

МІХАЛЕВСЬКА Г. І.

<https://orcid.org/0000-0001-8576-7734>e-mail: [gmihalevska@gmail.com](mailto:gmihalevska@gmail.com)

МІХАЛЕВСЬКИЙ В. Ц.

<https://orcid.org/0000-0002-8197-8005>e-mail: [cezar\\_mv@ukr.net](mailto:cezar_mv@ukr.net)

Хмельницький національний університет

## ВИКОРИСТАННЯ ПОНЯТЬ ТЕОРІЇ ГРАФІВ ДЛЯ АНАЛІЗУ СКЛАДНИХ МЕРЕЖ

*В статті розглянуто і досліджується використання понять теорії графів для аналізу складних мереж. Абстрактно від їх фізичної природи розглядаються топологічні властивості цих мереж, які істотно визначають функціонування мереж і становлять предмет дослідження комплексних мереж.*

*Розглянуто один з напрямків аналізу складних мереж - їх візуалізацію, яка дозволяє отримати важливу інформацію про структуру і властивості мережі без точних розрахунків. Описано основні інструменти візуалізації, у переважній більшості, вільно поширювані, безкоштовні програми.*

*Ключові слова: складні мережі, топологія, візуалізація мережі, граф, Graph Online, Gephi.*

GALINA MIKHALEVSKA, VITALII MIKHALEVSKIYI

Khmelnytskyi National University

### THE USAGE OF GRAPH THEORY CONCEPTS FOR THE COMPLEX NETWORKS ANALYSIS

*The article considers and investigates the usage of graph theory concepts for the complex networks analysis. Abstract from their physical nature, the topological properties of these networks are considered, which significantly determine the functioning of networks and are the subject of study of complex networks. Each node of the network can be connected with other nodes by a certain number of connections that may have a direction, or nodes can be connected with each other by symmetrical connections. Also in modern systems of analysis and visualization of networks such concepts as degrees of vertices, ranking, clustering, modularity, algorithms of laying of graphs, etc. are widely used.*

*To calculate the parameters of the network as a whole use the number of nodes, the number of edges, the geodetic distance between nodes, the average distance from one node to another, density - the ratio of the number of edges in the network to the maximum possible number of edges for a given number of nodes; number of triads, diameter of the network (maximum geodetic distance). Structural network analysis includes: click detection (subgroups that are more interconnected than other click nodes); identification of network components; finding bridges (nodes, the removal of which breaks the network into incoherent parts); groups of equivalent nodes (which have the most similar communication profiles). One of the areas of complex networks analysis is their visualization, which allows to obtain important information about the structure and properties of the network without accurate calculations. Software tools for the complex networks analysis support the calculation of all the described parameters of the nodes, the network as a whole, provide its structural analysis and visualization, work with different data formats.*

*For the complex networks analysis, the main visualization tools are described, in the vast majority, freely distributed, free programs.*

*Keywords: complex networks, topology, network visualization, graph, Graph Online, Gephi.*

### Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Поняття мережі стало одним із центральних понять нашого часу. Велике зацікавлення ними відбулося наприкінці минулого століття [1]. Існує багато систем, що мають форму мережі: це інтернет, www, нейронні мережі, транспортні, розподільчі, соціальні мережі та багато інших [1, 2]. Сучасне дослідження мереж змінилося від аналізу невеликих графів та властивостей окремих вершин і ребер до розгляду статистичних властивостей цих графів (мереж). Зі зміною мети змінилися й методи аналізу. Народження «науки про мережі» відбулося внаслідок розвитку комп'ютерних технологій: www надає порівняно легкий доступ до баз даних з інформацією про різноманітні мережі й водночас потужність комп'ютерів дозволяє докладно їх аналізувати.

У поведінці таких мереж топологія відіграє провідну роль. Щоб означити такі об'єкти і коло досліджуваних питань вживають термін «складні мережі» (complex networks) [3, 4]. Виявляється, що мережі, які виникають внаслідок людської життєдіяльності, та природні мережі мають специфічну структуру, що характеризується розподілом ступенів вузлів із товстим хвостом (fat-tail distribution) і сильно відрізняється від структури вже дослідженого в математиці класичного випадкового графа. Зазвичай ці мережі не статичні, а такі, що розвиваються, і для розуміння їхньої структури необхідно знати принципи їх еволюції.

Складні мережі володіють нетривіальними топологічними властивостями. Більшість об'єктів природи і суспільства мають бінарні зв'язки, які можна представити у вигляді мережі, де кожен об'єкт - це точка, а його зв'язок з іншим об'єктом - це лінія або дуга. Так, відносини між людьми в групі (соціальна мережа), відносини між фірмами, комп'ютерні мережі, веб, відносини між генами в ДНК - все це приклади мереж [4, 7].

Топологічні властивості цих мереж розглядаються абстрактно від їх фізичної природи, але істотно визначають функціонування мереж і становлять предмет дослідження комплексних мереж. Кожен вузол мережі може бути пов'язаний з іншими вузлами певним числом зв'язків. Зв'язки між вузлами можуть мати

напрямок (орієнтована мережа) або вузли можуть бути пов'язані між собою симетричними зв'язками (неорієнтована мережа). Також у сучасних системах аналізу та візуалізації мереж широко використовуються такі поняття як степені вершин, ранжування, кластеризація, модульність, алгоритми укладки графів та ін.

### Виклад основного матеріалу

В рамках теорії складних мереж (*Complex Networks*) вивчаються мережеві характеристики не лише з точки зору топології мереж, але і статистичні феномени, розподіл ваг окремих вузлів і ребер, ефекти протікання і провідності. Попри те, що в розгляд теорії складних мереж потрапляють різні мережі (електричні, транспортні, інформаційні), найбільший внесок у розвиток цієї теорії внесли дослідження соціальних мереж. Останнім часом виділився окремий науковий і практичний напрям - аналіз соціальних мереж (*SNA, Social Networks Analysis*), який базується, з одного боку, на соціології, а з іншого - на теорії складних мереж [1, 2, 4].

У теорії складних мереж виділяють три основні напрями: 1. Дослідження статистичних властивостей, які характеризують поведінку мереж; 2. Створення моделей мереж; 3. Прогнозування поведінки мереж при зміні структурних властивостей.

У прикладних дослідженнях найчастіше застосовуються такі типові для мережевого аналізу характеристики як розмір мережі, мережева щільність, міра центральності та інші. При аналізі складних мереж, як і в теорії графів досліджуються: а) параметри окремих вузлів; б) параметри мережі в цілому; в) мережеві підструктури.

Для окремих вузлів виділяють наступні параметри [2]: а) вхідна напівстепені вузла – кількість ребер графа, які входять у вузол; б) вихідна напівстепені вузла – кількість ребер графа, які виходять з вузла; в) середня відстань від цього вузла до інших; г) ексцентричність (*eccentricity*) – найбільша з геодезичних відстаней (мінімальних відстаней між вузлами) від цього вузла до інших; д) посередництво (*betweenness*), що показує, скільки найкоротших шляхів проходить через даний вузол; е) параметри центральності, наприклад, загальна кількість зв'язків даного вузла по відношенню до інших.

Для аналізу мережі в цілому використовують такі параметри, як [3]: а) кількість вузлів; б) кількість ребер; в) середня відстань між вузлами; г) щільність – відношення кількості ребер в мережі до можливої максимальної кількості ребер  $n(n-1)/2$  при даній кількості вузлів  $n$ ; д) кількість симетричних, транзитивних і циклічних триад; е) діаметр мережі – найбільша геодезична відстань у мережі і т.д.

Важливою характеристикою мережі є функція розподілу степенів вузлів  $P(k)$ , яка визначається як ймовірність того, що довільний вузол мережі  $i$  має степінь  $k_i=k$ . Мережі, які характеризуються різними  $P(k)$ , демонструють різну поведінку.  $P(k)$  в деяких випадках може бути розподілом Пуассона ( $P(k) = e^{-m} m^k / k!$ , де  $m$  - математичне сподівання), експоненціальним ( $P(k) = e^{-k/m}$ ) або степеневим ( $P(k) \sim 1/k^\gamma$ ,  $k \neq 0$ ,  $\gamma > 0$ ).

Мережі зі степеневим розподілом степенів вузлів називаються безмасштабними (*Scale Free*). Саме безмасштабні розподіли часто спостерігаються в реальних мережах соціального характеру. При степеневому розподілі можливе існування вузлів з дуже високим степенем, що практично не спостерігається в мережах з пуассоновским розподілом.

Відстань між вузлами визначається як кількість ребер, через які можна добратися від одного вузла до іншого. Найкоротшим шляхом  $d_{ij}$  між вузлами  $i$  та  $j$  називається найменша відстань між ними. Для усієї мережі можна ввести поняття середнього шляху, як середнього по усіх парах вузлів найкоротшої відстані між ними:  $l = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i>j} d_{ij}$ , де  $n$  – кількість вузлів,  $d_{ij}$  - найкоротша відстань між вузлами  $i$  та  $j$ .

Угорськими математиками П. Ердемем і А. Реньї було показано, що середня відстань між двома вершинами у випадковому графові (модель Ердеша-Реньї) росте як логарифм від числа його вузлів [3, 4].

Мережа може виявитися незв'язною, тобто знайдуться вузли, відстань між якими виявиться нескінченною. Відповідно, середній шлях, згідно приведеної вище формули, буде також нескінченним. Для врахування таких випадків вводиться поняття середнього інверсного шляху між вузлами (його ще називають «глобальною ефективністю мережі»), що розраховується за формулою [3, 4]:

$$il = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i>j} \frac{1}{d_{ij}}$$

Зворотна величина глобальної ефективності – середнє гармонійне геодезичних відстаней:  $h = 1 / il$ . Один із способів знайти критичні компоненти мережі – пошук найбільш уразливих вузлів. Уразливість мережі від вузла може бути визначена як спад глобальної ефективності мережі в разі видалення вузла і всіх суміжних йому ребер з мережі:  $V_i = (il - il_i) / il$ , де  $il$  – глобальна ефективність вихідної мережі, а  $il_i$  – глобальна ефективність після видалення вузла  $i$  та всіх суміжних йому ребер.

Впорядкований розподіл вузлів щодо цієї величини пов'язаний зі структурою всієї мережі. Таким чином, вузол, який найбільш сильно впливає на вразливість мережі, займає найвищу позицію в мережевій ієрархії. Міра уразливості мережі – максимальна уразливість від всіх вузлів:  $V = \max V_i$ .

Д. Уоттс і С. Стратц у 1998 році визначили такий мережевий параметр, як **коефіцієнт кластерності**, який характеризує рівень зв'язності вузлів в мережі, тенденцію до утворення груп взаємопов'язаних вузлів, так званих клік (*clique*) [2]. Для конкретного вузла коефіцієнт кластеризації показує, скільки найближчих сусідів даного вузла є також найближчими сусідами один для одного. Коефіцієнт кластерності може визначатися як для кожного вузла, так і для всієї мережі. Для мережі

коефіцієнт кластерності визначається як нормована по кількості вузлів сума відповідних коефіцієнтів для окремих вузлів. Коефіцієнт кластерності для окремого вузла мережі визначається таким чином. Нехай з вузла виходять ребра, які з'єднують його з іншими вузлами, найближчими сусідами. Якщо припустити, що всі найближчі сусіди з'єднані безпосередньо один з одним, то кількість ребер між ними становить  $1/2 k(k-1)$  – це число, яке відповідає максимально можливій кількості ребер, якими могли б з'єднуватися найближчі сусіди обраного вузла. Відношення реальної кількості ребер, які сполучають найближчих сусідів вузла  $i$ , до максимально можливого (такому, при якому усі найближчі сусіди цього вузла були б сполучені безпосередньо один з одним) називається коефіцієнтом кластерності вузла –  $C(i)$ .

**Посередництво** (*betweenness*) – це параметр вузла, що показує, скільки найкоротших шляхів проходить через нього [2, 5, 6]. Ця характеристика відображає роль даного вузла у встановленні зв'язків у мережі. Вузли з найбільшим посередництвом грають головну роль у встановленні зв'язків між іншими вузлами в мережі. Посередництво  $b_m$  вузла  $m$  визначається за формулою:

$$b_m = \sum_{i \neq j} \frac{B(i,m,j)}{B(i,j)},$$

де  $B(i,j)$  – загальна кількість найкоротших шляхів між вузлами  $i$  та  $j$ ,  $B(i,m,j)$  – кількість найкоротших шляхів між вузлами  $i$  та  $j$ , що проходять через вузол  $m$ .

**Модулярність** [4] - один з мережевих параметрів, який був введений для вимірювання ступеня розбиття мережі на модулі (кластери, кліки). Він обчислюється як різниця між часткою ребер всередині кластера в розглянутій мережі і очікуваної часткою ребер всередині кластера в мережі, в якій вершини мають той же степінь, що і у вихідній, але ребра розподілені випадково.

Для розрахунку модулярності використовується поняття матриці суміжності. Матриця суміжності  $A$  складається з елементів  $A_{vw}$ , значення яких дорівнюють 0, якщо вузол  $v$  не сполучений з вузлом  $w$ , і вазі зв'язку між  $v$  і  $w$ , якщо ці вузли сполучені між собою.

Модулярність мережі можна виразити формулою:

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{v,w} \left[ A_{vw} - \frac{k_v k_w}{2m} \right] \delta(c_v c_w),$$

де  $A_{vw}$  – елемент матриці суміжності  $A$ ,  $m$  – кількість ребер у графі,  $k_v, k_w$  – ступені вузлів  $v$  і  $w$  відповідно,  $\delta$  – дельта Кронекера (показує, чи знаходяться вузли  $v$  і  $w$  в одному модулі). Отже, модулярність – це міра якості кластеризації, на основі якої будується широкий клас алгоритмів виявлення груп в мережах.

Незважаючи на величезні розміри деяких соціальних мереж у багатьох із них існує порівняно короткий шлях між двома будь-якими вузлами – **геодезична відстань** [3, 4]. У 1967 р. психолог С. Мілграм в результаті виконаних масштабних експериментів обчислив, що існує ланцюжок знайомств, в середньому довжиною шість ланок, практично між двома будь-якими громадянами США.

Д. Уоттс і С. Стрататц [4, 7] виявили феномен, характерний для багатьох реальних мереж, названий ефектом малих світів (*Small Worlds*). При дослідженні цього феномену ними була запропонована процедура побудови наочної моделі мережі, якій притаманний цей феномен. Три стани цієї мережі представлені на рис. 1: регулярна мережа – кожен вузол якої з'єднаний з чотирма сусідніми, тієї ж самої мережі, у якій деякі «ближні» зв'язки випадковим чином замінені «далекими» (саме в цьому випадку виникає феномен «малих світів») і випадкова мережа, в якій кількість подібних замінів перевищила певний поріг.

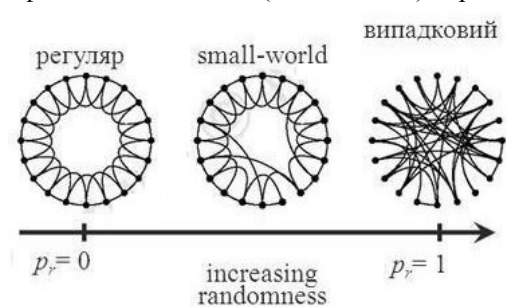


Рис. 1. Модель Уоттса-Стрататца

кластеризації штучної мережі Д. Уоттса і С. Стрататца від ймовірності встановлення «далеких зв'язків» (у напівлогарифмічній шкалі).

Для аналізу складних мереж виникає необхідність використання інструментів візуалізації, у переважній більшості, вільно поширюваних, безкоштовних програм. Існує досить багато таких програм, які забезпечують візуалізацію найпростіших мережевих структур – невеликих графів [2, 4]. Серед таких програм можна назвати, наприклад, систему *uDraw (Graph)*, розроблену в Німеччині в Бременському університеті.

Для практичної роботи з графовими структурами користувачу не обов'язково потрібно встановлювати програмне забезпечення на своєму комп'ютері. Існує безліч мережевих сервісів, серед яких можна назвати сервіс *Graph Online*. *Graph Online* (<https://graphonline.ru/en/>) – простий і функціональний інструмент для створення, дослідження і візуалізації

побудови наочної моделі мережі, якій притаманний цей феномен. Три стани цієї мережі представлені на рис. 1: регулярна мережа – кожен вузол якої з'єднаний з чотирма сусідніми, тієї ж самої мережі, у якій деякі «ближні» зв'язки випадковим чином замінені «далекими» (саме в цьому випадку виникає феномен «малих світів») і випадкова мережа, в якій кількість подібних замінів перевищила певний поріг.

У реальності виявилось, що саме ті мережі, вузли яких мають водночас кілька локальних і випадкових «далеких» зв'язків, демонструють одночасно ефект малого світу і високий рівень кластеризації. На рис. 2 наведені графіки зміни середньої довжини шляху і коефіцієнта

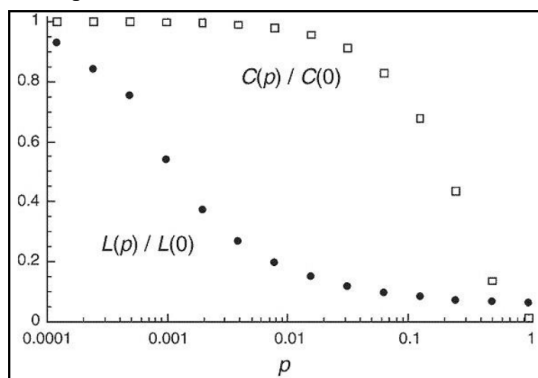


Рис. 2. Динаміка зміни довжини шляху і коефіцієнта кластерності в моделі Уоттса-Стрататца



невеликих графів в режимі онлайн. Забезпечує експорт файлів в формати *GraphML*, *CSV*, вивід інформації у вигляді матриць, а також визначення різних параметрів графу, а також реалізацію таких алгоритмів, як пошук найкоротшого шляху, компонент зв'язності, діаметру графу і т.п. У режимі онлайн за допомогою простих маніпуляцій користувач може сформувати вузли і з'єднати їх ребрами (неспрямованими, спрямованими, зваженими). *Graph Online* [4] дозволяє відображати в текстовому вигляді (практично в форматі *CSV*) матрицю суміжності, редагувати її, змінюючи вже створений файл. Сервіс *Graph Online* дозволяє знаходити найкоротші шляхи за алгоритмами Дейкстри, Флойда-Уоршелла, Ейлерові шляхи і цикли, визначати більшість параметрів побудованого графа.

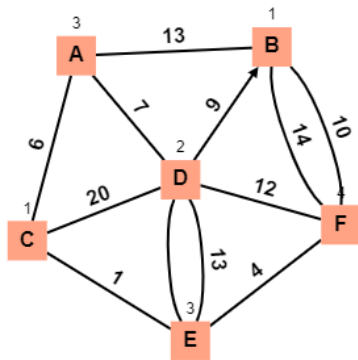


Рис. 3. Приклад графа, створеного за допомогою *Graph Online* побудови графів.

Зовсім інший рівень сервісу візуалізації і аналізу мережних структур надають системи, створені великими колективами розробників, зокрема, система *Graphviz* (*Graph Visualization Software*) [4]. Система *Graphviz* розроблена лабораторією AT&T і надана у вільний доступ з відкритими вихідними файлами за ліцензією *EPL* (*Eclipse Public License*). *Graphviz* працює в середовищі таких операційних систем, як *Linux*, *Mac OS*, *Microsoft Windows*. Система *Graphviz* (<http://graphviz.org/>) являє собою пакет утиліт з візуалізації графів, заданих у вигляді опису мовою *DOT*, а також додаткових текстових і графічних програм, віджетів і бібліотек, які використовуються при розробці програмного забезпечення для візуалізації структурованих даних. *Graphviz* складається з набору утиліт командного рядка і програм з графічним інтерфейсом, здатних обробляти файли мовою *DOT*, а також віджетів і бібліотек, що полегшують створення графів і програм для

Дуже поширеним настільним користувацьким додатком для візуалізації та аналізу мережних структур у даний час є *Social Networks Visualizer (SocNetV)* [2, 4, 5]. Цей безкоштовний кросплатформний програмний додаток для аналізу і візуалізації соціальних мереж, розроблений мовою C++. *SocNetV* є вільним програмним забезпеченням, ліцензованим під *GNU General Public License 3 (GPL3)*. Розробник системи – Дімітріс Каламарас (*Social Network Analysis and Visualization Software*). Вихідний програмний код програми, пакети і виконувачі файли для *Windows*, *Linux* і *MacOS* доступні на веб-сайті проекту: <http://socnetv.org>. У *SocNetV* є можливість ручного введення мережі (графу) або завантаження вже існуючого мережевого набору даних, представленого в форматах *GraphML*, *UCINET*, *Pajek* і т. д., обчислення статистики, значень центральності, застосування різних алгоритмів компонування, заснованих на центральності або посередництві (*Betweenness*) вузлів або динамічних моделей.

Найпопулярнішою програмою візуалізації і аналізу мереж та графів на сьогодні є *Gephi* (<https://gephi.org/>) [2, 4]. *Gephi* забезпечує швидку компоновку, ефективну фільтрацію та інтерактивне дослідження даних, а також є одним з кращих варіантів для візуалізації великомасштабних мереж. *Gephi* – це мультиплатформне програмне забезпечення, яке розповсюджується з відкритим кодом згідно з ліцензіями *CDDL 1.0* і *GNU General Public License v3*. За адресою <https://gephi.org/> доступні версії для *Mac OS X*, *Windows* і *Linux* вихідних кодів. Для роботи програми потрібна *Java v7* і вище. Розробники *Gephi* описують цю програму як «*Photoshop* для даних». *Gephi* дозволяє завантажувати дані мереж в форматах *GEXF*, *GDF*, *GML*, *GraphML*, *Pajek (NET)*, *GraphViz (DOT)*, *CSV*, *UCINET (DL)*, *Tulip (TPL)*, *Netdraw (VNA)* і таблиць *Excel*. Крім того, *Gephi* дозволяє експортувати дані мереж в форматах *JSON*, *CSV*, *Pajek (NET)*, *GUESS (GDF)*, *Gephi (GEFX)*, *GML* та *GraphML*. Завдяки цьому *Gephi* може взаємодіяти з іншими системами аналізу і візуалізації графів.

Програма включає в себе множину різних алгоритмів компонування (укладання графів на площині) і дозволяє налаштовувати кольори, розміри і мітки в графах. *Gephi* є інтерактивним програмним забезпеченням і надає засоби для виявлення спільнот, а також надається можливість розрахунку найкоротших шляхів або відносної відстані від будь-якого вузла до даного вузла. Плагіни від *Gephi* дозволяють розширювати її функціональність і додавати нові алгоритми, макети та інструменти вимірювань. *Gephi* має багатопотокову схему обробки даних і, таким чином, дозволяє виконувати кілька видів аналізу одночасно.

Інтерфейс користувача системи *Gephi* включає три основні розділи (вікна) [2]: а) «Лабораторія даних»: тут зберігаються всі вихідні дані про мережі, а також додаткові розрахункові значення; б) «Обробка даних»: тут відбувається велика частина операцій користувача, зокрема, ручне редагування мереж, тестування макетів, встановлення фільтрів; в) «Попередній перегляд»: тут уточнюється форма виводу графу, як правило, за допомогою набору інструментів граф допрацьовується, в тому числі, і з естетичної точки зору. У цьому ж вікні реалізований виклик експорту графа в формати *PDF*, *PNG* і *SVG*.

Існує три основні режими створення нового графа в *Gephi*: через інтерфейс «Граф» в режимі «Обробка»; через «Лабораторію даних»; через експорт даних графа із зовнішнього файлу (найпростіше з файлу в форматі *CSV* з роздільниками крапка з комою).

При цьому існує можливість або зафарбовувати всіх сусідів обраного вузла, або скористатися індивідуальним зафарбуванням. Також файл для графа можна підготувати в програмі *Excel*, після чого зберегти його у форматі *CSV*. Слід звернути увагу, що перед завантаженням в *Gephi* необхідно в *CSV*-файлі

поміняти усі коми («») на крапки з комами («;»).

При аналізі великих і щільних мереж, швидке компоновання (впорядкування вузлів графів) є вузьким місцем, оскільки більшість складних алгоритмів компоновання є вимогливими до параметрів процесора, пам'яті і часу виконання. У той же час, *Gephi* постачається з ефективними алгоритмами компоновання, такими як *Yifan-Hu*, *Force-directed*. Зокрема, алгоритм *Yifan-Hu* є ідеальним варіантом для застосування після інших, більш швидких і грубих алгоритмів. У той час, як більшість із запропонованих у *Gephi* методів можуть виконуватися протягом допустимого часу, поєднання, наприклад, *OpenOrd* і *Yifan-Hu*, дає найбільш якісні візуальні представлення [2, 4]. Звичайно, правильна параметризація будь-якого алгоритму компоновки може впливати як на час роботи, так і на результат візуалізації.

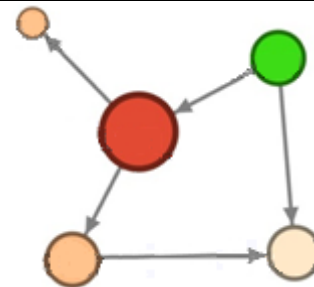


Рис. 4. Приклад розфарбування графа допомогою *Gephi*

### Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Сучасне дослідження мереж змінилося від аналізу невеликих графів та властивостей окремих вершин і ребер до розгляду статистичних властивостей графів (мереж). Зі зміною мети змінилися й методи аналізу. Народження «науки про мережі» відбулося внаслідок розвитку комп'ютерних технологій: *www* надає порівняно легкий доступ до баз даних з інформацією про різноманітні мережі й водночас потужність комп'ютерів дозволяє докладно їх аналізувати. У поведінці сучасних мереж провідну роль відіграє топологія, а такі об'єкти часто називають складними мережами (*complex networks*). Зазвичай ці мережі не статичні, а такі, що розвиваються, і для розуміння їхньої структури необхідно знати принципи їх еволюції.

Для розрахунків параметрів мережі в цілому використовують число вузлів, число ребер, геодезичну відстань між вузлами, середню відстань від одного вузла до іншого, щільність – відношення числа ребер в мережі до максимально можливої кількості ребер для даного числа вузлів; кількість триад, діаметр мережі (найбільшу геодезичну відстань). Структурний аналіз мереж включає: виявлення клік (підгруп, що пов'язані між собою міцніше, ніж з вузлами інших клік); виявлення компонент мережі; знаходження мостів (вузлів, при видаленні яких мережа розпадається на нез'язні частини); груп еквівалентних вузлів (які мають максимально схожі профілі зв'язку). Одним з напрямків аналізу складних мереж є їх візуалізація, яка дозволяє отримати важливу інформацію про структуру і властивості мережі без точних розрахунків. Програмні засоби аналізу складних мереж підтримують розрахунки усіх описаних параметрів вузлів, мережі в цілому, забезпечують її структурний аналіз та візуалізацію, працюють з різними форматами даних.

### Література

1. Albert-Laszlo Barabasi. *Network Science*. Cambridge University Press, 2016.
2. Аналіз соціальних мереж [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.lib.mdpu.org.ua/e-book/analiz\\_soc/official/index.htm](http://www.lib.mdpu.org.ua/e-book/analiz_soc/official/index.htm)
3. Зубок В.Ю. Огляд використання математичних параметрів складної мережі для аналізу топології Інтернет / В.Ю. Зубок, О.Т. Дармохвал // Збірник наукових праць Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. – К. : IPME ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2010. – Вип. 55. – С. 19–29.
4. Ланде Д.В. Візуалізація та аналіз мережевих структур : навчальний посібник / Д.В. Ланде, І.Ю. Субач; ІСЗЗІ КПІ ім. Ігоря Сікорського. – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2021. – 80 с.
5. Ланде Д.В. Основи теорії і практики інтелектуального аналізу даних у сфері кібербезпеки: навчальний посібник / Ланде Д.В., Субач І.Ю., Бояринова Ю.Є. – К. : ІСЗЗІ КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 300 с.
6. Манодж Б. С. Складні мережі: перспектива мереж та обробки сигналів / Манодж Б. С., Абхішек Чакраборті та Рахул Сінгх. – Пірсон, Нью-Йорк, США, 2018.
7. Снарский А.А. Моделирование сложных сетей : учебное пособие / Снарский А.А., Ландэ Д.В. – К. : Инжиниринг, 2015. – 212 с.

### References

1. Albert-Laszlo Barabasi. *Network Science*. - Cambridge University Press, 2016.
2. Analysis of social networks [Electronic resource]. - Access mode: [http://www.lib.mdpu.org.ua/e-book/analiz\\_soc/official/index.htm](http://www.lib.mdpu.org.ua/e-book/analiz_soc/official/index.htm)
3. Zubok V.Y. Review of the use of mathematical parameters of a complex network for the analysis of the Internet topology / V.Y. Zubok, O.T. Darmohval // Collection of scientific works of the Institute of Modeling Problems in Energy named after G.Y. Pukhov National Academy of Sciences of Ukraine. - K. : IPME them. G.Y. Pukhov National Academy of Sciences of Ukraine, 2010. - Issue. 55. - P. 19-29.
4. Lande D.V. Visualization and analysis of network structures: a textbook / D.V. Lande, I.Y. Subach; ISZZI KPI them. Igor Sikorsky. - K. : KPI them. Igor Sikorsky, Polytechnic Publishing House, 2021. - 80 p.
5. Lande D.V., Subach I.Y., Boyarinova Y.E. Fundamentals of the theory and practice of data mining in the field of cybersecurity: a textbook. - K. : ISZZI KPI them. Igor Sikorsky, 2018. - 300 p.
6. Manodzh B.S., Abhishek Chakraborty and Rahul Singh. *Complex Networks: The Perspective of Networking and Signal Processing*, Pearson, New York, USA, 2018.
7. Snarsky A.A., Lande D.V. *Modeling of complex networks: a textbook*. - K. : Ingeneering, 2015. - 212 p.