АВТОМАТИЗАЦІЯ, ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ ТА РАДІОТЕХНІКА

DOI 10.31891/2307-5732-2022-305-1-168-174
УДК 681.325

ВОЗНА Н. Я.
https://orcid.org/0000-0002-8856-1720
e-mail: nvozna@ukr.net
МАКОГІН В. Б.
e-mail: vovamakogin@gmail.com
Західноукраїнський національний університет

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ СТРУКТУРИЗАЦІЇ МЕТОДІВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛІЗУ У РІЗНИХ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВИХ БАЗИСАХ

Дана робота присвячена вирішенню наукової задачі розвитку теорії та методології спектрального аналізу у процесах формування, перетворення, передавання, цифрового опрацювання та представлення інформації на основі математичних засад у різних теоретико-числових базисах. Можливість узагальнення теорії та методології структуризації поліфункціональних даних і переходу від одних спектрів до інших забезпечує основу для ефективного аналізу, оцінювання та опрацювання інформації.

Ключові слова:структуризація, спектральний аналіз, поліфункціональні дані.

VOZNA NATALIIA, MAKOGIN VOLODYMYR
West Ukrainian National University

THEORETICAL FUNDAMENTALS OF STRUCTURING THE METHODS OF SPECTRAL ANALYSIS IN DIFFERENT NUMBER SYSTEMS

This paper deals with solving the scientific problem of developing the theory and methodology of spectral analysis of the processes of generation, conversion, transmission, digital processing and presentation of information based on mathematical principles in various number systems.

Theoretical foundations of data structuring in the processes of generation, conversion, transmission, digital processing and presentation of information based on mathematical principles of different code systems make the study of spectral analysis in this area a promising task, as almost all fields of modern civilization are closely connected with the informatization of society and the corresponding structuring of information flows. The possibility of generalizing the theory and methodology of structuring multifunctional data and the transition from one spectrum to another provides a basis for effective analysis, evaluation and processing of information. Spectral analysis is applied to algorithmic solutions when performing measurements, generating data codes in different code systems, number systems and conducting specialized transformations over information flows.

The analysis of the existing experience of data structuring, methodology of structural organization of spectra and the creation of processors for computer systems using the Rademacher number system, which generates a binary number system, shows the tendency to increasing use of other number systems, including the unitary one, Haar, Chrestenson and Galois systems. The implementation of specialized, signal, switching and problem-oriented digital data processors is often carried out on the basis of the combined use of the above mentioned number systems.

In this regard, a problem of in-depth study of the theory and methods of spectral analysis and the characteristics of the code systems of "non-Rademacher" number systems and the limits of their use for the implementation of components of both specialized and universal processors arises.

Keywords: structuring, spectral analysis, multifunctional data.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Теоретичні основи структуризації даних у процесах формування, перетворення, передавання, цифрового опрацювання та представлення інформації на основі математичних засад різних кодових систем викреслюють дослідження спектрального аналізу в даній галузі перспективною задачею, оскільки практично всі напрямки розвитку сучасної цивілізації тісно пов'язані з інформатизацією суспільства та відповідною структуризацією інформаційних потоків [1, 2].

Можливість узагальнення теорії та методології структуризації поліфункціональних даних і переходу від одних спектрів до інших забезпечує основу для ефективного аналізу, оцінювання та опрацювання інформації, що є важливою науковою задачею.

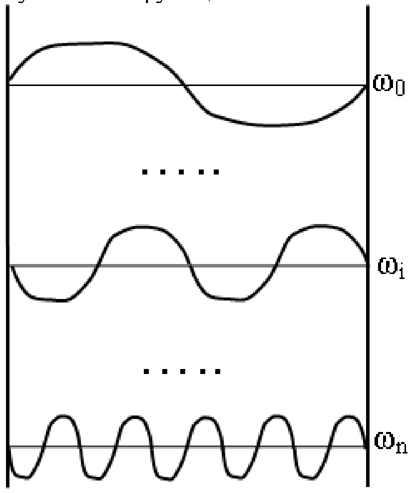
Спектральний аналіз стосується методів алгоритмічних рішень при виконанні вимірювань, формування кодів даних у різних кодових системах, системах числення та спеціалізованих перетворень над інформаційними потоками.

Формулювання цілей статті

Метою даної роботи є дослідження спектрів у теоретико-числових базисах: Фур'є, Унітарному, Радемахера, Крестенсона. Можливість структуризації інформації і переходу від одних спектрів до інших забезпечує основу для ефективного аналізу, оцінювання та опрацювання інформації.

Виклад основного матеріалу

1. Характеристика системи ортогональних функцій ТЧБ Фур'є. Теоретико-числовий базис (ТЧБ) Фур'є широко застосовується для опрацювання даних у часовій, комплексній та спектральній областях, в той же час даний базис на основі гармонічних функцій не породжує системи числення, що ускладнює рішення широкого класу задач на основі дискретної математики, тобто потребує розкладу ортогональних косинусоїдальних функцій у ряди Фур'є, Маклорена та Тейлора. Такі характеристики базису Фур'є (рис. 1) ускладнюють алгоритми рішення задач цифровими мікропроцесорними засобами [3]. Тому сучасні алгоритми цифрового опрацювання сигналів побудовані на математичній основі дискретних ступінчатих функцій.



$$x(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos(k\omega t)+b_k\sin(k\omega t)),$$

$\omega=2\pi/T$ - колова частота основної гармоніки з періодом T;

a_k і b_k - коефіцієнти ряду Фур'є:

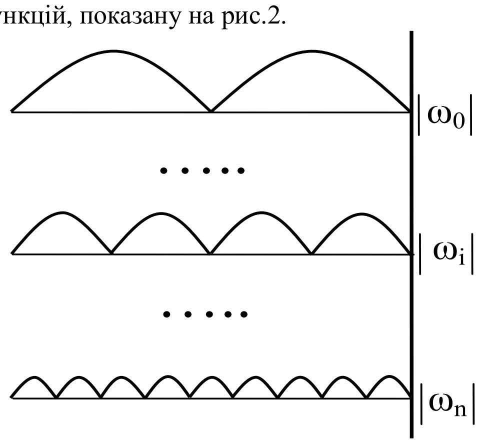
$$a_k=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(k\omega t)dt,(k=\overline{1,\infty});$$

$$b_k=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(k\omega t)dt,(k=\overline{1,\infty}).$$

$$\int_0^T x_i(t)\cdot x_j(t)=0$$

Рис. 1. Функції базису Фур'є

Представлення функцій базису Фур'є у модульному просторі дозволяє представити базисні функції не в діапазоні (± 1), а в діапазоні (0,1). В результаті отримують систему не ортогональних гармонічних функцій, показану на рис.2.



$$x(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos(k\omega t)+b_k\sin(k\omega t)),$$

$\omega=2\pi/T$ - колова частота основної гармоніки з періодом T;

a_k і b_k - коефіцієнти ряду Фур'є:

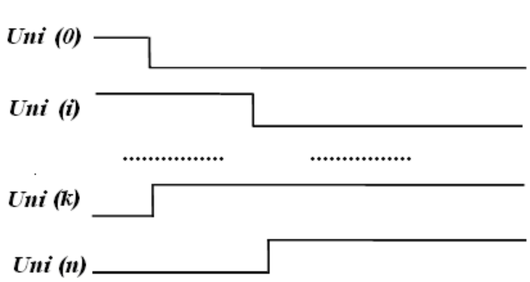
$$a_k=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(k\omega t)dt,(k=\overline{1,\infty});$$

$$b_k=\frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(k\omega t)dt,(k=\overline{1,\infty}).$$

Рис. 2. Система модульних гармонічних функцій базису Фур'є

Число-імпульсні коди широко застосовуються в цифровій вимірювальній техніці при побудові частотомірів, сенсорів з частотномодульованими вихідними імпульсними потоками, число-імпульсних спеціалізованих процесорів функціонального опрацювання інформаційних потоків та цифрових фільтрів. [3,4].

2. Характеристика системи ортогональних функцій унітарного ТЧБ. Для подання унітарних кодів використовуються унітарні функції (рис. 4) [3]



$$Uni(m,\theta,i)=sign(sin(2^m\pi(\theta+i\cdot 2^{-n})))$$

$$m=0,\ 1,\ \ldots,\ n+1$$

де $n=\log_2 N$; N – модуль цілочислових дискретних значень системи;

$\theta=t/T$; $(0\le\theta<1)$ – нормований параметр часу;

$T=2\pi$; t – потокове значення часу; $0\le t<2\pi$;

$i=0,1,\ldots,2^{n-m+1}-1$ – порядковий номер функції в наборі порядку m.

Рис. 4. Функції унітарного ТЧБ

Система з перших *N* унітарних функцій порядку *m* є лінійно незалежною, оскільки виконується достатня умова лінійної незалежності: ранг матриці *N* функцій дорівнює кількості функцій N. Наступні N функцій є лінійними комбінаціями *N* перших.

Унітарні функції не ортогональні, оскільки $\int_0^1 Uni(m,\theta,i)Uni(k,\theta,j)d\theta \neq 0$.

В той же час, шляхом диференціювання системи функцій унітарного ТЧБ забезпечує їх представлення у вигляді системи імпульсних ортогональних функцій.

Дана властивість системи унітарних функцій зумовлює некомпактне пакування кодових елементів системи, що приводить до значної надлишковості інформаційних потоків, які утворюють унітарну систему числення та унітарні коди.

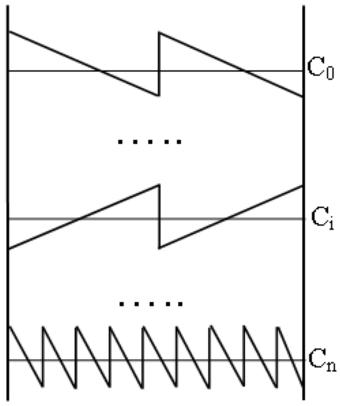
Породжуючу кодову матрицю унітарного коду розмірності *N*N* одержують при дискретизації з інтервалом $1/N$ за параметром часу перших *N=2n* із системи *2N* унітарних функцій та здійсненні бінарної заміни значень функцій 1 на 0, -1 на 1 в точках $\theta_S = s/2^n$, $s = 0,1,...,2^n - 1$, яка реалізується за допомогою операції $u_i = (1 - Uni(0,\theta_s, 2^n - 1 - i))/2$, де $u_0, u_1, ..., u_i, ..., u_{2^n - 1}$ - значення розрядів унітарного коду $\theta_s, i = 0,1,...,2^n - 1$.

Для прикладу, при *n=3* восьми функціям відповідають такі елементи кодової матриці:

$$
\begin{array}{lcllllllll}
Uni(0,\theta,0) & \to & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
Uni(0,\theta,1) & \to & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
Uni(0,\theta,2) & \to & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
Uni(0,\theta,3) & \to & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
Uni(0,\theta,4) & \to & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
Uni(0,\theta,5) & \to & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
Uni(0,\theta,6) & \to & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
Uni(0,\theta,7) & \to & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Наведені властивості системи унітарних функцій дозволяють визначити процедури міжбазисних перетворень. В ролі первинних при перетворенні форми інформації та при переході від *N*-розрядних унітарних до кодів з меншою розрядністю також використовуються розрядно-позиційні коди.

3. Характеристики ТЧБ Крестенсона. ТЧБ Крестенсона формується на основі системи пилоподібних ортогональних функцій (рис. 6) [3].



$$
N_k = \begin{cases} b_1 = resN_k(\mathrm{mod}\,P_1) \\ b_2 = resN_k(\mathrm{mod}\,P_2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_k = resN_k(\mathrm{mod}\,P_k) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_i = resN_k(\mathrm{mod}\,P_i) \end{cases}; \quad N_k = res\sum_{i=1}^{k} b_i \cdot B_i(\mathrm{mod}\,P);
$$

N_k - вектор коду даних у *k*-мірному просторі, $0 \le N \le P - 1$;
b_i - найменший невід'ємний залишок $N_k \,\mathrm{mod}\, P_i$, $0 \le b_i \le P_i - 1$; B_i - система ортогональних базисів СЗК

Рис. 6. Система пилоподібних ортогональних функцій ТЧБ Крестенсона

Система ортогональних базисів СЗК B_i, які задовольняють умови діагональної матриці:

$$\begin{array}{c|cccccc} & P_1 & P_2 & \ldots & P_i & \ldots & P_k \\ B_1 = & 1 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ B_2 = & 0 & 1 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ B_i = & 0 & 0 & \ldots & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ B_k = & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 1 \end{array} \text{, тобто } \begin{array}{l} B_1 = (1 \quad 0 \quad \ldots \quad 0 \quad \ldots \quad 0) \\ B_2 = (0 \quad 1 \quad \ldots \quad 0 \quad \ldots \quad 0) \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ B_i = (0 \quad 0 \quad \ldots \quad 1 \quad \ldots \quad 0) \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ B_k = (0 \quad 0 \quad \ldots \quad 0 \quad \ldots \quad 1) \end{array},$$

а значення B_i розраховуємо згідно рішення діофантового рівняння $B_i = \frac{P}{P_i} \cdot m_i \equiv 1 \bmod P_i$; $1 \le m_i \le P_i - 1$; $P = \prod_{i=1}^{k} P_i$, $i \in \overline{1,k}$.

ТЧБ Крестенсона формується на основі системи пилоподібних ортогональних функцій (рис. 6) [3].

Слід зауважити, що система ортогональних функцій базису Крестенсона відповідає системі фазових функцій ТЧБ Фур'є і породжує систему числення залишкових класів з набором взаємопростих модулів $P_1, P_2, \ldots P_i, \ldots P_k$, які відповідають взаємопростим періодам гармонічних функцій базису Фур'є.

Наприклад. Нехай $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, $P_3 = 5$, тоді система ортогональних функцій базису Крестенсона має вигляд (рис.7):

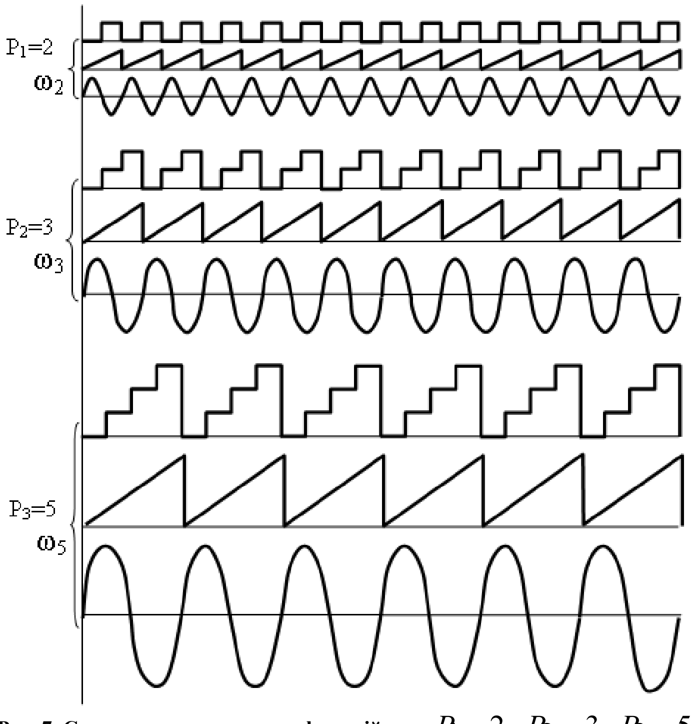
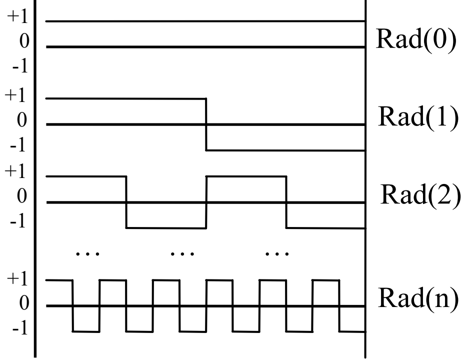


Рис. 7. Система ортогональних функцій при $P_1 = 2$, $P_2 = 3$, $P_3 = 5$

4. Характериситки ТЧБ Радемахера. Екстракція *sin*-складових за кожним із порядків n набору дискретно-фазових функцій утворює систему функцій Радемахера [3] (рис. 9).



$$Rad(n,\theta) = sign(\sin(2^n \pi \cdot \theta));$$

$$\int_0^1 Rad(n,\theta) Rad(k,\theta) d\theta = 0;$$

$$\int_0^1 Rad(n,\theta) Rad(n,\theta) d\theta = 1;$$

$$\int_0^1 Rad(n,\theta) Rad(1,\theta) Rad(2,\theta) d\theta = 0$$

Рис. 9. Ортогональні функції ТЧБ Радемахера

Система Радемахера є основою двійкової системи числення або двійкових кодів.

Відповідність між значеннями функцій у точках $\theta_s = s/2^n$, $s = 0,1,...,2^n - 1$ та їх поданням у двійковому коді $\theta_s = r_n r_{n-1}..r_0$ встановлюється співвідношенням: $r_k = (1 - Rad(n-k, \theta_s))/2$, де r_k - значення розрядів двійкового коду, $k = 0,1,...,n$

Система Радемахера володіє наступними властивостями.

1. Функції Радемахера ортонормовані на відрізку [0,1), оскільки

$$\int_0^1 Rad(n,\theta)Rad(k,\theta)d\theta = 0 \text{ та } \int_0^1 Rad(n,\theta)Rad(n,\theta)d\theta = 1.$$

2. Система функцій Радемахера утворює в просторі інтегрованих з квадратом функцій $L_2[0,1)$ неповну систему ортонормованих функцій, оскільки для довільного n не виконується означення повноти системи:

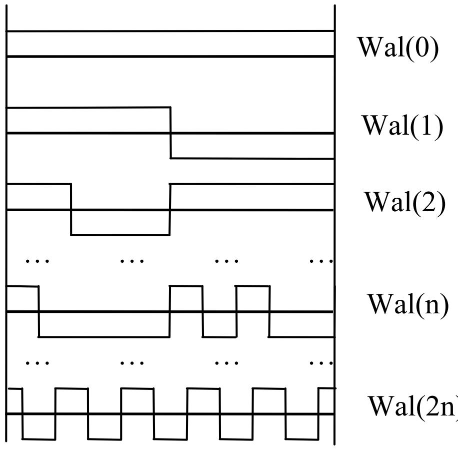
$$\int_0^1 Rad(n,\theta)Rad(1,\theta)Rad(2,\theta)d\theta = 0,$$

тобто існує функція $Rad(1,\theta)Rad(2,\theta)$, яка тотожно не дорівнює нулю на інтервалі $[0,1)$ та ортогональна до всіх функцій системи.

Неповнота системи Радемахера обмежує її застосування для подання інформаційних потоків на основі ортогональних перетворень [7]. Одночасно із широким застосуванням, творені за допомогою системи Радемахера двійкові коди, володіють недоліком, що полягає у неоднозначності формування відліків суміжних кодів при міжрозрядному позиціонуванні.

1.5 Характеристики ТЧБ Галуа. ТЧБ Галуа характеризується рекурентними властивостями і породжується системою ортогональних ступінчатих функцій базису Уолша, які можуть бути впорядковані по Пилі і по Качмажу (рис. 10).

Властивості системи Радемахера та відповідних кодів визначають процедуру переходу в базис Уолша $Wal(i,\theta)$, $i = 0,1,...,2^n - 1$, впорядкований за Уолшем, із системи Радемахера $Rad(n,\theta)$. Функції Уолша $Wal(i,\theta)$ визначаются як добуток функцій Радемахера [8]:

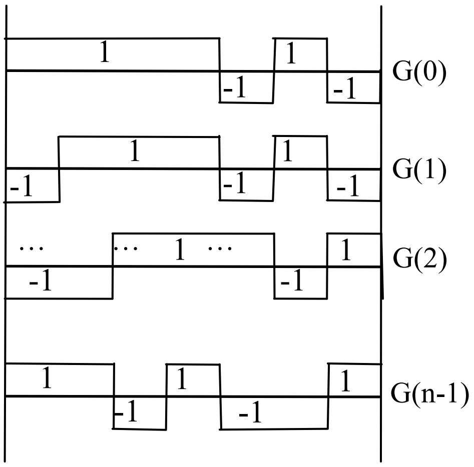


$$Wal(i,\theta) = Rad(1,\theta)^{b_0} \, Rad(2,\theta)^{b_i} \, ...Rad(n,\theta)^{b_{n-1}} = \prod_{k=0} (Rad(k+1,\theta))^{b_k}$$

де $i = b_{n-1} b_{n-2} .. b_1 b_0$ - подання порядкового номера функції $Wal(i,\theta)$

Рис. 10. Система функцій Уолша

Тобто в середовищі ортогональних функцій Уолша існують такі окремі функції, які характеризуються рекурентними властивостями і породжують систему квазіортогональних функцій Галуа, добуток яких на інтервалі (0, N) не перевищує ± 1 (рис. 11).



$$N_j = f(C_{j-n-1},...C_{j-1},C_j),$$

$$G = res \sum_{j=0}^{n=1} C_{j-1} \cdot A(\mathrm{mod}\,2)$$

Рис. 11. Система функцій Галуа

Кодова система ТЧБ Галуа широко застосовується при вирішенні задач шифрування інформації, передавання інформації з виявленням та виправленням помилок, стиснення інформації, побудови АЦП скануючого типу, побудови процесорів та асоціативної пам'яті з паралельним доступом на основі вертикальної інформаційної технології, створення сенсорів з біторієнтованими частотномодульованими потоками кодів поля Галуа.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Аналіз світового досвіду структуризації даних та створення процесорів для комп'ютерних систем з застосуванням ТЧБ Радемахера, який породжує двійкову систему числення, демонструє тенденцію все ширшого застосування інших ТЧБ, в тому числі: унітарного, Хаара, Крестенсона та Галуа. Реалізація спеціалізованих, сигнальних, комутаційних та проблемно-орієнтованих процесорів цифрової обробки даних часто виконується на базі сумісного використання комбінацій названих ТЧБ. Перспективним напрямком розвитку теорії та технологій побудови спеціалізованих програмно-апаратних комп'ютерних засобів на основі різних методів структуризації даних є реалізація супершвидкодіючих мультибазисних RCG-процесорів на основі базисів Радемахера, Крестенсона і Галуа. Відомі успішні спроби розвитку теорії та техніки побудови матричних процесорів на основі двовимірних базисів Радемахера та Галуа, а також конвеєрних спецпроцесорів у базисі Галуа.

У зв'язку з цим існує проблема глибокого дослідження теорії, методів структуризації та характеристик кодових систем «нерадемахівських» ТЧБ та граничних можливостей їх застосування для реалізації компонентів як спеціалізованих, так і універсальних процесорів. При цьому перспективним, крім найбільш сьогодні масового одновимірного (векторного) представлення чисел та виконання арифметико-логічних операцій у базисі Радемахера перспективним є застосування двовимірних систем числення, вертикальної інформаційної технології у базисі Галуа та різних форм багатовимірного представлення чисел у вигляді залишків різних форм системи залишкових класів базису Крестенсона.

Література

1. Carl Adam Petri. Nets, time and space. Theoretical computer science, 153(12):3-48, 1996.

2. Локазюк В.М. Інтелектуальне діагностування мікропроцесорних пристроїв та систем : навч. посіб. для вузів / В.М. Локазюк, О.В. Поморова, А.О. Домінов – Хмельницький : ТУП, 2001. – 286 с.

3. Зайцев Д.А. Інваріанти часових мереж Петрі / Д.А. Зайцев // Кибернетика и системный анализ. - 2004. - № 2. - С. 92-106.

4. Нікольський Ю.В. Дискретна математика : підручник / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. – Львів : "Магнолія 2006", 2007. – 608 с.

5. Natalia Vozna Theory and methods of development of data flow models in distributed CS / N. Vozna // Advanced computer system and network: design and application: Proceedings of the 4-th international conference ACSN-2009. - Lviv, 2009. - P. 304-307.

6. Возна Н.Я. Теорія та методи побудови моделей руху даних у розподілених КС / Н.Я. Возна // Вісник НУЛП "Комп'ютерні системи та мережі", 2010. - №688. – С. 60-64.

7. Бойченко О.В. Швидкодіючі багатододанкові суматори комбінаціного типу / О.В. Бойченко, Я.І. Торошанко // Міжвузівський збірник "Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво", 2011. – № 3. – С. 20-24.

8. Карцев М.А. Арифметика цифровых машин / М.А.Карцев – М. : Наука, 1969. – 576 с.

9. Майоров С.А. Принципы организации цифровых машин / С.А. Майоров, Г.И. Новиков. – Л. : Машиностроение, 1974. – 432 с.

10. Черкаський М.В. Аналіз складності пристроїв помноження / М.В. Черкаський, Мурад Хусейн Халіл // Вісник НУЛП "Комп'ютерні системи проектування. Теорія і практика". – Львів : Національний

університет “Львівська політехніка”, 2005. – № 548. – С. 15-21.

11. Мельник Р.А. Алгоритми та методи опрацювання зображень : навч. посібник / Р.А. Мельник. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2017. – 220 с.

12. James Martin. Design and strategy for distributed data processing / J. Martin – NJ: Prentice Hall PTR Upper Saddle River, 1990. – 672 p.

13. Пітух І. Принципи побудови комп’ютерних мереж з глибоким розпаралелюванням інформаційних потоків на основі матричних моделей руху даних / І. Пітух, Я. Николайчук, Н. Возна // Вісник НУЛП "Радіоелектроніка та телекомунікації". – Львів, 2004. - № 508. - С. 263-268.

14. Глухов В.С. Оцінка структурної складності багатосекційних помножувачів елементів полів Галуа / В.С. Глухов, Г.М. Тріщ // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Компютерні системи та мережі". – Львів, 2014. – Вип. 806. – С.27-33.

15. Возна Н.Я. Основи теорії структуризації поліфункціональних елементів складних систем / Н.Я. Возна // Вісник Хмельницького національного університету. - Хмельницький, 2015. – № 2 (223). - С. 204-208.

16. Возна Н.Я. Формалізація моделей руху даних розподілених комп’ютерних систем та оцінювання їх структурної складності // Вісник Тернопільського національного технічного університету ім. І. Пулюя, 2011. - № 1. Т.16. – С. 167-179.

17. Николайчук Я.М. Теорія джерел інформації / Я.М. Николайчук. – Тернопіль : ТзОВ "Терно-граф", 2010. – 536 с.

18. Шило В.Л. Популярные цифрове микросхемы : справочник. – 2-е изд., исправленное / В.Л. Шило. – 2-е изд., исправленное. – М. : Радио и связь, 1989. – 352 с.

19. Пат. 115861 Україна МПК (2006) G06F 7/00 Однорозрядний напівсуматор / Давлетова А.Я., Николайчук Я.М. – № u201612463 ; заявл.07.12.2016; опубл.25.04.2017, Бюл. № 8/2017.

20. Пат. 132520 Україна МПК G06F 7/52 (2006.01) Матричний перемножувач / Давлетова А.Я., Грига В.М., Николайчук Я.М. – № u20181030; заявл. 17.10.2018014; опубл.25.02.2019, Бюл. № 4/2019.

21. Пат. 124563 Україна МПК G06F 7/00 (2018.01) Повний однорозрядний суматор / Николайчук Я.М., Грига В.М., Возна Н.Я., Давлетова А.Я. – № u 2017 11720 ; заявл. 30.11.2017; опубл.10.04.2018, Бюл. №7/2018.

22. Пат. 132145 Україна МПК G06F 7/00 (2018.01) G06F 7/40 (2006.01) Різницево-модульний квадратор / Сидор А.І., Николайчук Я.М., Возна Н.Я. – № u 2018 09550 ; заявл. 24.09.2018; опубл. 11.02.2019, Бюл. №3/2019.

References

1. Carl Adam Petri. Nets, time and space. Theoretical computer science, 153(12):3-48, 1996.

2. Lokazyuk V.M. Intelektualne diagnostuvannya mikroprocesornykh pristroiv ta system: Navch.posibnyk dlya vuziv / V.M. Lokazyuk, O.V. Pomorova, A.O. Dominov – Khmelnytckiy: TUP, 2001. – 286 s.

3. Zaycev D.A. Invarianty chasovich meresh Petri / D.A. Zaycev // Kybernetica i systemniy analiz. - 2004. - № 2. - S.92-106.

4. Nikolskiy U.V. Diskretna matematika: Pidruchnyk / U.V. Nikolskiy, V.V. Pasichnyk, U.M. Scherbina. – Lviv: "Magnolia 2006", 2007. – 608 s.

5. Natalia Vozna Theory and methods of development of data flow models in distributed CS / N. Vozna // Advanced computer system and network: design and application: Proceedings of the 4-th international conference ACSN-2009. - Lviv, 2009. - P.304-307.

6. Vozna N.Ya. Teoriya ta metody pobudovy modeley rukhu danykh u rozpodilenikh KS // Visnyk NULP "Komputerni systemy ta merezhi", 2010. - №688. – S.60-64.

7. Boichenko O.V. Shvidkodiuchi bagatododankovi sumatory kombinaciynogo tipu / O.V.Boichenko, Ya.I. Toroshanko // Mizhvuzivskyi zbirnyk "Komputerno-integrovani tekhnologii: osvita, nauka, virobnytstvo", 2011 - №3. – S.20-24.

8. Karcev M.A. Arifmetika cifrovikh mashin / M.A. Karcev – M.: Nauka, 1969 – 576 s.

9. Mayorov S.A. Principi organizacii cifrovikh mashin / S.A. Mayorov, G.I. Nivikov - . L.: Mashinostroenie, 1974. – 432 s.

10. Cherkaskiy M.V. Analiz skladnosti pristroiv pomnozhenna / M.V. Cherkaskiy, Murad Khusein Khalil // Visnyk NULP "Komputerni systemy proektuvanna. Teoriya i praktica" – Lviv, 2005. - №548. – S.15-21.

11. Melnyk R.A. Algoritmy ta metody opracuvanna zobrazhen: Navch. pocibn, / R.A.Melnyk. – Lviv: Vydavnyctvo Lvivskoi politekhniky, 2017. – 220 s.

12. James Martin. Design and strategy for distributed data processing / J. Martin – NJ: Prentice Hall PTR Upper Saddle River, 1990 – 672 p.

13. Pitukh I. Principi pobudovy komputernikh merezh z glibokim rozparalelennyam informaciynikh potokiv na osnovi matrichnykh modeley ruhu danykh / I. Pitukh, Ya. Nykolaichuk, N. Vozna // Visnyk NULP "Radioelektronika ta telekomunikacii". – Lviv, 2004. - №508. - S. 263-268.

14. Glukhov V.S. Ocinka strukturnoi skladnosti bagatosekciynikh pomnozhuvachiv elementiv poliv Galua / V.S. Glukhov, G.M.Trisch // Visnyk NULP " Komputerni systemy ta merezhi ". – Lviv, 2014. – Vyp.806. – S.27-33.

15. Vozna N.Ya. Osnovy teorii strukturizacii polifunkcionalnykh elementiv skladnykh system // Herald of Khmelnytskyi National University. Technical sciences. - Khmelnytckyi, 2015.- №2 (223). - S.204-208.

16. Vozna N.Ya. Formalizaciya modeley rukhu danykh rozpodilenykh komputernykh system ta ocinyuvannya ikh strukturnoi skladnosty // Visnyk Ternopilskogo nacionalnogo tekhnichnogo universytetu im.I.Pulyuya, 2011. - №1. T.16. – S.167-179.

17. Nykolaichuk Ya.M. Teoriya dzherel informacii / Ya.M. Nykolaichuk – Ternopil: TzOV "Terno-graf", 2010. – 536 s.

18. Shilo V.L. Populyarnie tcifrovie mikroskhemi: Spravochnik - 2-e izd. / V.L.Shilo - M: Radio i svyaz, 1989. – 352 s.

19. Pat.115861 Ukraina Odnorozryadniy napivsumator, Bul. №8/2017.

20. Pat. 132520 Ukraina Matrichiy peremnozhuvach, Bul. №4/2019.

21. Pat. 124563 Ukraina Povniy odnorozryadniy sumator, Bul. №7/2018.

22. Pat.132145 Ukraina Riznicevo-modulniy kvadrator, Bul. №3/2019.

Рецензія/Peer review : 08.01.2022 р. Надрукована/Printed : 27.02.2022 р.