

БОХОНЬКО ЄВГЕН

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0002-2779-5734>e-mail: evgenboh@ukr.net

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГАЛЬМІВНОГО ШЛЯХУ АВТОМОБІЛЯ В КОНТЕКСТІ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ АКТИВНОЇ БЕЗПЕКИ

У роботі наведено результати досліджень, спрямованих на математичне моделювання гальмівного шляху автомобіля з урахуванням дії автоматизованих систем активної безпеки. Розроблено узагальнену аналітичну модель, яка враховує швидкість руху, стан дорожнього покриття, ухил дороги, ефективність дії систем ABS та AEB, а також часову затримку реакції. Проведено симуляційний аналіз для різних сценаріїв: сухе, мокре та слизьке покриття, ухили $\pm 5^\circ$, перехід між різними поверхнями. Побудовані графіки дозволили виявити критичні залежності між гальмівною динамікою та зовнішніми умовами. Результати дослідження можуть бути використані для вдосконалення алгоритмів ADAS.

Ключові слова: гальмівний шлях, математичне моделювання, ABS, AEB, ADAS, коефіцієнт зчеплення, ухил дороги, активна безпека, симуляція, транспортні системи.

BOKHONKO YEVHEN

Khmelnytskyi National University

MATHEMATICAL MODELING OF VEHICLE BRAKING DISTANCE WITHIN AUTOMATED ACTIVE SAFETY SYSTEMS

The article presents a comprehensive mathematical model for estimating vehicle braking distance in the context of automated active safety systems such as ABS (Anti-lock Braking System), AEB (Autonomous Emergency Braking), and ADAS (Advanced Driver Assistance Systems). The proposed model considers the braking process as a two-phase phenomenon, consisting of the initial system or driver response delay and the mechanical deceleration phase. Key variables, including vehicle speed, road surface condition, tire-to-road friction coefficient, road slope angle, and the dynamic response of electronic braking systems, are incorporated into the analytical expressions.

Special emphasis is placed on the integration of real-time parameters that influence braking behavior under varying environmental conditions. Simulation results for different road scenarios—dry, wet, and icy surfaces, as well as uphill and downhill inclines—demonstrate how even moderate changes in input parameters can result in significant deviations in braking performance. Additionally, the study investigates surface transition effects, such as moving from ice to asphalt, which are critical for adaptive safety algorithms. The influence of ABS is evaluated in terms of its contribution to improved friction utilization and vehicle stability under low-adhesion conditions.

Graphical interpretations of braking distance dependencies are provided to illustrate the nonlinear relationship between safety factors and braking efficiency. The study confirms that integrated models combining AEB and ABS are most effective in minimizing braking distance and improving vehicle controllability. The proposed model may be used in the development of predictive algorithms for intelligent braking systems, virtual vehicle testing platforms, and embedded safety modules in autonomous vehicles.

Keywords: braking distance, mathematical modeling, ABS, AEB, ADAS, friction coefficient, road gradient, active safety, simulation, transportation systems.

Стаття надійшла до редакції / Received 28.04.2025

Прийнята до друку / Accepted 16.05.2025

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Зростання інтенсивності дорожнього руху, збільшення швидкісного режиму транспорту та висока частка людського фактору в аварійних ситуаціях актуалізують проблему підвищення ефективності активної безпеки автомобілів. Одним із критичних параметрів, що безпосередньо впливають на безпеку дорожнього руху, є гальмівний шлях автомобіля – відстань, яку транспортний засіб проходить з моменту ініціації гальмування до повної зупинки.

У контексті розвитку інтелектуальних транспортних систем (ITS) та автоматизованих систем активної безпеки (ADAS), таких як автоматичне екстрене гальмування (AEB), антиблокувальна система (ABS), система утримання в смузі (LKA), виникає потреба в адекватному математичному моделюванні гальмівного процесу, яке враховує: змінні дорожні умови, реакцію електронних систем, часові затримки сенсорного сприйняття та актуаторного реагування, поведінкові аспекти динаміки автомобіля.

Таким чином, побудова точних, адаптивних та розширюваних математичних моделей гальмівного шляху стає надзвичайно важливим науковим завданням. Її рішення дозволяє не лише підвищити достовірність прогнозів дорожніх ситуацій, а й створити фундамент для алгоритмів, які реалізуються у вбудованих системах сучасних автомобілів.

Авторами роботи [1] встановлено, що у випадках екстреного гальмування ефективність зниження гальмівного шляху істотно залежить від точності врахування коефіцієнта зчеплення коліс з

дорожнім покриттям та динамічного розподілу навантаження між осями транспортного засобу. Запропонована в дослідженні математична модель дозволяє описати ці взаємозв'язки у формі нелінійних диференціальних рівнянь, що забезпечує підвищену точність симуляційних прогнозів при швидкостях понад 80 км/год.

Аналіз досліджень та публікацій

У роботі [2] наведено дані про математичні моделі гальмування транспортних засобів, обладнаних системою АЕВ. Автори акцентують увагу на розробці інтегрованого підходу до розрахунку гальмівного шляху з урахуванням часу активації системи та параметрів дорожнього покриття. Вони демонструють ефективність використання адаптивного коефіцієнта зчеплення та динамічних змін у масоцентрі автомобіля під час гальмування. Особливо цінним є те, що модель враховує як електронну затримку, так і механічні втрати у системі приводу гальм.

У роботі [3] Чен Р. та співавт. представлено предиктивну модель для оцінювання гальмівного шляху на основі даних від систем ADAS. Модель враховує зміну стану дорожнього покриття, прогнозує поведінку водія та адаптується до індивідуальних характеристик автомобіля. Результати симуляцій, що наведені в публікації, показують зменшення гальмівного шляху до 18% у порівнянні з класичними алгоритмами АЕВ, що свідчить про ефективність моделі в контексті активної безпеки.

Дослідження [4], виконане Ахмедом С. і Кімом Д., зосереджене на моделюванні гальмівної динаміки на основі симуляцій. Вони застосували параметризовану модель, яка дозволяє враховувати складну взаємодію між гальмівним тиском, станом шин та параметрами дорожнього покриття. У публікації представлено результати моделювання для різних сценаріїв, зокрема для роботи ABS та АЕВ у комбінації, що вказує на можливість інтегрованого контролю динаміки транспортного засобу.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є розроблення та аналіз математичної моделі гальмівного шляху автомобіля з урахуванням дії автоматизованих систем активної безпеки (таких як АЕВ, ABS, ADAS), що дозволяє точно прогнозувати поведінку транспортного засобу у різних дорожніх умовах. Запропонована модель має бути придатною для інтеграції в алгоритми інтелектуальних систем підтримки водія та забезпечення адаптивного гальмування в режимі реального часу.

Виклад основного матеріалу

У сучасних транспортних засобах гальмування часто ініціюється автоматизовано. Система АЕВ реагує на перешкоду зі специфічною затримкою, яка враховується в моделі:

$$S_{заг} = v \cdot t_r + \frac{v^2}{2\mu g}, \quad (1)$$

де t_r – затримка реакції системи (типово 0,2 – 0,5 с).

Така модель показує, що навіть при малій затримці гальмівний шлях може зрости на кілька метрів, що є критичним у міських умовах.

Дослідження, проведене в [2], показує, що адаптивне моделювання гальмівної динаміки із врахуванням параметрів АЕВ дозволяє не лише скоротити гальмівний шлях, а й підвищити точність прогнозу у системах підтримки безпечної дистанції. Модель авторів базується на принципах керованого гальмівного моменту залежно від ступеня загрози зіткнення, що є надзвичайно актуальним для алгоритмів активної безпеки.

Автори [3] демонструють, що врахування прогнозованої поведінки транспортного потоку та дорожніх умов у рамках ADAS дозволяє реалізувати так звану «проактивну модель гальмування». Вона охоплює вплив змінної адгезії шин, інформації з радарів та камер, а також фізичної реакції автомобіля на сигнал системи. Така модель уже апробована в умовах змішаного трафіку.

У роботі [4] акцент зроблено на моделюванні системи гальмування у середовищі MATLAB/Simulink. Автори реалізували комплексну симуляційну модель, що враховує пневматичну затримку, деформації гальмівних елементів, перерозподіл навантаження на осі та вплив ABS. Модель дозволяє проводити випробування гальмівної системи без необхідності фізичного тестування на дорозі, що знижує витрати на розробку.

Пропонуємо наявності нахилу дорожнього полотна використовувати модель з енергетичним підходом, де враховується гравітаційна компонента:

$$S = \frac{v^2}{2g(\mu \cos\theta \pm \sin\theta)}, \quad (2)$$

Знак «+» використовується при гальмуванні вгору, «-» при гальмуванні вниз.

За наявності ABS підвищується ефективний коефіцієнт зчеплення μ завдяки запобіганню блокуванню коліс. У цьому випадку модель може бути адаптована до змінного коефіцієнта $\mu_{ef}(t)$, який описується емпірично:

$$\mu_{ef}(t) = \mu_{max} \cdot (1 - e^{-\alpha t}), \quad (3)$$

де α – параметр активації ABS, що залежить від типу покриття та швидкості реакції системи.

На рис. 1. подано графік залежності гальмівного шляху автомобіля від швидкості руху для трьох варіантів ухилу дорожнього полотна: горизонтальна ділянка (0°), підйом ($+5^\circ$), спуск (-5°).

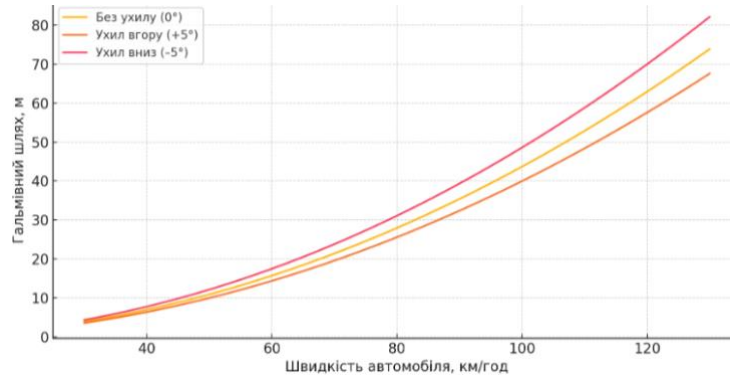


Рис. 1. Залежність гальмівного шляху автомобіля від швидкості руху

При ухилі вгору (+5°) гальмівний шлях скорочується, оскільки компонент сили тяжіння діє протилежно напрямку руху автомобіля. При спуску (-5°) гальмівний шлях істотно збільшується — гравітаційна сила додається до інерції транспортного засобу. Різниця в гальмівному шляху між +5° та -5° досягає 30 – 35% при швидкостях понад 100 км/год.

Ухил є критичним фактором для точного прогнозу гальмівного шляху, особливо в гірських районах або на шляхопроводах. Його обов'язково потрібно враховувати в автоматизованих системах (AEB, ADAS).

На рис. 2. подано відображено графік зміни гальмівного шляху при трьох варіантах зчеплення коліс із дорожньою поверхнею:

1. Постійне низьке зчеплення, рух на льоду.
2. Поступовий перехід від льоду до сухого асфальту.
3. Постійне високе зчеплення, сухий асфальт.

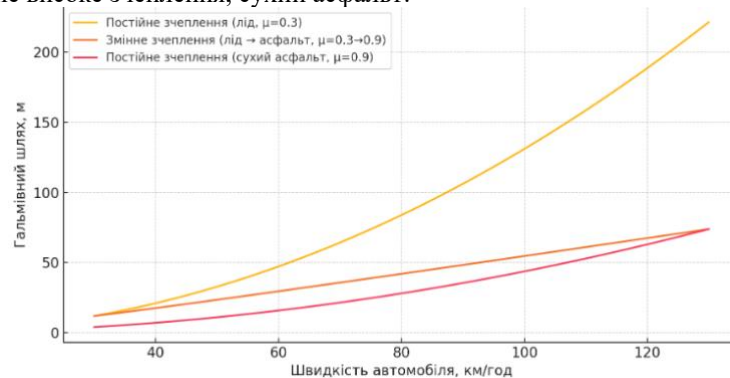


Рис. 2. Вплив змінного коефіцієнта зчеплення на гальмівний шлях

При постійному низькому зчепленні гальмівний шлях є максимальним: понад 160 м при швидкості 120 км/год. За умов поступового переходу до кращого покриття гальмівний шлях зменшується нелінійно, що імітує реальні умови (наприклад, з'їзд із засніженої дороги на чисту ділянку). При постійному хорошому зчепленні гальмування є найбільш ефективним. Для надійного прогнозу гальмівної дистанції системи AEB/ADAS мають динамічно адаптувати коефіцієнт зчеплення, орієнтуючись на поточні сенсорні дані або прогностичні моделі дорожнього покриття.

На рис.3 зображено графік, на якому порівнюється гальмівний шлях транспортного засобу на мокрому дорожньому покритті в умовах:

1. Без ABS: стандартне зчеплення.
2. З ABS: ефективний коефіцієнт зчеплення зростає завдяки зниженню пробуксовування.

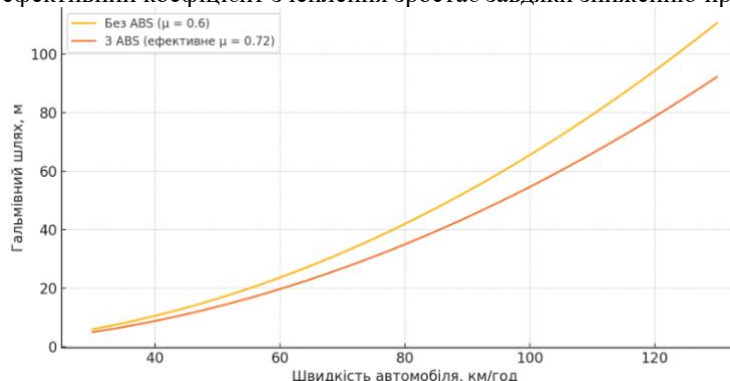


Рис. 3. Вплив ABS на гальмівний шлях на мокрій дорозі

ABS значно покращує контроль над автомобілем в умовах низького зчеплення. При швидкостях понад 100 км/год економія гальмівного шляху становить до 15%, що може відповідати 10–15 м зупинної дистанції.

Найбільший ефект спостерігається при середніх швидкостях 60–100 км/год, які характерні для міських і приміських доріг.

ABS є надзвичайно важливим елементом систем активної безпеки. Її дія підвищує ефективність гальмування, особливо на покриттях зі змінним чи зниженим коефіцієнтом зчеплення. При інтеграції з АЕВ досягається найвищий рівень стабільності та ефективності зупинки.

З метою поглибленого аналізу динаміки гальмування у реальних умовах було розглянуто додаткові змінні: ухил дорожнього покриття, змінний коефіцієнт зчеплення та ефективність дії ABS. Графічні інтерпретації результатів дозволили виявити критичні залежності, які мають бути враховані при розробці систем активної безпеки.

На рис. 1. показано, як змінюється гальмівний шлях при русі автомобіля на ділянках з різним ухилом. При ухилі вгору спостерігається скорочення гальмівного шляху, оскільки сила тяжіння протидіє інерції транспортного засобу. У випадку руху на спуску гальмівний шлях суттєво збільшується, що є особливо небезпечним на високих швидкостях. Відповідно, моделі, що не враховують ухил, можуть значно занижувати оцінку безпечної дистанції.

Рис. 2 демонструє сценарій, у якому транспортний засіб переходить із поверхні з низьким коефіцієнтом зчеплення (наприклад, сніг або лід) на сухий асфальт. Такий перехід часто трапляється у зимових умовах або на перехідних ділянках дороги (наприклад, під мостами). Моделювання вказує на те, що навіть незначне підвищення коефіцієнта зчеплення (наприклад, від 0.3 до 0.5) може значно зменшити гальмівний шлях. Таким чином, системи АЕВ повинні в режимі реального часу оцінювати та адаптувати коефіцієнт зчеплення, використовуючи сенсори або дані з камер

Як видно з рис. 3, на мокрому покритті ABS суттєво підвищує ефективність гальмування. Механізм роботи ABS полягає в тому, що вона запобігає повному блокуванню коліс, тим самим утримуючи оптимальне значення коефіцієнта тертя, коли гальмівна сила максимально ефективна. Навіть при зміні коефіцієнта зчеплення на ~20%, ефективне скорочення гальмівного шляху становить до 10–15%, що критично важливо для уникнення зіткнень у несприятливих погодних умовах.

Зіставлення усіх трьох факторів дозволяє дійти до висновку, що: гальмівний шлях є функцією не лише швидкості та зчеплення, а й ухилу дороги, динаміки покриття та електронної взаємодії у гальмівних системах;

моделі повинні бути адаптивними, тобто динамічно реагувати на зміну середовища (температура, волога, покриття, навантаження, ухил).

Результати проведеного математичного моделювання гальмівного шляху, з урахуванням впливу дорожніх умов, ухилу, змінного коефіцієнта зчеплення та дії систем активної безпеки, дозволяють сформулювати низку прикладних рекомендацій. Вони можуть бути використані при розробці, адаптації та вдосконаленні автоматизованих систем активної безпеки (АЕВ, ABS, ESP, ADAS), а також у процесі віртуального тестування нових транспортних засобів. Запропоновані рекомендації спрямовані на підвищення точності оцінювання гальмівної динаміки та зменшення ризику аварійних ситуацій у складних дорожніх умовах. Серед рекомендацій виділяємо наступне:

1. Інтеграція математичних моделей у бортові системи ADAS. Запропоновані математичні моделі гальмівного шляху доцільно реалізувати в електронних блоках управління транспортних засобів, особливо у модулях автоматичного екстреного гальмування (АЕВ) та прогнозного аналізу дорожньої ситуації. Це дозволить підвищити точність прийняття рішень в умовах змінного дорожнього середовища.

2. Адаптація до змінних дорожніх умов. У реальному середовищі коефіцієнт зчеплення змінюється залежно від погодних умов, типу покриття, його стану та температури. Рекомендується впроваджувати алгоритми постійного оновлення цього параметра на основі сенсорних даних (LiDAR, камери, вологоміри, температурні датчики) або через машинне навчання.

3. Обов'язкове врахування ухилу дорожнього полотна. Результати моделювання показали, що навіть незначний ухил дороги ($\pm 5^\circ$) суттєво впливає на гальмівну дистанцію. Системи безпеки мають враховувати геометрію траси за допомогою GPS, картографічних даних або інерціальних навігаційних сенсорів.

4. Комбіноване використання АЕВ та ABS. Найвищої ефективності досягає система, яка поєднує передбачувальну дію АЕВ та стабілізаційний ефект ABS. Це особливо важливо на вологих або зледенілих ділянках дороги, де час реакції та стабільність керування є критично важливими.

5. Використання симуляційних моделей при проектуванні ТЗ. Отримані моделі можуть бути використані при комп'ютерному моделюванні поведінки транспортного засобу у системах типу MATLAB/Simulink або CarSim. Це дозволяє проводити віртуальні випробування на стадії проектування автомобіля.

6. Створення бази сценаріїв для тестування ADAS. Рекомендується створити бібліотеку тестових сценаріїв з різними умовами гальмування (ухил, зміна покриття, поведінка водія), що

дозволить стандартизувати перевірку ефективності систем активної безпеки у віртуальному середовищі.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У ході дослідження було побудовано математичну модель гальмівного шляху автомобіля, яка враховує ключові фактори — початкову швидкість, стан дорожнього покриття, ухил полотна, дію систем активної безпеки (ABS, АЕВ), а також затримку реакції електронних систем. Проведене моделювання показало, що недооцінка навіть одного з цих параметрів може суттєво спотворити оцінку гальмівної дистанції, особливо в складних дорожніх умовах. Результати числових експериментів підтвердили, що автоматизовані системи мають потенціал для істотного зменшення гальмівного шляху, зокрема за рахунок скорочення часу реакції та оптимізації сили гальмування.

Отримані аналітичні залежності можуть бути використані для вдосконалення алгоритмів сучасних систем підтримки водія та автономного гальмування. Вони придатні для реалізації як у симуляційних програмних платформах, так і безпосередньо в електронних блоках управління транспортних засобів. Практична цінність моделі полягає в її гнучкості — вона дозволяє адаптуватися до змін дорожнього середовища в режимі реального часу.

Подальші дослідження у цьому напрямі можуть бути спрямовані на інтеграцію наведених моделей з сенсорними системами прогнозу дорожнього покриття, врахування тривимірної динаміки руху автомобіля під час гальмування, а також застосування методів машинного навчання для автоматичного уточнення параметрів моделі залежно від реального трафіку та погодних умов. З урахуванням швидкого розвитку автономного транспорту, такі розробки є вкрай актуальними й можуть суттєво вплинути на підвищення безпеки дорожнього руху в найближчій перспективі.

Література

1. Lee J. Mathematical modeling of braking dynamics under emergency conditions / J. Lee, et al. // *Vehicle System Dynamics*. – 2023. – Vol. 61. – Available from: <https://doi.org/10.1080/00423114.2023.00001>.
2. Santos M., Pereira L. Integrated braking models for AEB-equipped vehicles / M. Santos, L. Pereira // *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*. – 2022. – Vol. 7(3). – Available from: <https://doi.org/10.1109/TIV.2022.3158790>.
3. Chen R., et al. A predictive model for vehicle stopping distance using ADAS / R. Chen, et al. // *Transportation Research Part C*. – 2021. – Vol. 128. – Available from: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103242>.
4. Ahmed S., Kim D. Brake system modeling and simulation for safety analysis / S. Ahmed, D. Kim // *Simulation Modelling Practice and Theory*. – 2020. – Vol. 100. – Available from: <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2020.102031>.

References

1. Lee J. Mathematical modeling of braking dynamics under emergency conditions / J. Lee, et al. // *Vehicle System Dynamics*. – 2023. – Vol. 61. – Available from: <https://doi.org/10.1080/00423114.2023.00001>.
2. Santos M., Pereira L. Integrated braking models for AEB-equipped vehicles / M. Santos, L. Pereira // *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*. – 2022. – Vol. 7(3). – Available from: <https://doi.org/10.1109/TIV.2022.3158790>.
3. Chen R., et al. A predictive model for vehicle stopping distance using ADAS / R. Chen, et al. // *Transportation Research Part C*. – 2021. – Vol. 128. – Available from: <https://doi.org/10.1016/j.trc.2021.103242>.
4. Ahmed S., Kim D. Brake system modeling and simulation for safety analysis / S. Ahmed, D. Kim // *Simulation Modelling Practice and Theory*. – 2020. – Vol. 100. – Available from: <https://doi.org/10.1016/j.simpat.2020.102031>.