

ШУБІН ІГОР

Харківський Національний Університет Радіоелектроніки

<https://orcid.org/0000-0002-1073-023X>e-mail: igor.shubin@nure.ua**СОТНИК ІГОР**

Харківський Національний Університет Радіоелектроніки

<https://orcid.org/0009-0000-5638-6975>e-mail: igor.sotnyk@gmail.com

МЕТОД АЛГЕБРО-ЛОГІЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРЕДМЕТНИХ ГАЛУЗЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ ВИДОБУВАННЯ ЗНАНЬ

Розглянуто метод алгебро-логічного моделювання для побудови адаптивних систем дистанційного навчання. Запропоновано підхід, що базується на графах знань, де кожна тема представлена у вигляді вузла, а зв'язки між ними визначають логічну послідовність навчання. Розроблено модель, яка автоматично адаптує навчальну траєкторію студента відповідно до його успішності, використовуючи предикатну логіку для аналізу зв'язків між темами. Реалізовано програмну систему у середовищі .NET (WPF) з інтерактивною візуалізацією графа знань, що забезпечує персоналізацію навчального процесу, автоматизоване тестування та аналіз прогресу студентів.

Ключові слова: адаптивне навчання; алгебра скінченних предикатів; граф знань; онтологічні моделі; дистанційне навчання; персоналізація навчального процесу.

SHUBIN IHOR**SOTNYK IHOR**

Kharkiv National University of Radio Electronics

THE METHOD OF ALGEBRAIC-LOGICAL MODELING OF SUBJECT DOMAINS FOR KNOWLEDGE EXTRACTION SYSTEMS

The subject of this study is the use of algebraic-logical modeling to develop adaptive distance learning systems. The proposed model is based on knowledge graphs, where each node represents a learning topic, and edges define logical and semantic relationships between subject areas. This approach enables the automation of determining the sequence of material acquisition and adapting the learning trajectory to the student's knowledge level.

The objective of this work is to create a formal mathematical model of an adaptive learning process that ensures a personalized selection of learning topics and automatic adjustment of the learning trajectory based on student performance. The proposed model employs an ontological approach to structuring learning content and predicate algebra to define transition rules between topics.

To achieve this goal, the following tasks were completed: an analysis of modern adaptive learning systems was conducted, a knowledge graph was developed to automate learning trajectories, an adaptive testing mechanism was implemented, and a software system for graph visualization was created. An essential aspect of the implementation is the use of WPF and QuickGraph for the interactive construction and processing of the educational trajectory.

The methods considered include finite predicate algebra, graph theory, and object-oriented programming. Special attention is given to automated knowledge graph visualization and methods for adapting the learning process using logical equations.

Results. An adaptive learning process model was obtained, allowing for a formal description of the structure of educational dependencies and ensuring the automatic selection of subsequent topics based on the student's knowledge level. A software system for constructing and visualizing a knowledge graph in .NET (WPF) was implemented. The proposed approach provides learning process personalization, automated testing, and student progress analysis.

The conclusions highlight the advantages of the developed model, including its integration into modern distance learning platforms and its potential to improve learning efficiency through dynamic testing and educational trajectory analysis.

Keywords: adaptive learning; algebraic-logical modeling; knowledge graph; ontological models; distance learning; personalized learning process; automated testing.

Вступ (визначення проблеми)

Розвиток дистанційного навчання та автоматизованих освітніх платформ потребує ефективних методів формалізації знань і побудови інтелектуальних систем підтримки навчального процесу. Одним із перспективних підходів є алгебро-логічне моделювання (АЛМ), яке дозволяє створювати універсальні математичні моделі для представлення знань, аналізу логічних взаємозв'язків та автоматизованого виведення висновків у навчальних середовищах. Сучасні дослідження підтверджують, що використання алгебри скінченних предикатів сприяє структуруванню освітніх даних, формуванню адаптивних освітніх траєкторій і вдосконаленню персоналізованого навчання [1]. Наприклад, у дистанційних курсах можна застосовувати логічні рівняння для класифікації студентів за рівнем підготовки, автоматичної перевірки знань та персоналізації рекомендацій щодо навчальних матеріалів.

Однією з ключових проблем сучасного дистанційного навчання є необхідність адаптації навчального контенту до рівня підготовки студентів. Традиційні системи оцінювання базуються на статичних тестах і фіксованих навчальних програмах, що не враховують індивідуальні особливості кожного студента. Використання предикатних рівнянь дозволяє реалізувати динамічну адаптацію курсу, автоматично коригуючи складність матеріалу залежно від успішності студента [2].

Також важливим аспектом є автоматизація навчального процесу, включаючи генерацію тестових завдань, формування рекомендацій щодо додаткових матеріалів та побудову системи підтримки

прийняття рішень у навчальному процесі. У цьому контексті алгебро-логічні методи забезпечують основу для створення розумних навчальних агентів, здатних аналізувати прогрес студентів і генерувати індивідуальні навчальні траєкторії [3].

АЛМ дозволяє реалізувати концепцію семантичного аналізу освітніх ресурсів, що дає змогу автоматично аналізувати навчальні матеріали та виявляти взаємозв'язки між поняттями, темами та рівнем складності. Використання алгебро-логічних моделей дозволяє інтегрувати онтологічний підхід для структуризації навчального контенту, створюючи інтелектуальні освітні середовища.

Додатково, використання алгебри предикатів у навчальних системах може забезпечити автоматичну перевірку розуміння матеріалу студентами через генерацію логічних рівнянь, які враховують їхні відповіді та адаптивно змінюють послідовність питань. Це особливо актуально для великих онлайн-курсів, де важливо забезпечити персоналізований підхід до навчання [4].

У цій статті представлено методи алгебро-логічного моделювання для організації знань у системах дистанційного навчання. Основна увага приділяється формалізації предметного простору освітніх платформ, побудові системи ознак для навчальних курсів та алгоритмам оптимізації навчального процесу на основі предикатних рівнянь. Досліджується використання предикатних рівнянь для моделювання логічних зв'язків між освітніми об'єктами, аналізу структури навчального контенту та вдосконалення методів оцінювання знань студентів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Об'єктом дослідження є процеси адаптивного навчання у дистанційній освіті, що базуються на алгебро-логічних моделях. Сучасні наукові публікації підтверджують, що розвиток цифрових освітніх середовищ вимагає ефективних алгоритмів персоналізації контенту, що дозволяють підлаштовувати навчальні матеріали під рівень знань студента, його інтереси та індивідуальні особливості сприйняття інформації. Особливу увагу приділяють застосуванню методів штучного інтелекту, онтологічного аналізу та логічних моделей для формування ефективних навчальних траєкторій [5].

Серед ключових напрямів сучасних досліджень можна виділити застосування графових структур знань, що забезпечують зв'язність та логічну послідовність навчального матеріалу. Використання графів знань дозволяє створювати семантично узгоджені освітні моделі, у яких між навчальними темами встановлюються логічні залежності, що унеможливають пропуски критично важливих понять. Такі підходи не тільки підвищують якість навчального процесу, а й оптимізують його, дозволяючи автоматично визначати черговість подачі матеріалу.

Ще одним важливим напрямом є використання алгебро-логічних моделей для формального опису освітніх процесів. У сучасних дослідженнях цей підхід застосовується для автоматизації аналізу знань студентів, формування персоналізованих рекомендацій та адаптації рівня складності матеріалів відповідно до освітнього прогресу користувача. Логічне моделювання дозволяє забезпечити строго формалізований підхід до керування навчальними процесами, що особливо важливо для автоматизованих платформ дистанційного навчання.

У наукових працях також приділяють увагу можливості інтеграції штучного інтелекту та машинного навчання у системи адаптивного навчання. Використання нейронних мереж та алгоритмів прогнозування дозволяє аналізувати освітні дані, виявляти закономірності у навчальній діяльності студентів та автоматично налаштовувати подачу матеріалу таким чином, щоб він найкраще відповідав поточному рівню знань студента [6]. Такі підходи поєднуються з логічними моделями для забезпечення гнучкості та точності персоналізованого навчального процесу.

Актуальною темою досліджень є також побудова адаптивних систем тестування. В сучасних наукових роботах досліджуються методи динамічного підбору складності тестових завдань відповідно до відповідей студента, що дозволяє не тільки оцінити рівень його знань, а й адаптувати навчальну траєкторію в режимі реального часу. Це забезпечує більш точне оцінювання знань, скорочення часу тестування та підвищення ефективності перевірки засвоєного матеріалу.

Загальний аналіз останніх досліджень свідчить про активний розвиток алгоритмічних підходів до персоналізації навчального процесу. У цій роботі розглядається комплексний підхід, що поєднує графові моделі знань, алгебро-логічне моделювання та автоматизовану адаптацію освітніх траєкторій [7]. Такий підхід дозволяє створювати системи навчання, що здатні автоматично коригувати навчальні плани відповідно до рівня знань студентів, їхньої активності та індивідуальних потреб, що робить дистанційне навчання більш ефективним, структурованим і персоналізованим.

Визначення невирішених раніше частин загальної проблеми.

Завдання роботи. Мета роботи

Сучасні адаптивні системи навчання відіграють ключову роль у розвитку дистанційної освіти, однак аналіз наукових публікацій та реальних освітніх платформ демонструє, що ряд важливих аспектів залишається недостатньо опрацьованим. Незважаючи на наявність численних досліджень, присвячених алгоритмам персоналізації навчання, більшість існуючих систем все ще використовують статичні моделі або ж евристичні підходи, що не враховують динамічних змін у рівні знань студентів. Це призводить до того, що навчальні платформи часто не можуть адекватно адаптувати матеріал до індивідуальних потреб користувачів.

Однією з найвагоміших проблем є відсутність формальної моделі навчального процесу, яка б чітко визначала послідовність вивчення матеріалу та забезпечувала адаптивне керування навчальним маршрутом. Існуючі системи переважно реалізують або жорстко задану структуру навчального контенту, або застосовують механізми машинного навчання, які працюють як "чорні скриньки", не надаючи можливості пояснити логіку вибору наступної теми [8]. У зв'язку з цим виникає необхідність у розробці формально визначених алгоритмів адаптації навчального контенту, які дозволять не лише персоналізувати траєкторію навчання, але й чітко описати логічні залежності між навчальними модулями [9].

Крім того, більшість сучасних платформ використовують стандартні тестові системи, які не враховують зв'язок між навчальними темами. Це створює ситуацію, коли оцінювання рівня знань студента відбувається без глибокого аналізу його розуміння предметної області. Невирішеною проблемою залишається розробка методики тестування, яка б враховувала не лише правильність відповідей, а й логічні зв'язки між темами та можливість визначення прогалин у знаннях студента.

Ще одним важливим аспектом є побудова алгоритмів автоматизованої рекомендації навчального контенту, які б могли враховувати не лише рівень успішності студента, але й його інтереси, стиль навчання та особливості сприйняття інформації. Більшість сучасних адаптивних платформ обмежуються аналізом оцінок або часу, витраченого на певні теми, проте цього недостатньо для точного визначення оптимального маршруту навчання.

Таким чином, з огляду на викладені проблеми, завдання роботи включають:

- Розробку формальної моделі подання навчального контенту, яка ґрунтується на використанні графів знань та логічних залежностей між темами;
- Побудову алгоритму персоналізації навчальної траєкторії, що дозволяє автоматично адаптувати подачу матеріалу залежно від успішності студента та його освітніх потреб;
- Створення механізму адаптивного тестування, що враховує взаємозв'язки між навчальними темами та дозволяє оцінювати не лише рівень знань, а й глибину розуміння матеріалу;
- Реалізацію автоматизованої системи рекомендацій, яка, крім стандартного аналізу успішності, буде використовувати додаткові фактори, такі як стиль навчання студента та його інтереси;
- Розробку програмної реалізації запропонованої моделі та її тестування в реальних умовах дистанційного навчання.

З урахуванням поставлених завдань метою роботи є створення алгебро-логічної моделі адаптивного навчання, яка забезпечить автоматизоване управління навчальним процесом на основі аналізу рівня знань студентів та їхньої індивідуальної освітньої траєкторії. Запропонована модель має забезпечити структуроване представлення знань, логічну зв'язаність між темами та можливість динамічного коригування освітнього маршруту відповідно до потреб користувачів. Реалізація цієї моделі дозволить покращити точність персоналізації навчального процесу та підвищити ефективність дистанційного навчання.

Матеріали й методи

Алгебра скінченних предикатів (АСП) є універсальним математичним апаратом для моделювання знань у навчальних системах. Вона дозволяє формально описати логічні взаємозв'язки між освітніми об'єктами, структурою курсів, рівнями підготовки студентів та можливими траєкторіями навчання [10].

Формально, скінченний предикат визначається як:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid F(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1\}, \quad (1)$$

де $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – булева функція над множиною змінних. Використання логічних рівнянь у навчальних системах дозволяє автоматично визначати індивідуальні навчальні маршрути для студентів на основі їхньої успішності та прогресу.

Додатково, АСП можна використовувати для аналізу поведінки студентів у системах навчання. Наприклад, якщо студент часто повертається до певної теми, то система може рекомендувати йому додаткові пояснення:

$$\forall x (\text{ЧастотаПерегляду}(x, \text{Тема}) > \text{Поріг} \rightarrow \text{Рекомендувати}(x, \text{Пояснення})). \quad (2)$$

АСП також використовується для автоматичного визначення глибини засвоєння матеріалу. Наприклад, система може аналізувати послідовність дій студента та виявляти закономірності, що свідчать про рівень розуміння матеріалу:

$$\forall x (\text{ЧастотаПомилки}(x) > \text{ГраничнеЗначення} \rightarrow \text{ПотрібнеПовторення}(x)). \quad (3)$$

Завдяки цьому можна реалізувати персоналізовані освітні траєкторії, що адаптуються до індивідуальних особливостей кожного студента.

Формалізація предметного простору – важливий етап у проєктуванні дистанційного навчання. Використання предикатних рівнянь дозволяє структурувати курси, їхні модулі та взаємозв'язки між навчальними матеріалами:

$$\text{Курс}(U) = \{\text{Модуль}_1, \text{Модуль}_2, \dots, \text{Модуль}_n\}, \quad (4)$$

де U – множина навчальних модулів у курсі.

Для автоматизованої перевірки знань студента можна використовувати наступну формалізацію:

$$\begin{cases} \text{Висока, якщо } (\text{Тест1}(x) \wedge \text{Тест2}(x)) \\ \text{Середня, якщо } (\text{Тест1}(x) \vee \text{Тест2}(x)) \\ \text{Низька, в іншому випадку} \end{cases} \quad (5)$$

Ця формалізація дозволяє автоматизувати оцінювання знань та адаптувати навчальний процес відповідно до потреб студентів.

Додатково, система може враховувати не лише результати тестів, а й активність студента у форумі, проходження практичних завдань та взаємодію з навчальними матеріалами:

$$\forall x (\text{Тест}(x) \wedge \text{Практика}(x) \wedge \text{ФорумАктивність}(x) \rightarrow \text{Доступ}(x, \text{НаступнийРівень})). \quad (6)$$

Також можливе використання логічних операторів для адаптації тестових завдань, де система автоматично змінює складність питань залежно від відповідей студента:

$$\forall x (\text{РівеньСкладності}(x) = \text{Високий} \wedge \text{Помилки}(x) > \text{ГраничнеЗначення} \rightarrow \text{ЗменшитиСкладність}(x)). \quad (7)$$

Використання алгебро-логічних методів у системах дистанційного навчання дозволяє реалізувати:

- Адаптивне навчання: система автоматично змінює складність курсу відповідно до успішності студента.
- Індивідуалізацію контенту: матеріали подаються відповідно до інтересів і прогресу студента.
- Оптимізацію навчального процесу: виключення зайвих тем та побудова ефективних траєкторій навчання.

Наприклад, використовуючи систему правил на основі логічних рівнянь, можна автоматизувати рекомендації щодо навчальних матеріалів:

$$\forall x (\text{Оцінка}(x) = \text{Низька} \rightarrow \text{Рекомендувати}(x, \text{ДодатковіМатеріали})). \quad (8)$$

Додатково, можна створити систему контролю за рівнем навантаження студента, яка дозволяє уникати перевантаження матеріалами:

$$\forall x (\text{НавчальнеНавантаження}(x) > \text{Поріг} \rightarrow \text{ЗменшитиМатеріали}(x)). \quad (9)$$

Алгебро-логічні методи також використовуються для визначення оптимального моменту подачі матеріалу:

$$\forall x (\text{ІнтервалМіжСесіями}(x) < \text{МінЗначення} \rightarrow \text{ЗатриматиДоступ}(x, \text{НаступнийМодуль})). \quad (10)$$

Таким чином, використання алгебри скінченних предикатів у дистанційному навчанні дозволяє значно підвищити ефективність системи шляхом автоматизації процесів адаптації, оцінювання та персоналізації навчання.

Інформаційно-аналітичні системи (ІАС) для дистанційного навчання дозволяють ефективно аналізувати дані про студентів, визначати індивідуальні освітні траєкторії та надавати персоналізовані рекомендації. Використання алгебро-логічних методів забезпечує строгість і формальну коректність моделювання цих систем.

Сучасні ІАС включають кілька ключових компонентів:

- Підсистему збору даних – отримання інформації про активність студентів у навчальному середовищі. До цього можуть входити дані про кількість переглянутих лекцій, проходження тестів, участь у форумах та інші цифрові сліди, які студенти залишають у системі управління навчанням (LMS).
- Підсистему аналізу знань – формування логічних залежностей між результатами тестів, практичних завдань та іншими освітніми метриками. Ця підсистема використовує логічні рівняння для виявлення закономірностей між успішністю студентів та їхньою навчальною активністю.
- Підсистему адаптації навчального контенту – автоматичне коригування складності матеріалу відповідно до рівня підготовки студента. Ця підсистема використовує правила на основі алгебраїчної логіки для персоналізації навчального процесу [11].

ІАС також може включати механізми прогнозування результатів навчання, використовуючи методи машинного навчання у поєднанні з логічними моделями. Наприклад, можна застосувати логічні правила для визначення групи ризику серед студентів:

$$\forall x (\text{ЧастотаВідвідувань}(x) < \text{МінРівень} \wedge \text{РезультатиТестів}(x) < \text{Поріг} \rightarrow \text{РизикАкадемічноїНевдачі}(x)). \quad (11)$$

Це дозволяє викладачам вчасно реагувати на потенційні проблеми та змінювати освітню стратегію відповідно до потреб студента.

Алгебро-логічні моделі можуть бути використані для автоматизованої побудови освітніх аналітичних систем, що дозволяють здійснювати глибокий аналіз навчального процесу. Наприклад, для визначення рівня складності курсу можна застосувати наступне рівняння:

$$\text{РівеньСкладності}(\text{Курс}) = f(\sum_{i=1}^n \text{ВагаТеми}_i, \sum_{j=1}^m \text{РезультатиТестів}_j) \quad (12)$$

де ВагаТеми_i – складність кожної теми, а $\text{РезультатиТестів}_j$ – оцінки студентів у тестах.

Подібний підхід був запропонований у [12], де автори представили модель динамічного коригування рівня складності курсу на основі логічного аналізу навчальної активності.

Аналогічно, для визначення рівня успішності студента можна використати логічні рівняння:

$$\forall x(\text{Оцінка}(x) > \text{Поріг} \rightarrow \text{НадатиДоступ}(x, \text{НаступнийМодуль})). \quad (13)$$

У цій моделі враховується не тільки оцінка, а й рівень активності студента, що дозволяє більш точно прогнозувати його подальшу успішність у навчанні.

Процес прийняття рішень у дистанційному навчанні передбачає обробку великої кількості даних і визначення оптимальних освітніх стратегій. Формалізація цього процесу через логічні рівняння дозволяє чітко визначити залежності між показниками успішності студентів і параметрами навчального контенту.

Розглянемо приклад визначення групи ризику серед студентів на основі їхньої активності:

$$\forall x(\text{НизькаАктивність}(x) \wedge \text{НезадовільніРезультати}(x) \rightarrow \text{РизикАкадемічноїНевдачі}(x)). \quad (14)$$

Ця модель дозволяє автоматично виявляти студентів, які потребують додаткової підтримки, і пропонувати відповідні навчальні стратегії. Аналогічний підхід використано у [13], де автори запропонували методи раннього виявлення студентів з низькими академічними показниками.

Автоматизоване керування навчальним контентом є одним з основних завдань сучасних систем дистанційного навчання. Логічний аналіз допомагає визначити, які теми варто включати до курсу для конкретного студента, ґрунтуючись на його успішності та навчальних потребах.

Формалізація правил адаптації контенту може бути представлена рівнянням:

$$\forall x(\text{РівеньСкладності}(\text{Тема}_x) > \text{ОптимальнийРівень} \rightarrow \text{СпрощенняМатеріалу}(x)). \quad (15)$$

Ця логічна модель дозволяє автоматично підлаштовувати навчальний контент, забезпечуючи його відповідність індивідуальним можливостям студентів. Додатково, можливе впровадження механізму адаптивної навігації, який регулює порядок проходження тем у залежності від рівня знань студента:

$$\forall x(\text{Успішність}(x) < \text{МінРівень} \rightarrow \text{ПовторнеВивчення}(\text{Тема}_x)). \quad (16)$$

гідно з дослідженням [14], використання таких методів дозволяє підвищити ефективність засвоєння матеріалу та знизити рівень академічного навантаження.

Адаптивне навчання є ключовим напрямком розвитку дистанційної освіти, оскільки воно дозволяє налаштовувати навчальні матеріали відповідно до потреб кожного студента. Алгебро-логічні моделі забезпечують строгість у визначенні індивідуальних освітніх траєкторій, використовуючи формальні правила для автоматичного керування контентом та перевірки знань.

Одним із важливих підходів є динамічна адаптація навчальних завдань. Наприклад, якщо студент демонструє високий рівень успішності, система може прискорити процес навчання, надаючи складніші завдання:

$$\forall x(\text{Оцінка}(x) > \text{ВисокийРівень} \rightarrow \text{Доступ}(x, \text{РозширенийКурс})). \quad (17)$$

З іншого боку, якщо студент потребує додаткової підтримки, система може рекомендувати повторне вивчення певних тем:

$$\forall x(\text{Оцінка}(x) < \text{Поріг} \rightarrow \text{Рекомендувати}(x, \text{ПовторнийМатеріал})). \quad (18)$$

Крім цього, логічна модель дозволяє впровадити механізми навчального навантаження, щоб уникнути перевантаження студентів:

$$\forall x(\text{ЧасНавчання}(x) > \text{Ліміт} \rightarrow \text{ОбмеженняДоступу}(x)). \quad (19)$$

Логічні рівняння можуть бути використані для автоматизації процесу прийняття рішень у навчальних системах. Наприклад, вибір послідовності проходження навчального курсу може базуватися на глибшому аналізі освітнього прогресу студента, що відрізняється від стандартного тестування:

$$\forall x(\text{СередняОцінка}(x) > \text{МінімальнийРівень} \wedge \text{Активність}(x) > \text{Поріг} \rightarrow \text{Доступ}(x, \text{НаступнийМодуль})). \quad (20)$$

Цей підхід дозволяє створювати інтелектуальні освітні платформи, які адаптуються до рівня знань студентів у реальному часі та враховують не тільки результати тестування, але й загальний рівень залученості [15].

Алгебра скінченних предикатів дозволяє формалізувати процес персоналізації навчального контенту, розробляючи моделі, які визначають необхідність надання додаткових навчальних матеріалів на основі рівня розуміння студентом певної теми:

$$\forall x(\text{РівеньРозуміння}(x, \text{Тема}) < \text{МінімальнийРівень} \rightarrow \text{Рекомендувати}(x, \text{ДодатковіМатеріали})). \quad (21)$$

Персоналізація також включає адаптацію стилю подачі матеріалу відповідно до індивідуальних характеристик студента. Наприклад, якщо студент краще засвоює матеріал через візуальні засоби, система може рекомендувати йому спеціалізовані лекції:

$$\forall x(\text{СтильНавчання}(x) = \text{Візуальний} \rightarrow \text{Призначити}(x, \text{ВізуальнийКонтент})). \quad (22)$$

Це дозволяє покращити ефективність навчання шляхом підлаштування під особливості сприйняття інформації студентом.

Інтеграція онтологічних моделей у навчальні процеси дозволяє створювати семантично зв'язані освітні простори, що забезпечують структуровану організацію знань та їх логічне представлення. У [16] описано методи побудови онтологій для дистанційного навчання, які дозволяють систематизувати навчальні матеріали та забезпечити їх логічну взаємодію.

Онтологічні моделі можуть бути представлені у вигляді графів знань, де кожна вершина відповідає певному навчальному елементу, а ребра описують логічні або семантичні зв'язки між темами.

Наприклад, система може автоматично визначати, які теми повинні бути опановані перед вивченням більш складних концепцій:

$$\forall x(\text{НеВивчено}(x, \text{БазоваТема}) \rightarrow \text{Заборонено}(x, \text{РозширенаТема})). \quad (23)$$

цей підхід запобігає пропускам у навчальній програмі та забезпечує послідовне освоєння матеріалу. Як зазначено у [17], онтологічні моделі також можуть використовуватися для автоматичної генерації навчальних маршрутів, де система аналізує рівень знань студента та рекомендує відповідні модулі:

$$\forall x(\text{РівеньЗнань}(x) < \text{ОптимальнийРівень} \rightarrow \text{Призначити}(x, \text{ДодатковийКурс})). \quad (24)$$

Окрім цього, використання онтологій дозволяє інтегрувати адаптивні семантичні мережі, що динамічно змінюються відповідно до інтересів та успішності студента. У [18] запропоновано модель, що автоматично формує навчальні ресурси відповідно до запитів студентів:

$$\forall x(\text{Інтерес}(x, \text{Тематика}) \rightarrow \text{Рекомендувати}(x, \text{ВідповідніМатеріали})). \quad (25)$$

Таким чином, використання онтологічних підходів у поєднанні з алгебро-логічним моделюванням дозволяє створювати гнучкі, адаптивні освітні системи, які підлаштовуються під потреби студентів і забезпечують структуроване подання знань.

Результати досліджень та їхнє обговорення

У ході дослідження було розроблено формальну модель адаптивного навчання, що базується на використанні алгебро-логічного підходу та графових структур знань. Було здійснено детальний аналіз сучасних методів персоналізації навчального контенту, оцінено їхні переваги та недоліки, а також запропоновано механізм динамічного керування навчальними траєкторіями, який забезпечує адаптацію подачі матеріалу відповідно до рівня знань та індивідуальних особливостей студентів.

Запропонована модель використовує графову структуру, у якій кожен вузол відповідає окремій навчальній темі, а зв'язки між вузлами відображають залежності між концепціями. Це дозволяє системі аналізувати логічну послідовність навчального процесу та визначати найбільш оптимальний маршрут для студента. Основною перевагою такого підходу є те, що процес навчання стає динамічним, а система автоматично підлаштовується під рівень підготовки студента, запобігаючи пропускам важливих тем.

Ключовим компонентом дослідження стало впровадження логічного апарату для прийняття рішень про доступність навчального матеріалу та адаптацію освітньої траєкторії. Алгебро-логічний підхід дозволяє визначати взаємозв'язки між навчальними модулями та створювати строгі правила для переходу між темами залежно від рівня засвоєного матеріалу. Використання логічних залежностей робить можливим автоматизоване управління процесом навчання, забезпечуючи логічну узгодженість між навчальними модулями.

Окрім теоретичного аналізу, було створено програмну систему, яка реалізує запропоновану модель у вигляді інтелектуальної освітньої платформи. Ця система дозволяє створювати граф знань, аналізувати навчальні залежності та пропонувати персоналізовані освітні маршрути для студентів.

Функціональність системи включає автоматичний аналіз рівня знань студента, визначення можливості вивчення наступної теми та рекомендації щодо повторення матеріалу, якщо рівень засвоєння недостатній. Система враховує не тільки отримані оцінки, а й загальну динаміку навчального прогресу студента, що дозволяє визначати слабкі місця в його знаннях та коригувати навчальний процес у режимі реального часу. Якщо студент не засвоїв певну базову тему, система автоматично блокує доступ до складніших тем, що запобігає фрагментарному розумінню матеріалу та забезпечує поступове наращування знань.

Програма відстежує результати тестування, активність у проходженні завдань та швидкість засвоєння матеріалу. Використовуючи ці дані, система формує рекомендації щодо подальшого навчання: якщо студент успішно виконує всі завдання, йому пропонується більш поглиблений матеріал або ж можливість перейти до складніших тем. Якщо ж рівень знань недостатній, система рекомендує повторне вивчення матеріалу або додаткові навчальні ресурси.

Система побудована таким чином, що спочатку формуються навчальні об'єкти (теми) та їхні взаємозв'язки, які визначають передумови для опанування складніших концепцій. Після цього здійснюється індивідуальна оцінка рівня знань студента, що дає змогу системі обрати наступну рекомендовану тему для навчання на основі аналізу графової структури [19].

На практиці система виконує такі кроки:

1. Створює граф знань, у якому кожна вершина відповідає навчальній темі.
2. Визначає залежності між темами, встановлюючи зв'язки між базовими і розширеними темами.
3. Зберігає поточний рівень знань студента та аналізує його навчальний прогрес.
4. Рекомендує наступні теми, використовуючи попередньо визначені логічні правила переходу між темами.
5. Оцінює результати тестування, коригуючи навчальну траєкторію відповідно до досягнень студента.

Логічний механізм вибору наступного навчального кроку працює наступним чином: система перевіряє всі теми, які ще не були вивчені студентом, і аналізує, чи виконані умови їхнього проходження (наприклад, чи опановані всі необхідні передумови). Якщо така тема знаходиться, вона рекомендується студенту як наступний крок навчання.

Таким чином, дана система дозволяє гнучко адаптувати навчальний контент, оптимізуючи послідовність вивчення матеріалів відповідно до реального рівня підготовки студента. Це створює можливість для динамічного налаштування навчальної траєкторії у середовищі дистанційного навчання, що є ключовим аспектом сучасних освітніх технологій.

Для демонстрації роботи системи було створено курс «Мова програмування Python» і додані такі теми (вершини графа)

- Основи Python – змінні, типи даних, основні конструкції.
- ООП у Python – робота з класами, наслідування, інкапсуляція.
- Алгоритми – базові алгоритми сортування, пошуку та обробки даних.
- Структури даних – списки, множини, словники, черги, стеки.
- Рекурсія – рекурсивні функції, глибина рекурсії, оптимізація рекурсивних алгоритмів.
- Графи – теоретичні основи, алгоритми обходу (BFS, DFS), алгоритм Дейкстри.
- Динамічне програмування – оптимізаційні методи, розв'язання складних задач через збереження проміжних результатів.

Система була реалізована на платформі .NET, використовуючи WPF (Windows Presentation Foundation) для візуалізації графа знань. Для роботи із графовими структурами використовується бібліотека QuickGraph, яка забезпечує обробку орієнтованих графів та дозволяє легко визначати зв'язки між вузлами. Використання WPF також дозволяє створити інтерактивний інтерфейс, у якому студент може переглядати свою навчальну траєкторію та відстежувати поточний прогрес.

Система також підтримує можливість експорту графа знань у вигляді зображення (рис. 1), що дозволяє викладачам та адміністраторам навчальних платформ отримувати візуальне представлення навчального процесу.

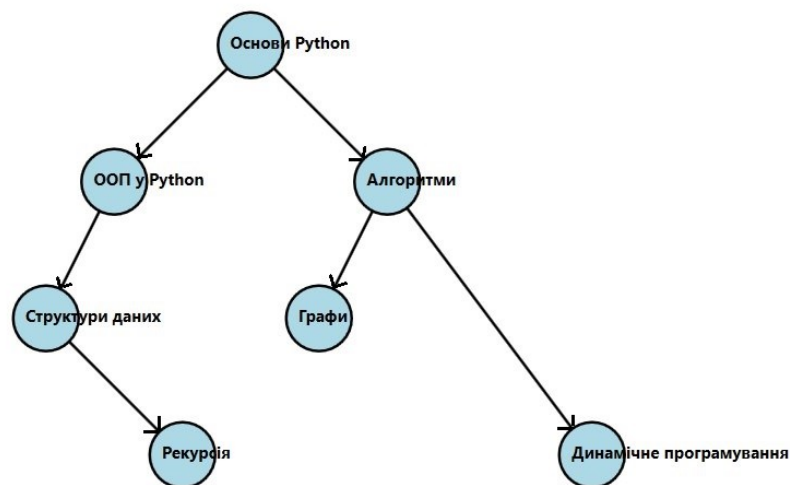


Рис. 1. Результат експорту графа з програми

Крім того, у майбутньому передбачено інтеграцію з штучним інтелектом, що дозволить покращити механізм персоналізації контенту та автоматично визначати слабкі місця студента, аналізуючи не лише його результати тестування, а й стиль навчання, швидкість засвоєння матеріалу та інші параметри.

Розроблена система є перспективною моделлю для застосування у дистанційному навчанні, оскільки вона дозволяє:

- Автоматизувати навчальний процес, надаючи студентам персоналізований досвід навчання.
- Забезпечити логічну послідовність вивчення матеріалу, запобігаючи пропускам важливих тем.
- Візуалізувати освітню траєкторію, що дозволяє студентам розуміти свій навчальний маршрут.
- Інтегрувати адаптивні механізми тестування, що дозволяють оцінювати рівень знань та надавати рекомендації щодо наступних кроків у навчанні.

Аналіз результатів роботи системи показав, що використання алгебро-логічного моделювання дозволяє значно підвищити ефективність навчання, оскільки система забезпечує адаптивне подання матеріалу відповідно до рівня знань студента. Це дозволяє зменшити кількість ситуацій, коли студент не

може овоїти нову тему через прогалини у попередньому матеріалі. Впровадження автоматизованого тестування дозволяє оперативно оцінювати рівень знань студента та пропонувати відповідні навчальні ресурси, що підвищує загальну результативність освітнього процесу.

Подальші експерименти підтвердили, що система працює найбільш ефективно у випадках, коли студенти регулярно взаємодіють із навчальною платформою та проходять тестові оцінювання. Це дозволяє системі збирати детальну інформацію про прогрес навчання та коригувати освітню траєкторію з урахуванням індивідуальних потреб.

Важливим аспектом розробленої системи є можливість її інтеграції у сучасні платформи дистанційного навчання. Використання формального апарату для побудови навчальних залежностей дозволяє впроваджувати запропоновану методику у масштабні онлайн-курси, адаптуючи її до різних навчальних програм та дисциплін. Це відкриває перспективи для подальшого розвитку технологій адаптивного навчання, що базуються на логічних моделях аналізу знань.

Таким чином, результати дослідження підтвердили, що використання алгебро-логічного підходу в адаптивному навчанні є ефективним методом для автоматизації навчального процесу та забезпечення персоналізованого навчального досвіду. Розроблена система демонструє перспективність запропонованої моделі та відкриває можливості для подальшого розвитку алгоритмів персоналізованого навчання, що базуються на строгих математичних принципах.

Висновки й перспективи подальшого розвитку

У цій роботі було розглянуто методи алгебро-логічного моделювання для побудови адаптивних систем дистанційного навчання. Запропонована методологія дозволяє формалізувати структуру навчального контенту, забезпечити логічно узгоджене подання знань та автоматизувати адаптацію освітнього процесу під рівень підготовки студентів.

Результати дослідження демонструють, що використання орієнтованих графів знань та логічних рівнянь дозволяє динамічно керувати навчальними траєкторіями. Завдяки цьому система може персоналізувати навчальний процес, що особливо важливо для дистанційної освіти, де традиційні методи викладання не можуть забезпечити достатньої гнучкості.

Практична реалізація підтвердила ефективність запропонованого підходу. Алгоритми аналізу знань студента дозволяють автоматично рекомендувати наступні теми для вивчення, оцінювати готовність до складніших концепцій та пропонувати додаткові матеріали у випадку недостатнього рівня засвоєння. Запропонована модель також може інтегруватися у сучасні платформи електронного навчання та використовуватися у системах адаптивного тестування.

Перспективи подальшого розвитку цієї методики включають:

1. Розширення логічної моделі за рахунок інтеграції штучного інтелекту для аналізу поведінки студентів та прогнозування їхніх освітніх потреб.
2. Оптимізацію механізму персоналізації шляхом включення семантичного аналізу тексту навчальних матеріалів та їх автоматичної класифікації.
3. Використання нейромереж для покращення механізму рекомендацій та динамічного оновлення освітнього контенту відповідно до останніх тенденцій у галузі.
4. Побудову розширеного онтологічного підходу, який дозволить автоматично формувати навчальні траєкторії не тільки на основі рівня знань студента, а й враховуючи його індивідуальні інтереси та цілі навчання.

Таким чином, застосування алгебро-логічного моделювання у дистанційному навчанні відкриває широкі можливості для створення ефективних адаптивних освітніх середовищ, які будуть відповідати сучасним вимогам цифрової освіти та забезпечувати високу якість навчання.

Література

1. Shubin I., Snisar S., Litvin S., Formalization and Application of Algebraic Methods in Automated Intelligent Systems. *IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkiv, Ukraine, 2021, P. 67–70. DOI: <http://doi.org/10.1109/PICST54195.2021.9772174>
2. Козирев А., Шубін І. Метод планування завдань оброблення даних у розподілених системах з обмеженою інформацією про доступні ресурси. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. 2023. No. 3 (25). С. 27–39. DOI: <https://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.25.027>
3. Каратаєв О., Шубін І. Проблеми повторного використання знань у процесі проєктування програмних систем. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*. 2023. No 2 (24). С. 62–71. DOI: <http://doi.org/10.30837/itssi.2023.24.062>
4. Sapra D., Pimentel A. D. Deep Learning Model Reuse and Composition in Knowledge Centric Networking. *29th International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN)*, Honolulu, HI, USA, 2020, P. 1–11. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICCCN49398.2020.9209668>
5. Tereshchenko G., Gruzdo I. Overview and Analysis of Existing Decisions of Determining the Meaning of Text Documents, *International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications*,

Science and Technology (PIC S&T), Vol. 8632014, 2019, P. 645–653. DOI: <http://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2018.8632014>

6. Sarker U., Deraman A.B., Hasan R. Descriptive Logic for Software Engineering Ontology: Aspect Software Quality Control. *4th International Conference on Computer and Information Sciences (ICCOINS)*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2018, P. 1–5. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICCOINS.2018.8510585>

7. Kamide N., Sequential Fuzzy Description Logic: Reasoning for Fuzzy Knowledge Bases with Sequential Information. 2020 *IEEE 50th International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL)*, Miyazaki, Japan, 2020, P. 218–223. DOI: <http://doi.org/10.1109/ISMVL49045.2020.000-2>

8. Gruzdo I., Kyrychenko I., Tereshchenko G., Shanidze O. Analysis of Models Usability Methods Used on Design Stage to Increase Site Optimization. 7th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems. (COLINS-2023), Volume III: Intelligent Systems Workshop, 2023. CEUR Workshop Proceedings, Vol. 3403, P. 387–4093. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3403/paper31.pdf>

9. Каратаєв О., Ситніков Д. Метод повторного використання знань у формі логічних рівнянь. *Сучасний стан наукових досліджень та технологій в промисловості*, No. 3(25). 2023. С. 15–26. DOI: <http://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.25.015>

10. Rawal R., Goel K., Gupta, C. COVID-19: Disease Pattern Study based on Semantic-Web Approach using Description Logic, *IEEE International Conference for Innovation in Technology (INOCON)*, Bangluru, India, 2020, P. 1–5. DOI: <http://doi.org/10.1109/INOCON50539.2020.9298278>

11. Backer, P., Siemens G. Educational data mining and learning analytics. *The Cambridge handbook of the learning sciences*, 2019. 274 p. URL: https://www.researchgate.net/publication/316628053_Educational_data_mining_and_learning_analytics

12. Shubin I. Development of conjunctive decomposition tools. 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021). CEUR Workshop Proceedings, 2021, 2870, P. 890–900. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-2870/paper67.pdf>

13. Dudar Z., Shubin I., Kozyriev A. Individual Training Technology in Distributed Virtual University. *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2021, 212 LNNS, P. 379–399. DOI: http://doi.org/10.1007/978-3-030-76343-5_20

14. Karataiev O., Sitnikov D., Sharonova N. A Method for Investigating Links between Discrete Data Features in Knowledge Bases in the Form of Predicate Equations, 7th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2023). CEUR Workshop Proceedings, 2023, P. 224–235. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3387/paper17.pdf>

15. Karataiev O., Shubin I., Formal Model of Multi-Agent Architecture of a Software System Based on Knowledge Interpretation. *Radioelectronic and Computer Systems*. No 4 (108). 2023 P. 53–64. DOI: <http://doi.org/10.32620/reks.2023.4.05>

16. Sharonova N., Doroshenko A., Cherednichenko O. Issues of Fact-based Information Analysis. 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021) CEUR Workshop Proceedings, 2021, Vol. 2870. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-2136/10000011.pdf>

17. Sharonova N., Kyrychenko I., Tereshchenko G. Application of big data methods in E-learning systems, 2021 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021), 2021. CEUR-WS, Vol. 2870. 2021, P. 1302–1311. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-2870/paper96.pdf>

18. Zhou B., Bao J., Liu Y., Song D., BA-IKG: BiLSTM Embedded ALBERT for Industrial Knowledge Graph Generation and Reuse. *IEEE 18th International Conference on Industrial Informatics (INDIN)*, Warwick, United Kingdom, 2020, P. 63–69. DOI: <http://doi.org/10.1109/INDIN45582.2020.9442198>

19. He L., P. Jiang, P-SaaS: knowledge service-oriented manufacturing workflow model for knowledge collaboration and reuse. *IEEE 16th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, Hong Kong, China, 2020, P. 570–575. DOI: <http://doi.org/10.1109/CASE48305.2020.9216974>

References

1. Shubin, I. Snisar, S., Litvin, S. (2021), "Formalization and Application of Algebraic Methods in Automated Intelligent Systems", *IEEE 8th International Conference on Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)*, Kharkiv, Ukraine, P. 67–70. DOI: <http://doi.org/10.1109/PICST54195.2021.9772174>

2. Kozyriev, A., Shubin, I. (2023), "Method of Planning Data Processing Tasks in Distributed Systems with Limited Information About Available Resources", *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. No. 3 (25), P. 27–39. DOI: <http://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.25.027>

3. Shubin, I., Karataiev, O. (2023), "Reuse of Information Based on The Interpretation of Knowledge", *Innovative technologies and scientific solutions for industries*. No. 2 (24), P. 62–71. DOI: <http://doi.org/10.30837/itssi.2023.24.062>

4. Sapra, D., Pimentel, A. D. (2020), "Deep Learning Model Reuse and Composition in Knowledge Centric Networking", *29th International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN)*, Honolulu, HI, USA, P. 1–11. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICCCN49398.2020.9209668>

5. Tereshchenko, G., Gruzdo, I. (2019), "Overview and Analysis of Existing Decisions of Determining the Meaning of Text Documents", *International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S&T)* 2019, P. 645–653. DOI: [10.1109/INFOCOMMST.2018.8632014](https://doi.org/10.1109/INFOCOMMST.2018.8632014)

6. Sarker, U., Deraman, A. B., Hasan, R. (2018), "Descriptive Logic for Software Engineering Ontology: Aspect Software Quality Control", *4th International Conference on Computer and Information Sciences (ICCOINS)*, Kuala Lumpur, Malaysia, 2018, P. 1–5. DOI: <http://doi.org/10.1109/ICCOINS.2018.8510585>

7. Kamide, N. (2020), "Sequential Fuzzy Description Logic: Reasoning for Fuzzy Knowledge Bases with Sequential Information", *2020 IEEE 50th International Symposium on Multiple-Valued Logic (ISMVL)*, Miyazaki, Japan, 2020, P. 218–223. DOI: <http://doi.org/10.1109/ISMVL49045.2020.000-2>
8. Gruzdo, I., Kyrychenko, I., Tereshchenko, G., Shanidze, O. (2023), "Analysis of Models Usability Methods Used on Design Stage to Increase Site Optimization", *7th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2023)*, Volume III: Intelligent Systems Workshop, CEUR Workshop Proceedings, Vol. 3403, P. 387–4093. available at: <https://ceur-ws.org/Vol-3403/paper31.pdf>
9. Karataiev, O., Sitnikov, D. (2023), "The method of reuse of knowledge in the form of logical equations", *Innovative technologies and scientific solutions for industries*, No. 3(25), P. 15–26. DOI: <http://doi.org/10.30837/ITSSI.2023.25.015>
10. Rawal, R., Goel, K., Gupta, C., (2020), "COVID-19: Disease Pattern Study based on Semantic-Web Approach using Description Logic", *2020 IEEE International Conference for Innovation in Technology (INOCON)*, Bangluru, India, 2020, P. 1–5. DOI: <http://doi.org/10.1109/INOCON50539.2020.9298278>
11. Backer, P., Siemens, G. (2019), "Educational data mining and learning analytics", *The Cambridge handbook of the learning sciences*, 274 p. available at: https://www.researchgate.net/publication/316628053_Educational_data_mining_and_learning_analytics
12. Shubin, I. (2023), "Development of conjunctive decomposition tools", *5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021)*, CEUR Workshop Proceedings, Vol-2870, P. 890–900. available at: <https://ceur-ws.org/Vol-2870/paper67.pdf>
13. Dudar, Z., Shubin, I., Kozyriev, A. (2021), "Individual Training Technology in Distributed Virtual University". *Lecture Notes in Networks and Systems*. 212 LNNS, P. 379–399. DOI: http://doi.org/10.1007/978-3-030-76343-5_20
14. Karataiev, O., Sitnikov, D., Sharonova, N. (2023), "A Method for Investigating Links between Discrete Data Features in Knowledge Bases in the Form of Predicate Equations", *7th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2023)*, CEUR Workshop Proceedings, 2023, P. 224–235. available at: <https://ceur-ws.org/Vol-3387/paper17.pdf>
15. Karataiev, O., Shubin, I. (2023), "Formal Model of Multi-Agent Architecture of a Software System Based on Knowledge Interpretation", *Radioelectronic and Computer Systems*. No. 4 (108), P. 53–64. DOI: <http://doi.org/10.32620/reks.2023.4.05>
16. Sharonova, N., Doroshenko, A., Cherednichenko, O. (2021), "Issues of Fact-based Information Analysis", *5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021)*. CEUR Workshop Proceedings, Vol. 2870. available at: <https://ceur-ws.org/Vol-2136/10000011.pdf>
17. Sharonova, N., Kyrychenko, I., Tereshchenko, G., (2021), "Application of big data methods in E-learning systems", *2021 5th International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Systems (COLINS-2021)*, CEUR Workshop Proceedings, Vol-2870, P. 1302–1311. available at: <https://ceur-ws.org/Vol-2870/paper96.pdf>
18. Zhou, B., Bao, J., Liu, Y., Song, D. (2020), "BA-IKG: BiLSTM Embedded ALBERT for Industrial Knowledge Graph Generation and Reuse", *2020 IEEE 18th International Conference on Industrial Informatics (INDIN)*, Warwick, United Kingdom, 2020, P. 63–69. DOI: <http://doi.org/10.1109/INDIN45582.2020.9442198>
19. He, L., Jiang, P. (2020), "P-SaaS: knowledge service-oriented manufacturing workflow model for knowledge collaboration and reuse", *2020 IEEE 16th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, Hong Kong, China, 2020, P. 570–575. DOI: <http://doi.org/10.1109/CASE48305.2020.9216974>