

ГУДЬ МИХАЙЛО

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

<https://orcid.org/0000-0001-8793-3193>e-mail: mykhhud@tntu.edu.ua

ВОРОЩУК ВІКТОР

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

<https://orcid.org/0000-0002-8943-1493>e-mail: voroschuk_v@tntu.edu.ua

ОЛЕКСІУК ВАСИЛЬ

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

<https://orcid.org/0000-0003-2795-590X>e-mail: vinogrado@ukr.net

ГАГАЛЮК АНДРІЙ

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

<https://orcid.org/0000-0003-4074-2706>e-mail: Gagaljuk.a@gmail.com

ОЦІНКА ВПЛИВУ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НАПОВНЮВАЧА НА ДИНАМІЧНУ ПОВЕДІНКУ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

У статті досліджується вплив фізико-механічних – параметрів наповнювача на частоти власних коливань заповненої підсиленої циліндричної оболонки. Оболонкові конструкції мають знайти широке застосування в багатьох галузях економіки. Такі конструкції широко застосовуються як ракетобудівній галузі так і в сільському господарстві. Одним із важливих чинників який визначає напружений стан оболонкової конструкції є явище резонансу, зокрема наповнених оболонок. Наповнювачем в даному випадку може виступати як і рідина так і інші речовини з різноманітними фізико-механічними характеристиками. У випадку, якщо частоти власних коливань заповненої оболонки співпадають із коливаннями інших елементів або механізмів, відбувається накладання частот і водночас різке збільшення рівня напружень, що може призвести до виникнення аварійної ситуації. Тому важливим завданням постає коректне визначення частот власних коливань заповненої оболонки в залежності від густини наповнювача та модуля пружності.

Ключові слова: оболонка, коливання, експеримент, дослідження.

HUD MYKHAILO
VOROSHCHUK VIKTOR
OLEKSIUK VASYL
HAHALIUK ANDRII

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

ASSESSMENT OF IMPACT BY PHYSICAL AND MECHANICAL PARAMETERS OF THE FILLER ON DYNAMIC BEHAVIOUR OF THE CYLINDRICAL SHELL

The article presents the results of numerical modelling of the influence of physical and mechanical characteristics of the filler on the dynamic behaviour of a thin-walled reinforced cylindrical shell, specifically on its natural vibration rates. Shell structures are widely used in various industries, including aviation, space engineering, transport systems, and agriculture, where reliability and resistance to dynamic loads are critical. One of the determining factors for the safe operation of such structures is the identification of frequency resonance zones, especially in the presence of internal fillers with different densities and stiffnesses. If the natural frequencies of the shell coincide with the vibrations of external disturbances or system components, critical overloads and premature failure may occur.

In this work, a modal analysis was carried out using the finite element method in the ANSYS APDL environment, which allowed us to obtain the dependence of the natural vibration frequencies on the density (ρ) and elastic modulus (E) of the filler material. Several characteristic combinations of density ρ (100, 160, 220 kg/m³) and elastic modulus E (1, 3, 6 MPa) were considered, which allowed for a broad analysis of the influence of mass and stiffness parameters on the shell behaviour. The model takes into account structural features such as the presence of stringers and frames that ensure the rigidity and geometric stability of the cylinder. Computational elements such as SHELL181 and BEAM188, as well as the use of the Lanzosh block method to determine the modal characteristics, ensured high accuracy of the calculations.

The results of the study showed that with a decrease in the filler density at a constant elastic modulus, the natural frequencies increase significantly. This is due to a decrease in the inertial load, which gives the system greater dynamic stiffness. On the other hand, an increase in density causes inertial braking and an overall decrease in frequencies, which is especially noticeable at lower modes. Similarly, an increase in the modulus of elasticity at a constant density leads to a significant increase in vibration frequencies, which is due to an increase in the stiffness of the structure and its ability to resist deformation. At a minimum value of the elastic modulus (1 MPa), a significant number of modes with zero frequencies are observed, indicating a loss of dynamic stability.

The constructed frequency graphs for various combinations of filler parameters allow us to visually track dynamic changes and provide grounds for formulating practical recommendations for the selection of fillers in structures operating under vibration loading. The results obtained are important for ensuring the reliability and durability of shell structures in various fields of engineering, including transport, energy, and industrial construction.

Keywords: shell, oscillations, experiment, research.

Постановка проблеми

Оболонки, в тому числі циліндричні із наповнювачем зустрічаються в багатьох галузях промисловості. Їх широко застосовують в машинобудівній галузі, ракето-космічній, а також в сільському господарстві. У зв'язку із специфікою роботи оболонки піддається впливу динамічних вібраційних

навантажень. Внаслідок чого може виникати руйнівне явище резонансу. Тому важливим завданням постає визначення впливу модуля пружності (E) та густини (ρ) наповнювача на частоти власних лінійних коливань тонкостінної оболонки.

Проблематикою визначення коливань присвячено достатня кількість робіт. Так, а допомогою чисельних та аналітичних методів в роботі [1] вирішено проблему вільних коливань циліндричної оболонки. Встановлено максимальну похибку чисельних розрахунків порівняно з аналітичним рішенням. У статті [2] обговорюються експериментальні результати нелінійної динамічної деформації еластичної стінки циліндричної оболонки зі скловолокнистого пластику під час удару, спричиненого кінематичним двочастотним навантаженням.

У дослідженні [3] проаналізовано динамічну стійкість [круглих циліндричних оболонок](#), що зазнають динамічних [осьових навантажень](#) з урахуванням впливу рідини, що міститься всередині.

Праці [4-5] демонструють теоретичний аналіз для визначення пружних нелінійних коливань попередньо напруженої тонкостінної циліндричної оболонки, заповненої ідеальною рідиною.

Із застосуванням методу Рейлі-Ріца розроблено [6] теоретичний аналіз вільних коливань вертикальних циліндричних оболонок, частково заповнених або занурених у рідину.

Однак в них не достатньо висвітлено визначення частот власних коливань наповнених підсиленних циліндричних оболонок.

Мета і задачі дослідження

Метою роботи є чисельна оцінка впливу фізико-механічних характеристик наповнювача на частоти власних коливань афінно-подібної підкріпленої моделі повнорозмірної підсиленої оболонки. Вказана мета визначена необхідністю вирішення задач оцінки напружено-деформованого стану та втомної міцності циліндричних оболонок з наповнювачем при транспортуванні.

Матеріал і результати дослідження

Для чисельного моделювання було застосовано програмний комплекс ANSYS APDL, що реалізує розрахунки із застосуванням методу скінченних елементів (МСЕ). Для визначення власних частот і форм (мод) коливань конструкції проводився модальний аналіз, який є вихідним етапом при проведенні інших типів динамічного аналізу, зокрема аналізу перехідних процесів, гармонічного та спектрального аналізу. При модальному аналізі приймається, що система має лінійні характеристики, тобто нелінійні ефекти, пов'язані з властивостями матеріалів, контактними взаємодіями та великими переміщеннями, не враховуються.

Скінченноелементну модель тонкостінного циліндра з підсиленням (рис. 1) було побудовано в декартовій системі координат, де початок координат розташовано в центрі торцевої поверхні циліндра у площині YZ, а поздовжня вісь X прийнята за вісь симетрії циліндра.

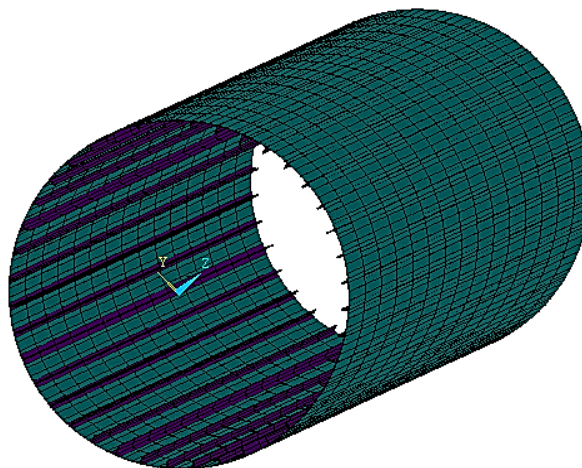


Рис. 1. Скінченноелементна модель тонкостінного циліндра

Геометричні параметри підкріпленої тонкостінної циліндричної оболонки, яка слугувала основою для побудови чисельної моделі, мають такі значення: загальна довжина циліндра становить 1500 мм, зовнішній діаметр становить 400 мм, товщина стінки оболонки – 1,5 мм. Для підвищення жорсткості конструкції в моделі були передбачені поздовжні підсилювальні елементи (стрингери). Стрингери рівномірно розмішувалися на внутрішній поверхні оболонки, при цьому зберігалося аналогічне співвідношення між площами підсилених та непідсилених (вільних) зон, яке відповідає реальному об'єкту, що моделюється.

Торцеві шпангоути, що забезпечують фіксацію країв циліндра, були змодельовані у вигляді додаткових накладок товщиною 1,5 мм і шириною 100 мм, які також розмішувалися на внутрішній стороні оболонки. Схему розташування стрингерів представлено на рис. 2.

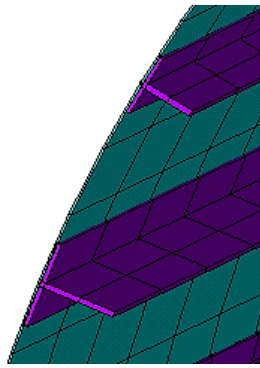


Рис. 2 Схема розміщення стрингерів у середині тонкостінного циліндра

При моделюванні оболонки та стрингерів застосовували механічні властивості матеріалу Д16АТ: модуль Юнга $E = 7.2 \times 10^5$ МПа; коефіцієнт Пуасона $\nu = 0,3$; $\rho = 2,7 \cdot 10^4$ Н/м³. Гравітаційне прискорення приймали рівним $g = 9,8$ м/с² або $g = 0$ м/с², відповідно до мети досліджень.

Для побудови оболонки скінченноелементної моделі циліндричної конструкції було застосовано елемент SHELL181, який використовується для аналізу оболонок з невеликою або помірною товщиною. Цей елемент має чотири вузли, кожен з яких володіє шістьма ступенями свободи: переміщеннями вздовж осей X, Y і Z, а також поворотами навколо осей X, Y і Z. Елемент підходить як для лінійних, так і для нелінійних задач. Для моделювання стрингерів було використано лінійний двовузловий просторовий балковий елемент BEAM188, який має шість ступенів свободи в кожному вузлі: переміщення у напрямку осей X, Y та Z і повороти навколо цих осей. Цей елемент є придатним для вирішення як лінійних, так і нелінійних задач, що включають великі повороти або значні деформації.

Оболонкову конструкцію було зафіксовано у просторі шляхом накладення відповідних граничних умов. Зокрема, крайні торцеві вузли з лівого боку моделі жорстко закріплювалися в усіх напрямках, що еквівалентно повному зачепленню – обмеженню переміщень по осях X, Y та Z. Такий підхід забезпечував фіксацію конструкції з одного боку та створював необхідні умови для подальшого аналізу її динамічної поведінки. На протилежному, правому торці, для забезпечення умов симетричного сприйняття навантажень та уникнення надмірної жорсткості, обмеження накладалося лише по осях X і Z. Це дозволяло залишити можливість вільного переміщення по осі Y, що відповідає поздовжньому напрямку моделі.

Для проведення модального аналізу використовувався блочний метод Ланцоша, який широко застосовується для знаходження великої кількості власних форм коливань (понад 40) у розрахунках складних інженерних об'єктів. Цей метод є доцільним для використання у випадках, коли модель включає комбінацію площинних, просторових та оболонкових елементів складної геометрії. Він дозволяє ефективно обробляти великі моделі, що містять як оболонкові елементи, так і балки, тверді тіла чи їх комбінації. Для врахування попередньо напруженого стану, викликаного власною вагою конструкції, попередньо виконувався статичний розрахунок, після чого в модальному аналізі активувалась опція «Incl prestress effects», яка дозволяє врахувати вплив напруженого стану на результати коливань.

На основі чисельного моделювання отримано графічні залежності частот власних коливань заповненої оболонки від зміни фізико-механічних властивостей наповнювача, зокрема його густини ρ та модуля пружності E (рис. 3–4).

З рис. 3.а помітно, що при значеннях $\rho = 100$ кг/м³, $E = 3$ МПа спостерігаються найбільші значення власних частот серед досліджених випадків. Також наявне стрімке зростання частот із кожним наступним номером моди.

У наступному випадку при $\rho = 160$ кг/м³, $E = 3$ МПа (рис. 3.б) частоти коливань поступово зростають, демонструючи стабільний динамічний спектр. Система є помірно жорсткою, без різких коливальних аномалій.

При значеннях $\rho = 220$ кг/м³, $E = 3$ МПа (рис. 3.в) зростання густини зумовлює загальне зниження частот коливань, особливо з 0 до 15 моди, де частоти залишаються нульовими. Це свідчить про інерційне гальмування системи й домінування масових ефектів над жорсткісними.

При незмінному модулі пружності $E = 3$ МПа спостерігається чітка залежність між густиною наповнювача та власними частотами оболонки:

- зі зменшенням густини (від 220 до 100 кг/м³) власні частоти зростають. Це пояснюється зменшенням масової інерції системи, внаслідок чого наповнена оболонка стає більш динамічно жорсткою і резонує на вищих частотах;
- зі збільшенням густини навпаки, власні частоти знижуються. Це свідчить про інерційне гальмування коливань, оскільки важча система потребує більше енергії для вібрацій, що зменшує частоту резонансних форм.

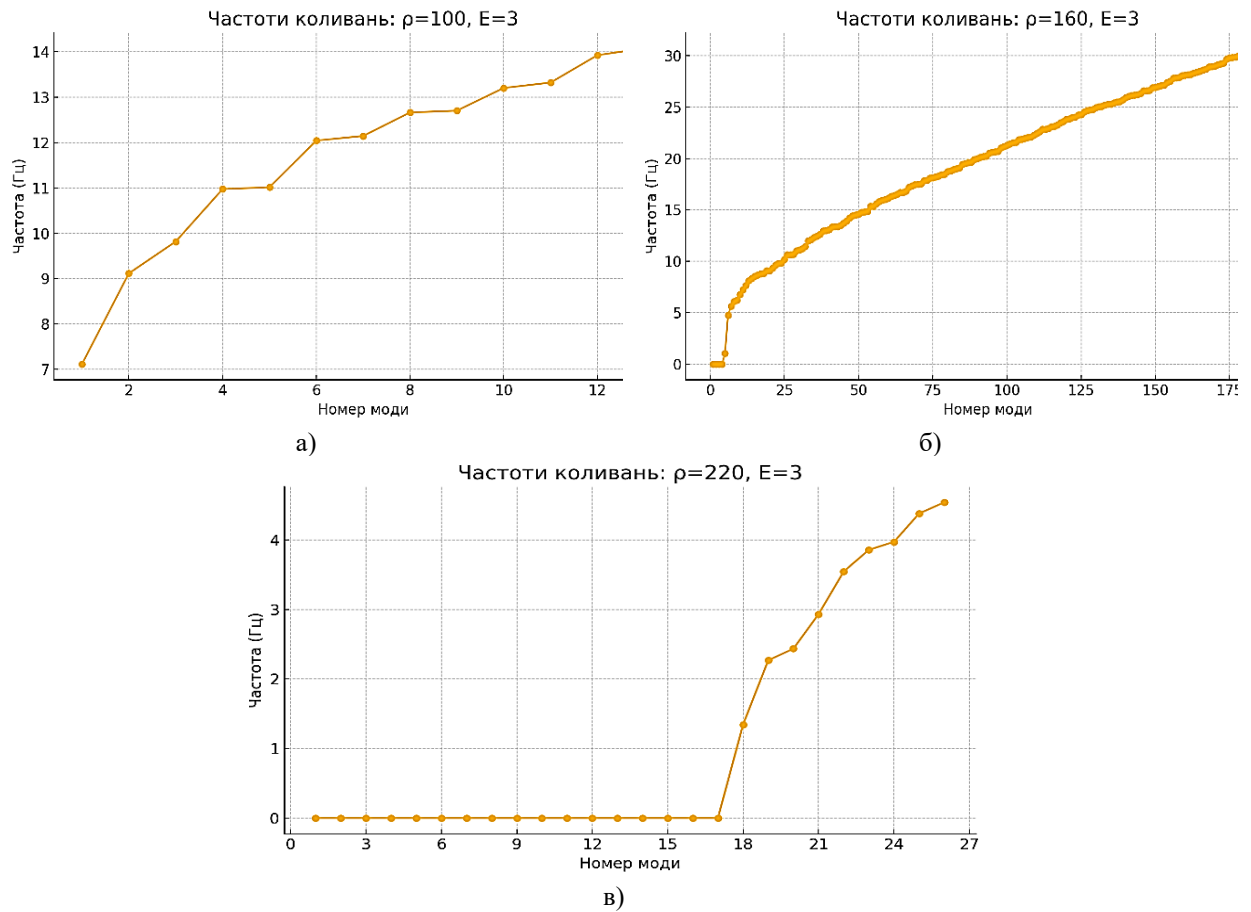


Рис. 3 Графіки частот власних коливань в залежності від фізико механічних характер наповнювача а) $\rho = 100 \text{ кг/м}^3, E = 3 \text{ МПа}$; б) $\rho = 160 \text{ кг/м}^3, E = 3 \text{ МПа}$; в) $\rho = 220 \text{ кг/м}^3, E = 3 \text{ МПа}$.

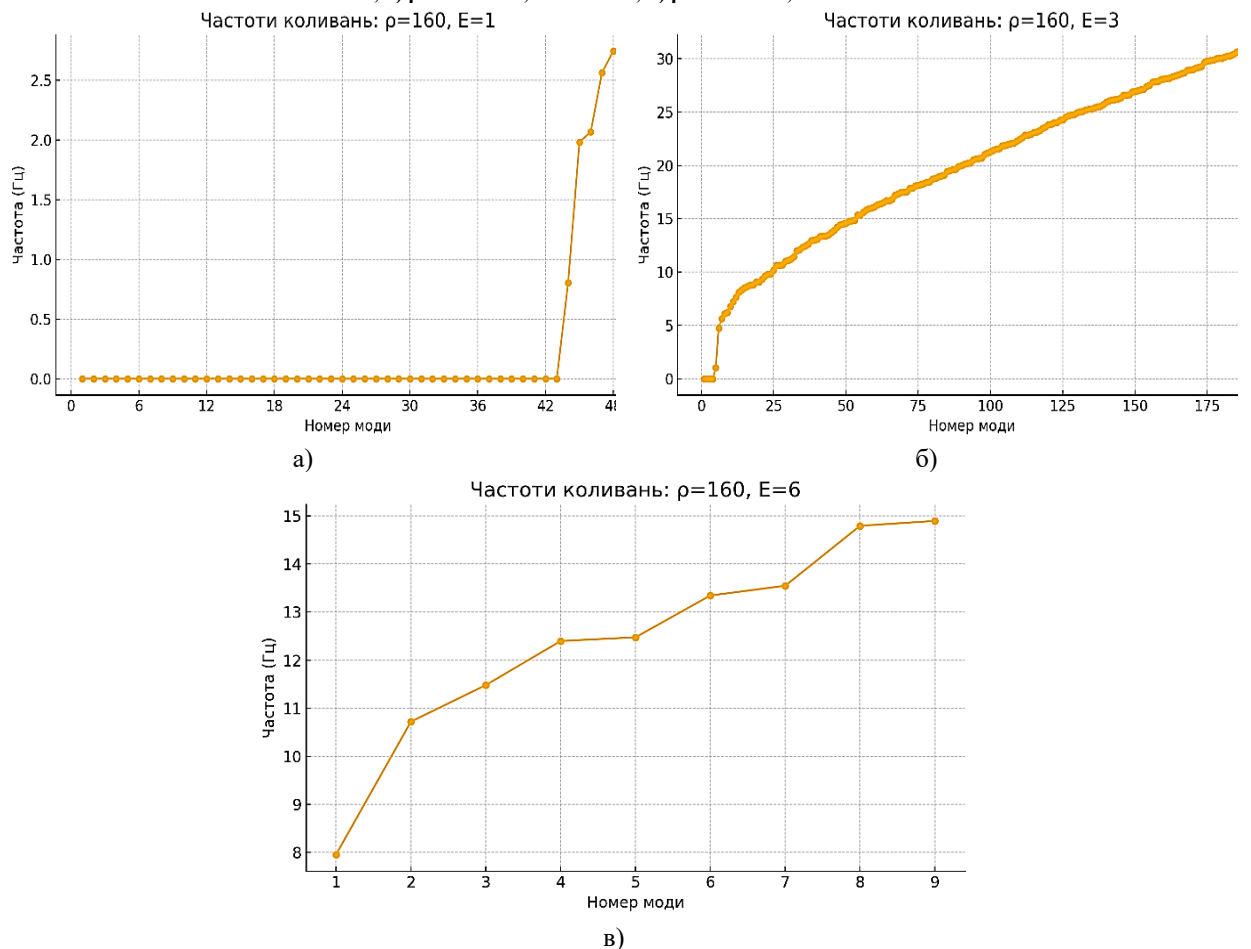


Рис. 4 Графіки частот власних коливань в залежності від фізико механічних характер наповнювача а) $\rho = 160 \text{ кг/м}^3, E = 1 \text{ МПа}$; б) $\rho = 160 \text{ кг/м}^3, E = 3 \text{ МПа}$; в) $\rho = 160 \text{ кг/м}^3, E = 6 \text{ МПа}$.

Низький модуль пружності $E = 1$ МПа (рис.4.а) при густині $\rho = 160$ кг/м³, спричиняє значне зниження частот у порівнянні з іншими випадками. Більшість початкових мод від 0 до 43 мають нульову частоту.

Зростання жорсткості (модуля пружності) до $E = 6$ МПа (рис.4.в), при незмінній густині $\rho = 160$ кг/м³ значно підвищує частоти у всьому діапазоні мод.

При незмінній густині матеріалу $\rho = 160$ кг/м³ збільшення модуля пружності E суттєво впливає на власні частоти коливань конструкції:

- зі збільшенням модуля пружності наповнювача (від 1 до 6 МПа) власні частоти зростають, що зумовлено підвищенням жорсткості оболонки та наповнювача. Більш жорсткий матеріал наповнювача чинить більший опір деформаціям, внаслідок чого форма коливань реалізується з вищими частотами;
- при низькому значенні E (1 МПа) спостерігається велика кількість нульових або близьких до нуля частот, що свідчить про надмірну податливість системи та потенційну динамічну нестабільність;
- при $E = 3$ МПа (рис.4.б) оболонка демонструє стабільний і помірний спектр частот;
- при $E = 6$ МПа частоти істотно зростають у всьому діапазоні мод, що є ознакою високої динамічної жорсткості й ефективності в умовах вібраційного навантаження.

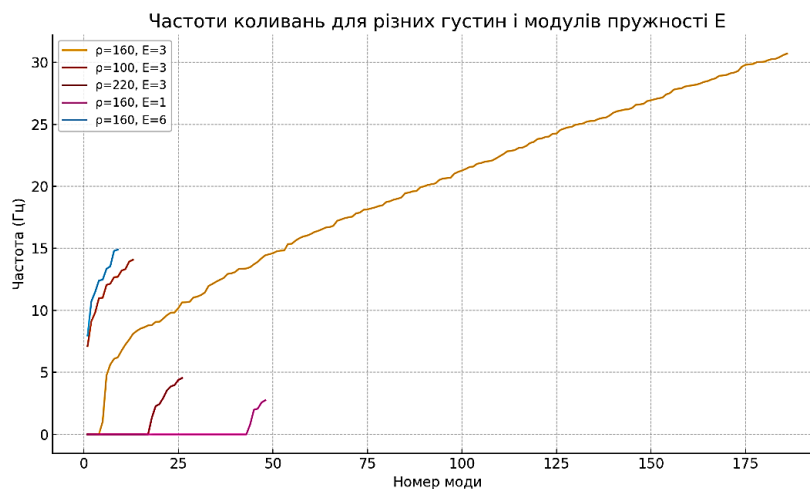


Рис. 5 Залежність власних частот коливань оболонки різних значень густини та модуля пружності матеріалу наповнювача при модальному аналізі оболонки

На рисунку 5 представлено графічну інтерпретацію результатів модального аналізу коливань наповненої оболонки при різних параметрах матеріалу наповнювача — густини ρ та модуля пружності E . По осі абсцис відкладено номер моди (порядковий номер форми коливань), а по осі ординат — відповідні власні частоти коливань у герцах (Гц).

Побудовано п'ять кривих для комбінацій: $\rho = 160$ кг/м³ при $E = 3$ МПа, $\rho = 100$ кг/м³ при $E = 3$ МПа, $\rho = 220$ кг/м³ при $E = 3$ МПа, $\rho = 160$ кг/м³ при $E = 1$ МПа, $\rho = 160$ кг/м³ при $E = 6$ МПа.

Результати демонструють, що:

- зменшення густини матеріалу при сталому модулі пружності призводить до суттєвого зростання власних частот. Це пов'язано зі зменшенням інерційного навантаження системи.
- зі збільшенням модуля пружності при сталому значенні густини також спостерігається зростання частот, що свідчить про підвищення жорсткості оболонки.
- при низькому модулі пружності (1 МПа) та густині 160 кг/м³ спостерігається значна кількість нульових частот у нижніх модах та слабкі резонансні форми.
- значення частот у випадках $\rho = 100$ кг/м³ при $E = 3$ МПа і $\rho = 160$ кг/м³ при $E = 6$ МПа свідчать про ефективну вібраційну жорсткість та можливість роботи оболонки з такими характеристиками у динамічних умовах.

Висновки

Проведене дослідження дозволило здійснити кількісну оцінку впливу фізико-механічних характеристик наповнювача на динамічні властивості підсиленої циліндричної оболонки, зокрема на частоти її власних коливань. На основі чисельного моделювання із застосуванням методу скінченних елементів у середовищі ANSYS APDL встановлено, що густина та модуль пружності наповнювача істотно впливають на спектр власних частот конструкції.

Встановлено, що зі зменшенням густини матеріалу при фіксованому модулі пружності частоти коливань зростають, що обумовлено зменшенням масової інерції системи та, відповідно, підвищенням її динамічної жорсткості. Зі збільшенням густини, навпаки, спостерігається зниження частот, особливо у нижньому діапазоні мод, що свідчить про інерційне гальмування коливального процесу.

Аналогічно, при зростанні модуля пружності наповнювача за сталої густини відбувається підвищення власних частот, що пов'язано з посиленням загальної жорсткості системи. У випадках низької жорсткості ($E = 1$ МПа) зафіксовано значну кількість нульових частот на початкових модах, що свідчить про знижену динамічну стабільність і потенційну нестійкість оболонки до вібраційних навантажень.

Отримані залежності є важливими для прогнозування поведінки оболонкових конструкцій при наявності внутрішнього наповнювача та дозволяють обґрунтовано вибирати матеріали для підвищення вібраційної стійкості та запобігання резонансним явищам. Представлені результати можуть бути використані при проектуванні елементів транспортних, енергетичних, хімічних установок та інших об'єктів, де застосовуються тонкостінні оболонки, що працюють в умовах динамічного навантаження.

Література

1. Yasniy, P. V., Mykhailyshyn, M. S., Pyndus, Y. I., & Hud, M. I. (2020). Numerical analysis of natural vibrations of cylindrical shells made of aluminum alloy. *Materials Science*, 55, 502-508
2. Lakiza, V.D. Experimental Study of the Vibrations of a Composite Cylindrical Shell with a Filler Subject to Two-Frequency Excitation. *Int Appl Mech* 51, 167–175 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10778-015-0682-x>
3. F. Pellicano, M. Amabili, Stability and vibration of empty and fluid-filled circular cylindrical shells under static and periodic axial loads, *International Journal of Solids and Structures*, Volume 40, Issues 13–14, 2003, Pages 3229-3251, ISSN 0020-7683, [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(03\)00120-3](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(03)00120-3).
4. P.B. Gonçalves, R.C. Batista, Non-linear vibration analysis of fluid-filled cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 127, Issue 1, 1988, Pages 133-143, ISSN 0022-460X, [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90354-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90354-9).
5. Amabili, M., and Par'doussis, M. P. (July 22, 2003). "Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid-structure interaction ." *ASME. Appl. Mech. Rev.* July 2003; 56(4): 349–381. <https://doi.org/10.1115/1.1565084>
6. P.B. Gonçalves, R.C. Batista, Frequency response of cylindrical shells partially submerged or filled with liquid, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 113, Issue 1, 1987, Pages 59-70, ISSN 0022-460X, [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(87\)81340-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(87)81340-8).

References

1. Yasniy, P. V., Mykhailyshyn, M. S., Pyndus, Y. I., & Hud, M. I. (2020). Numerical analysis of natural vibrations of cylindrical shells made of aluminum alloy. *Materials Science*, 55, 502-508
2. Lakiza, V.D. Experimental Study of the Vibrations of a Composite Cylindrical Shell with a Filler Subject to Two-Frequency Excitation. *Int Appl Mech* 51, 167–175 (2015). <https://doi.org/10.1007/s10778-015-0682-x>
3. F. Pellicano, M. Amabili, Stability and vibration of empty and fluid-filled circular cylindrical shells under static and periodic axial loads, *International Journal of Solids and Structures*, Volume 40, Issues 13–14, 2003, Pages 3229-3251, ISSN 0020-7683, [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(03\)00120-3](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(03)00120-3).
4. P.B. Gonçalves, R.C. Batista, Non-linear vibration analysis of fluid-filled cylindrical shells, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 127, Issue 1, 1988, Pages 133-143, ISSN 0022-460X, [https://doi.org/10.1016/0022-460X\(88\)90354-9](https://doi.org/10.1016/0022-460X(88)90354-9).
5. Amabili, M., and Par'doussis, M. P. (July 22, 2003). "Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid-structure interaction ." *ASME. Appl. Mech. Rev.* July 2003; 56(4): 349–381. <https://doi.org/10.1115/1.1565084>
6. P.B. Gonçalves, R.C. Batista, Frequency response of cylindrical shells partially submerged or filled with liquid, *Journal of Sound and Vibration*, Volume 113, Issue 1, 1987, Pages 59-70, ISSN 0022-460X, [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(87\)81340-8](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(87)81340-8).