

СТЕПЧИН Я. А.

<https://orcid.org/0000-0001-8912-8446>e-mail: tmkts_syaa@ztu.edu.ua

ОТАМАНСЬКИЙ В. В.

<https://orcid.org/0000-0002-5654-9049>e-mail: mvs_ovv@ztu.edu.ua

МАЛИШЕВ І. П.

e-mail: yukiterugun@gmail.com

Державний університет «Житомирська політехніка»

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВИСОКОШВИДКІСНИХ ШПИНДЕЛЬНИХ ВУЗЛАХ МЕТАЛОРІЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ З ВРАХУВАННЯМ РІЗНИХ ВИДІВ НЕЛІНІЙНОСТІ

Продуктивність та точність обробки деталей машин часто залежить від динамічних процесів, що виникають під час роботи верстата та здійснення процесу різання. Зростання вимог до інтенсифікації процесів обробки та якості виготовлення деталей машин призводить до необхідності оцінки та врахування усіх можливостей технологічної оброблювальної системи (ТОС) для забезпечення усталеності процесу обробки різання та підвищення її швидкодії. Однією з особливостей виникнення та існування автоколивальних процесів, найменш вивченими та небезпечними за впливом на усталеність ТОС, є нелінійність параметрів пружної системи верстата та процесів, що відбуваються при різанні. Тому для оцінки умов здійснення різання з усталеною обмеженою амплітудою коливань необхідний аналіз та врахування основних нелінійностей динаміки ТОС.

У статті виконано розгляд динамічних процесів у високошвидкісних обробних системах на прикладі високоточних шпиндельних вузлів, з аналізом і подальшим врахуванням різних видів їх не лінійності.

Для випадку високошвидкісної обробки шпиндельний вузол верстата наближається за умовами своєї роботи до схеми роботи роторної системи, в якій автоколивання можуть обумовлюватися дією неконсервативних сил циркуляційного типу, не пов'язаними з зовнішніми періодичними навантаженнями або будь-якими резонансними співвідношеннями: силами внутрішнього тертя, аеродинамічними та гідродинамічними силами в підшипниках ковзання та ущільненнях, електродинамічними та електромагнітними силами у електричних складових моторшпинделів.

Показано, що у випадку коли нелінійність пов'язана тільки з силами внутрішнього та зовнішнього тертя і коефіцієнти сил тертя не залежать від частоти, амплітуда і частота автоколивань (на відміну від лінійної системи) буде залежати тільки від співвідношення сил тертя.

Ключові слова: ТОС; автоколивальний процес; циркуляційні сили; високошвидкісний шпиндельний вузол; нелінійні сили тертя.

YAROSLAV STEPCHYN, VALENTYN OTAMANSKYI, ILLIA MALYSHEV
Zhytomyr Polytechnic State University

DYNAMIC PROCESSES ANALYSIS IN HIGH-SPEED SPINDLE ASSEMBLIES OF MACHINES TOOL WITH ACCOUNT DIFFERENT TYPES NONLINEARITY

The productivity and accuracy machine parts often depend on the dynamic processes during machine and cutting operation. The increase requirements for machining operation and quality machine parts leads to the need to evaluate and take into account all the capabilities of the technological processing system (TS) to ensure the stability of the cutting process and increase speed. One of the features emergence and existence of self-oscillating processes, the least studied and dangerous in terms of the effect on sustainability TS is the nonlinearity parameters elastic system of the machine tool and the processes occurring during cutting operation. Therefore, to assess the conditions for implementation of the cutting process with a steady limited amplitude of oscillations, it is necessary to analyze and take into account the main nonlinearities dynamics of the TS.

The article considers dynamic processes in high-speed processing systems on the example of high-precision spindle assemblies, with analysis and following review of their different types nonlinearity.

The machine tool spindle unit for the case of high-speed processing according to the working conditions approaches the scheme of the rotor system which self-oscillations can be caused by the action of non-conservative circulation-type forces that are not associated with external periodic loads or any resonant relationships: internal friction forces, hydrodynamic forces in sliding bearings and seals, electrodynamic and electromagnetic forces in the electrical components of motor-spindles.

It is shown that if the nonlinearity is associated only with internal external friction and coefficients of friction forces do not depend on frequency, the amplitude and frequency of self-oscillations (unlike linear system) will depend only on relationship of friction forces.

Keywords: TS; self-oscillating process; circulating forces; high-speed spindle assembly; nonlinear friction forces.

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Точність обробки деталей машин та, часто, її продуктивність залежить від значної групи факторів, велике значення з яких мають динамічні процеси, що виникають під час роботи верстата та здійснення процесу різання. Зростання вимог до інтенсифікації процесів обробки та якості оброблених поверхонь деталей машин призводить до необхідності оцінки та врахування усіх можливостей ТОС для забезпечення усталеності процесу обробки різання та підвищення її швидкодії.

З усіх видів коливань, що виникають у ТОС [1-3, 9] і впливають на кількісні та якісні параметри процесів обробки різанням, найменш вивченими, з точки зору визначення причин їх виникнення та суттєво небезпечними за впливом на усталеність ТОС є автоколивання.

При розгляді динаміки ТОС, для спрощення математичного опису процесів, найчастіше використовують лінійні моделі з однією або декількома ступенями вільності. Проте однією з особливостей виникнення та існування автоколивальних процесів є саме нелінійність параметрів пружної системи верстата та процесів, що відбуваються при різанні [1, 2, 4]. Відповідно, лінійні диференціальні рівняння опису поведінки обробної системи [1, 3, 10, 11] не можуть бути основою для визначення умов виникнення та рівнів існування автоколивальних процесів у ТОС. Для оцінки умов здійснення різання з усталеною обмеженою амплітудою коливань (усіх видів), при якому забезпечується встановлена якість та максимально можлива продуктивність обробки необхідний аналіз та врахування основних нелінійностей динаміки ТОС.

Використання процесів високошвидкісної обробки для підвищення продуктивності процесів виготовлення деталей машин вимагає суттєвих змін у конструкції найбільш відповідальних вузлів металорізальних верстатів та точної оцінки динамічної стабільності роботи ТОС в умовах комплексного впливу цілої низки зовнішніх та внутрішніх чинників.

Таким чином, питання аналізу динамічних процесів у високошвидкісних обробних системах загалом і окремих її елементах – високоточних шпиндельних вузлах, зокрема, з оцінкою і подальшим врахуванням різних видів їх нелінійності є важливою науковою проблемою і потребує докладного опрацювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі нелінійності ТОС, що виникають під час обробки, пов'язані з особливостями самого процесу різання [3, 6, 11]:

Нелінійність характеристики процесу різання, яка викликається, зокрема при точінні, контактними процесами на задній поверхні різця внаслідок його коливань відносно заготовки. При цьому відбувається збільшення складових сил різання в залежності від величини геометричного заднього кута заточки інструмента.

1. Нелінійність характеристики сили різання, а саме залежності сили різання від швидкості (коливальна система має тільки один ступінь вільності).

2. Нелінійність, пов'язана з координатним зв'язком двох узагальнених координат коливальної системи.

3. Нелінійність, що обумовлена впливом на процес обробки хвилястості оброблюваної поверхні.

Також у [3] розглянуто умови виникнення допустимих автоколивань для нелінійної системи, що має два ступені вільності у нормальному і дотичному напрямках до поверхні різання.

Але менш дослідженим, з точки зору впливу на загальну усталеність процесу обробки, є власна нелінійність пружної системи верстата. Звичайно при моделюванні верстатів та процесів обробки вона не враховується [6, 7, 10, 14] для спрощення структури моделі та отримання більш однозначних висновків.

Окремі елементи врахування нелінійності опор валів (шпинделів, швидкісних роторів) розглянуто у [3, 6], більш ґрунтовно нелінійність властивостей механічних систем змодельована та досліджена для випадку розрахунку віброізоляції верстатів та гасителів вібрацій різного типу.

Також є наукові роботи, що розглядають нелінійності механічних систем, особливості їх моделювання та дослідження безвідносно до умов та режиму роботи [5, 8].

Проте важливим є визначення складової впливу нелінійності окремих конструкцій типових елементів вузлів верстатів на загальний відгук ТОС з врахуванням граничних умов процесу обробки.

Формулювання цілей статті

Виконати аналіз динамічних процесів у шпиндельних вузлах високошвидкісних верстатів, з оцінкою різних видів її нелінійності та її впливу на загальний відгук ТОС в умовах обробки, близьких до межі усталеності обробної системи.

Виклад основного матеріалу

При розгляді умов виникнення та підтримки автоколивань у ТОС під час обробки основним фактором впливу вважається дестабілізуючий вплив процесу різання або зовнішні періодичні навантаження, пов'язані з особливостями його здійснення [3, 6, 11]. Проте, для випадку високошвидкісної обробки шпиндельний вузол верстата наближається за умовами своєї роботи до схеми роботи роторної системи [6]. В цьому випадку автоколивання можуть обумовлюватися дією неконсервативних сил циркуляційного типу, не пов'язаними з зовнішніми періодичними навантаженнями або будь-якими резонансними співвідношеннями. До цього типу сил у шпиндельному вузлі високошвидкісного верстата можна віднести сили внутрішнього тертя, аеродинамічні та гідродинамічні сили в підшипниках ковзання та ущільненнях, електродинамічні та електромагнітні сили у електричних складових моторшпинделів.

Основною умовою виникнення циркуляційних сил є несиметричність матриці коефіцієнтів жорсткості, коли будь-яка складова неідеальної конструкції шпиндельного вузла – шпонкові або шліцьові пази, елементи підшипників кочення, конструкції вузла, несучільних по куту повороту складових

електричних машин – призводить до виникнення вектора зміщення. Вектор циркуляційних сил завжди розташований перпендикулярно до вектора зміщення, тому його дослідження можна виконати тільки в системах з двома і більше ступенями вільності [6]. Проте у класичних випадках розгляду поперечних коливань шпинделів верстатів і дослідженні автоколивальних процесів під час різання шпиндель зазвичай приводився до системи з одним ступенем вільності [2, 3, 7, 10], що виключало можливість їх врахування.

Щоб визначити вплив циркуляційних сил на усталеність і коливання шпинделя високошвидкісного верстата необхідно розглянути кілька варіантів їх виникнення.

1.1. Виникнення циркуляційних сил за рахунок сил внутрішнього тертя, як сил опору, що виникають в елементах системи, обумовлених неідеальною пружністю матеріалу або тертям між окремими деталями по контактуючим поверхням. Рівняння руху в нерухомих координатах з членами, що враховують вплив в'язкого внутрішнього та зовнішнього тертя, ваги масивного валу шпинделя та його неврівноваженості (або зовнішньої поперечної сили, що відтворює силу різання) матиме вигляд (в позначеннях, використаних у [6]):

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{u}_y + K_e\dot{u}_y + K_i(\dot{u}_y + \omega u_z) + cu_y &= me_\Sigma \omega^2 \cos\omega t \\ m\ddot{u}_z + K_e\dot{u}_z + K_i(\dot{u}_z - \omega u_y) + cu_z &= me_\Sigma \omega^2 \sin\omega t - Mg \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де \ddot{u}, \dot{u}, u – прискорення, швидкість та переміщення за кожною з осей координат відповідно, c – коефіцієнт жорсткості системи, K_i, K_e – коефіцієнти пропорційності, що враховують сили в'язкого внутрішнього та зовнішнього тертя відповідно, ω – частота обертання шпинделя, m – його маса, e_Σ – величина неврівноваженості (загальний ексцентриситет).

Ці формально не пов'язані рівняння описують два поступальні (поперечні) рухи коливальної системи – масивного жорсткого шпиндельного валу на пружних опорах з демпфуванням.

З аналізу системи (1) випливає, що сили внутрішнього тертя призводять до виникнення як сил демпфування так і циркуляційних сил. Крім того сили внутрішнього тертя не впливають на вимушені коливання від неврівноваженості, тому що при таких коливаннях разом з валом обертається його незмінна з часом вісь.

З аналізу однорідної частини системи рівнянь (1) можна отримати умову усталеності такої коливальної системи, якщо вважати, що коефіцієнти K_e та K_i не залежать від частоти коливань (коефіцієнти відносного розсіювання енергії ψ_e та ψ_i пропорційні частотам):

$$\omega < \omega_{ep.y} = \omega_0 \left(1 + \frac{K_e}{K_i} \right); \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad (2)$$

де $\omega_{ep.y}, \omega_0$ – кутова швидкість втрати усталеності та власна частота системи відповідно.

З рівняння (2) слідує, що втрата усталеності у розглянутій системі може відбутися тільки при швидкості обертання валу, що перевищує його власну частоту, а сили зовнішнього тертя обумовлюють зсув границі усталеності у бік вищих швидкостей. На межі усталеності частота виникаючих автоколивань співпадає з власною частотою ротора ω_0 , що характерно для автоколивань.

Більш загальну умову усталеності для ізотропної системи можна отримати для випадку довільної частотної залежності $\psi_e(\omega_0)$ та $\psi_i(\omega - \omega_0)$, якщо використати заміну:

$$K_e = \psi_e \frac{c}{2\pi\omega_0}; K_i = \psi_i \frac{c}{2\pi(\omega - \omega_0)}, \quad (3)$$

Тоді:

$$\psi_e(\omega_0) - \psi_i(\omega - \omega_0) > 0, \quad (4)$$

2.2. Виникнення циркуляційних сил в магнітному полі може бути представлено на прикладі ротора з електрообмоткою. У випадку центрального розташування ротора виникаюча сила Ампера у рухомій обмотці ротора викликає момент, що вносить доданок до загального моменту. Якщо ротор зміщено від центрального положення, крім загального моменту виникне результуюча сила, направлена перпендикулярно площині витка в бік відносного обертання поля. У випадку малих зміщень для усього ротора залежність для проєкцій сили матиме вигляд:

$$P_y = -bu_z; P_z = bu_y, \quad (5)$$

де b – коефіцієнт, що залежить від різниці кутових швидкостей $(\omega - \omega_m)$.

Формула (5) відповідає також силам, що виникають при дотиканні ротора та статора та присутності сил різання. Останній випадок більш докладно було розглянуто у роботах [3, 6, 11].

3. Вплив гіроскопічного ефекту на виникнення циркуляційних сил визначається, з рівнянь руху для випадку розгляду врівноваженого ізотропного ротора, що виконує тільки кутові переміщення (з врахуванням внутрішнього тертя):

$$\left. \begin{aligned} I\ddot{\varphi}_y + (K_i^\varphi + K_e^\varphi)\dot{\varphi}_y + I_0\omega\dot{\varphi}_z + \omega K_i^\varphi\varphi_z + c'\varphi_y &= 0 \\ I\ddot{\varphi}_z + (K_i^\varphi + K_e^\varphi)\dot{\varphi}_z - I_0\omega\dot{\varphi}_y - \omega K_i^\varphi\varphi_e + c'\varphi_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де K_i^φ та K_e^φ – коефіцієнти демпфування при кутових переміщеннях (не навколо осі обертання валу).

Тоді умова усталеності системи та частота автоколивань ω_a на межі усталеності визначатимуться за формулами:

$$\omega < \omega_{zp.y} = \omega_a \left(1 + \frac{K_e^\varphi}{K_i^\varphi} \right); \quad \omega_a = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \left(1 + \frac{K_e^\varphi}{K_i^\varphi}\right) \frac{I_0}{I}}}; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c'}{I}}. \quad (7)$$

З рівнянь (7) слідує, що гіроскопічний ефект підвищує усталеність системи, проте критична частота виникнення автоколивань ω_a вже не є постійною величиною, як в (2), а залежить від співвідношення між силами тертя.

Якщо врахувати умову, що в реальних системах сили зовнішнього тертя прикладені в опорах, то залежно від жорсткості опор і величини в'язкого тертя зростання опору в опорах збільшує усталеність до певного оптимального для системи рівня демпфування.

Розглянемо більш докладно виникнення автоколивального процесу у високошвидкісному шпіндельному вузлі для наведених в п.1 умов, коли нелінійність пов'язана тільки з силами внутрішнього та зовнішнього тертя і коефіцієнти сил тертя не залежать від частоти. В цьому випадку амплітуда і частота автоколивань (на відміну від лінійної системи) буде залежати від співвідношення сил зовнішнього та внутрішнього тертя. Для аналізу амплітудних залежностей можна скористатися даними, наведеними у [6], які отримані для випадку нелінійної залежності сил зовнішнього та внутрішнього тертя від парних степенів радіуса переміщень центру ваги валу. Можливі два варіанти найбільш ймовірних випадків результуючих залежностей, проілюстрованих на рис. 1:

1.1. Нелінійні складові сил зовнішнього тертя при всіх амплітудах більше складових внутрішнього тертя: $K_e > K_i$ (рис. 1, а).

2.2. Внутрішнє тертя при “малих” амплітудах більше зовнішнього: $K_i > K_e$, а при “великих” амплітудах – зовнішнє тертя більше внутрішнього: $K_i < K_e$ (рис. 1, б).

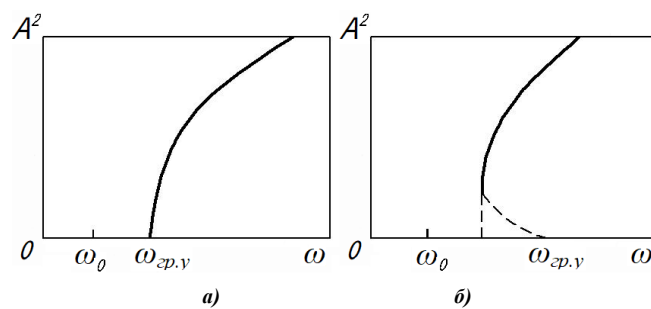


Рис. 1. Амплітудні залежності меж усталеності системи від поточної частоти обертання валу

Найбільш вигідним для уникнення тривалих наростаючих автоколивань є варіант 1 (рис. 1, а), коли при зростанні амплітуди коливань збільшується $\omega_{zp.y}$. Тобто при втраті усталеності і збільшенні амплітуди коливань, межа усталеності зміщується в область високих частот і автоколивання припиняються (або знижуються до певного, “допустимого” рівня).

Проте більш характерним для високошвидкісних точних шпіндельних вузлів є варіант 2 (рис. 1, б), коли в нормальних умовах роботи зовнішнє тертя невелике, а при зростанні амплітуди коливань можуть виникати перекося вала або елементів опор, що призводить до загального погіршення умов роботи та суттєвого зростання зовнішнього тертя. В цьому випадку гілка амплітудної кривої, показана штриховою лінією буде нестійкою і в даній системі можливе жорстке збурення автоколивань з швидким зростанням їх амплітуди.

Розглянутий випадок (рис. 1, б) загалом відповідає пелюстковій діаграмі усталеності, побудованій за умови врахування характеристики різання та лінійної моделі пружної системи верстата [12]. Особливо, якщо взяти до уваги додаткові уточнення, наведені у [13], які стосуються висновків щодо представлення нелінійної жорсткості системи у вигляді поліномів третього ступеню: за наявності нелінійності пелюсткові зони стійкості значно звужуються в залежності від жорсткості реальної обробної системи.

Також важливим для оцінки умов виникнення автоколивань у високошвидкісних шпиндельних вузлах є випадок, коли коефіцієнти сил тертя залежать від частоти. Рис. 2, а відтворює умови найбільш поширеного варіанту існування автоколивань у реальних верстатних системах, коли вони виникають на власній частоті системи та зберігаються на певному рівні. Наведена амплітудна залежність (1) відповідає умовам, коли нелінійними є тільки сили зовнішнього тертя, а від частоти залежить коефіцієнт лінійного внутрішнього тертя (відносний коефіцієнт дисипації $\psi = const$).

Крива 2 побудована з врахуванням додаткової умови неавтономності системи: впливу зовнішніх сил неврівноваженості, роль яких для шпиндельного вузла може відтворювати сила різання. Рис. 2, б ілюструє більш простий випадок амплітудних кривих меж усталеності, коли коефіцієнти сил тертя не залежать від частоти, але нелінійність у силах зовнішнього тертя присутня. Пряма 1 відповідає автономній системі без нелінійностей, 2 – враховує нелінійність сил зовнішнього тертя, 3 – нелінійність зовнішнього тертя та незалежність внутрішнього тертя від частоти та неврівноваженість системи.

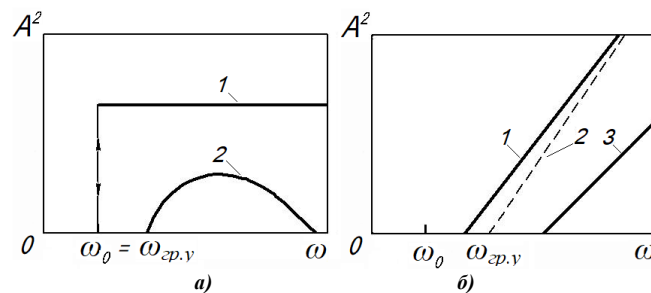


Рис. 2. Амплітудні залежності границі усталеності для випадку залежності коефіцієнтів сил тертя від частоти

З аналізу рівнянь (1), (2), (6), (7) і рис. 1 та 2 можна зробити загальний висновок: при наявності різних видів нелінійності (характерних для шпиндельних вузлів металорізальних верстатів) динамічних систем зовнішні навантаження в більшості випадків підвищують усталеність та знижують загальний рівень амплітуди автоколивань.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

1. Для випадку високошвидкісної обробки автоколивання у ТОС на основі металорізального верстата з обертальним головним рухом можуть обумовлюватися дією неконсервативних сил циркуляційного типу: силами внутрішнього тертя, аеродинамічними та гідродинамічними силами в підшипниках ковзання та ущільненнях, електродинамічними та електромагнітними силами у електричних складових моторшпинделів.

2. Характерним для високошвидкісних точних шпиндельних вузлів є варіант, коли в нормальних умовах роботи вузла зовнішнє тертя невелике, а при зростанні амплітуди коливань виникають перекоси вала або елементів опор і відбувається загальне погіршення умов роботи та суттєве зростання зовнішнього тертя. В цьому випадку в системі можливе жорстке збурення автоколивань з швидким зростанням їх амплітуди.

3. Гіроскопічний ефект підвищує усталеність системи, проте критична частота виникнення автоколивань не є постійною величиною, а залежить від співвідношення між силами тертя.

4. Зростання опору в опорах збільшує усталеність до певного оптимального для системи рівня демпфування.

5. При врахуванні різних видів нелінійності динамічних систем характерних для шпиндельних вузлів металорізальних верстатів зовнішні навантаження в більшості випадків підвищують усталеність та знижують загальний рівень амплітуди автоколивань.

Література

1. Подураев В.Н. Резание труднообрабатываемых материалов : учеб. пособие для вузов. М. : “Висшая школа”, 1974. 587 с.
2. Жарков И.Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом. Л. : Машиностроение, 1986. 184 с.
3. Орликов М.Л. Динамика станков. К. : Вища школа, 1989. 272 с.
4. Свинин В.М. Управление регенеративными автоколебаниями при фрезеровании на основе модуляции скорости резания. Автореферат дисертации на соискание научной степени доктора технических наук. Иркутск. ИГТУ. 2008. 26 с.

5. Пукач П. Я. Методи аналізу динамічних процесів у нелінійних неавтономних механічних системах різної структури. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 05.02.09 – динаміка та міцність машин. Національний університет «Львівська політехніка», Львів, 2014. 40 с.
6. Вибрации в технике: Справочник в 6 т. Том 3. Колебания машин, конструкций и их элементов. Под ред. Ф.М. Диментберга и К.С. Колесникова. Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение, 1980. – 544 с.
7. Струтинский В.Б., Мельничук П.П. Математичне моделювання металорізальних верстатів: Монографія. Житомир: ЖІТІ, 2002. 570 с.
8. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). М. : Машиностроение, 1979 – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем. Под ред. И. И. Блехмана. 1979. 351 с.
9. Мельничук П.П. Наукові основи чистового торцевого фрезерування плоских поверхонь. Автореферат на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук. Київ. НТУУ “КПІ”. 2002. 26 с.
10. Струтинский В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник. В.Б. Струтинский – Житомир: ЖІТІ, 2001. 612 с.
11. Кудинов В.А. Автокколебания на низких и высоких частотах (устойчивость движений) при резании. Станки и инструмент. 1997. № 2. С 16–22.
12. Merritt H. E. Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter. ASME J. Eng. Indus., 1965, Vol. 87, pp. 447-454.
13. Hanna N.H, Tobias S.A. A Theory of Nonlinear Regenerative Chatter. Trans, of ASME, 1974, Vol. 96, pp. 247-255.
14. Vyhovskiy H., Plysak M., Balytska N., Melnyk O., Hlembotska L. Engineering Methodology for Determining Elastic Displacements of the Joint «Spindle Assembly-Face Milling Cutter» While Machining Planes. In: Tonkonogyi V. et al. (eds) Advanced Manufacturing Processes II. InterPartner 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2021. P. 258–268. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-68014-5_26

References

1. Poduraev V.N. Rezanie trudnoobrabatyvaemykh materialov: Ucheb. posobie dlya vuzov. – М.: “Visshaya shkola”, 1974. – 587 s.
2. Zharkov I.G. Vibracii pri obrabotke lezviynym instrumentom / I.G. Zharkov – L.: Mashinostroenie, 1986. – 184 s.
3. Orlikov M.L. Dinamika stankov / M.L. Orlikov. – К.: “Visha shkola”, 1989. – 272 s.
4. Svinin V.M. Upravlenie regenerativnymi avtokolebaniyami pri frezerovanii na osnove modulyacii skorosti rezaniya. Avtoreferat disertacii na soiskanie nauchnoj stepeni doktora tehniceskikh nauk. – Irkutsk. IG TU. 2008. – 26 s.
5. Pukach P. Ya. Metody analizu dynamichnykh protsesiv u nelineinykh neavtonomnykh mekhanichnykh systemakh riznoi struktury. – Avtoreferat dysertatsii na zdobuttia naukovoho stupenia doktora tekhnichnykh nauk za spetsialnistiu 05.02.09 – dynamika ta mitsnist mashyn. – Natsionalnyi universytet «Lvivska politekhnika», Lviv, 2014. – 40 s.
6. Vibracii v tehnikе: Spravochnik v 6-ti t. Tom 3. Kolebaniya mashin, konstrukcij i ih elementov. Pod red. F.M. Dimentberga i K.S. Kolesnikova. Red. совет: V.N. Chelomej (pred.). – М.: Mashinostroenie, 1980. – 544 s.
7. Strutytskyi V.B., Melnychuk P.P. Matematychnе modeliuвання metalorizalnykh verstativ: Monohrafiia. – Zhytomyr: ZhITI, 2002. – 570 s.
8. Vibracii v tehnikе: Spravochnik. V 6-ti t. /Red. совет: V. N. Chelomej (pred.) – М.: Mashinostroenie, 1979 – Т. 2. Kolebaniya nelineinykh mekhanicheskikh sistem /Pod red. I. I. Blehmana. 1979. – 351 s.
9. Melnychuk P.P. Naukovi osnovy chystovoho tortsevoho frezeruvannya ploskykh poverkhon. Avtoreferat na zdobuttia naukovoho stupenia doktora tekhnichnykh nauk. – Kyiv. NTUU “KPI”. 2002. – 26 s.
10. Strutytskyi V.B. Matematychnе modeliuвання protsesiv ta system mekhaniky: Pidruchnyk. / V.B. Strutytskyi – Zhytomyr: ZhITI, 2001. – 612 s.
11. Kudinov V.A. Avtokolebaniya na nizkih i vysokih chastotah (ustojchivost dvizhenij) pri rezanii / Kudinov V.A. // Stanki i instrument. – 1997. – № 2. – S 16–22.
12. Merritt H. E. Theory of Self-Excited Machine Tool Chatter. /ASME J. Eng. Indus., 1965, Vol. 87, pp. 447-454.
13. Hanna N.H, Tobias S.A. A Theory of Nonlinear Regenerative Chatter./ Trans, of ASME, 1974, Vol. 96, pp. 247-255.
14. Vyhovskiy H., Plysak M., Balytska N., Melnyk O., Hlembotska L. Engineering Methodology for Determining Elastic Displacements of the Joint «Spindle Assembly-Face Milling Cutter» While Machining Planes. In: Tonkonogyi V. et al. (eds) Advanced Manufacturing Processes II. InterPartner 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2021. P. 258–268. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-68014-5_26

Рецензія/Peer review : 17.01.2022 р.

Надрукована/Printed : 27.02.2022 р.