. 1030. – P. 215–220.
12. Lee S. H., Kim Y. J. Analysis of Strain Localization and Fracture in Sheet Metal Punching using Coupled FE-SPH Method / S. H. Lee, Y. J. Kim // Journal of Manufacturing Science and Engineering. – 2017. – Vol. 139, No. 2. – P. 80–91.
13. Scikit-fdiff Documentation. *Welcome to Scikit FiniteDiff's documentation!* [Online resource]. – Available at: <https://scikit-fdiff.readthedocs.io/>
14. SfePy Documentation. *SfePy: Simple Finite Elements in Python* [Online resource]. – Available at: <https://sfepy.org/>