

ЛЕВКІН Д. А.

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-1980-4426>e-mail: dimalvkin23@gmail.com

АРХІТЕКТОНІКА РОЗРАХУНКОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Дослідження статті стосуються вдосконаленню розрахункових математичних моделей технологічних, біотехнологічних і економічних систем. Під час математичного моделювання для збільшення точності розрахунку параметрів складних систем потрібно збільшити кількість врахованих параметрів. Це призводить до необхідності розв'язання нелокальних крайових задач з нестационарними диференціальними рівняннями, для доказу коректності яких неможливо застосувати традиційну теорію існування та єдиності розв'язку. Слід відзначити, що після проведення архітектоніки крайових задач припускають існування їх розв'язку, необхідно лише довести його єдиність. Для доказу коректності розрахункових математичних моделей потрібно, або узагальнити параметри функції мети і використати досить наближені обмеження, що, в свою чергу, дозволить звести крайову задачу до стандартного виду і її коректність не буде викликати сумнівів, або запропонувати методику для доказу коректності крайових задач для певних диференціальних рівнянь, яка враховуватиме специфічні особливості модельованих процесів. В залежності від виду диференціальних рівнянь, які описують фізичні і економічні процеси в модельованих системах, для обґрунтування коректності крайових задач потрібна окрема методика.

В статті досліджені умови коректності крайових задач для диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Доведено, що для довільних однорідних диференціальних рівнянь існує відповідна крайова задача. Наведене визначення параболічних крайових задач в термінах, які використовують обмеження зверху на фундаментальну функцію розв'язку. Отримані умови, які вказують на існування і на неможливість існування, відповідно, параболічної крайової задачі. Отримані результати дозволять підвищити точність реалізації основної оптимізаційної задачі підвищення якості модельованих процесів.

Ключові слова: архітектоніка, крайові задачі, коректність, диференціальні рівняння.

Dmytro LEVKIN

State Biotechnological University, Kharkiv, Ukraine

ARCHITECTONICS OF CALCULATED MATHEMATICAL MODELS UNDER UNCERTAINTY

This article concerns the improvement of calculated mathematical models of technological, biotechnological, and economic systems. It is necessary to increase the number of considered parameters to increase the accuracy of calculating the parameters of complex systems during mathematical modeling. This leads to the need to solve nonlocal boundary value problems with non-stationary differential equations, to prove the correctness of which it is impossible to apply the traditional theory of existence and unity of solution. Note that after the architecture of boundary value problems assumes the existence of their solution, it is only necessary to prove its uniqueness. To prove the correctness of calculated mathematical models requires neither generalizing the parameters of the goal function and using approximate constraints, which, in turn, will reduce the boundary value problem to a standard form and its correctness will not be in doubt, nor propose a method to prove the correctness of boundary value certain differential equations, which will consider the specific features of the modeled processes. A separate technique must substantiate the correctness of boundary value problems depending on the type of differential equation that describes the physical and economic processes in the simulated systems.

This article studied the conditions for the correctness of boundary value problems for differential equations with constant coefficients. It is proved that there is a corresponding boundary value problem for arbitrary homogeneous differential equations. It is defined the parabolic boundary value problems in terms that use constraints from above on the fundamental solution function. The conditions were obtained under which the parabolic boundary value problem exists and cannot exist, respectively. The obtained results will increase the accuracy of the main optimization task of improving the quality of simulated processes.

Keywords: architectonics, boundary value problems, correctness, differential equations.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

В теорії диференціальних рівнянь вагоме значення займають питання існування і єдиності розв'язку крайових задач. Водночас, не виникає сумнівів в існуванні розв'язку, питання ж полягає в його єдиності. Не всі методи і твердження, які застосовують для доказу коректності крайових задач з диференціальними рівняннями 2-го порядку, можуть бути використані для доказу коректності крайових задач з диференціальними рівняннями вищого порядку.

В статті наведений підхід до обґрунтування коректності крайових задач з диференціальними рівняннями 2-го порядку. Результати досліджень можуть бути застосовані для обґрунтування коректності крайових задач, які описують стан модельованих технічних, біотехнологічних, економічних та інших складних систем. Автор статті вважає, що їх доцільно використати для обґрунтування коректності розрахункових математичних моделей для інших систем з розподіленими параметрами.

Аналіз досліджень та публікацій

Наведемо огляд наукових публікацій, які стосуються математичного моделювання і оптимізації технічних [1–5] і економічних систем [6–8]. В роботах [1–3] наведені математичні моделі і методи для

здійснення розрахунку і оптимізації великої кількості технічних систем. Розв’язанню прикладних задач присвячені результати публікацій [4, 5]. В публікації [4] наведені математичні моделі і методи розрахунку параметрів технологічного процесу термічної дії на листовий метал. Детально досліджені можливості трибосистем пристосовуватись до умов експлуатації в публікації [5].

Формулювання цілей статті

Метою роботи є отримати умови коректності однорідних крайових задач в просторі нескінченно диференційованих функцій степеневого зростання.

Виклад основного матеріалу

Для довільних символів псевдодиференціальних операторів $A_k(s)$ з простору нескінченно-диференційованих функцій степеневого зростання існують символи $B_k(s)$, такі, що однорідна крайова задача

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = A_k \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) u(x,t); \\ u(x, t_k - 0) = u(x, t_k + 0); \\ \sum_{k=0}^n B_k \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) u(x, t_k) = \varphi(x) \end{cases} \quad (1)$$

коректна в просторі узагальнених функцій.

Розглянемо фундаментальну функцію:

$$Q(s,t) = \begin{cases} \exp\{t\tilde{A}_1(s)\} \Delta^{-1}(s); \\ \exp\{(t-t_1)\tilde{A}_2(s)\} \Delta^{-1}(s) \exp\{t\tilde{A}_1(s)\}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \exp\{(t-t_{n-1})\tilde{A}_n(s)\} \Delta^{-1}(s) \exp\{t\tilde{A}_1(s) + \dots + (t_{n-1}-t_{n-2})\tilde{A}_{n-1}(s)\}, \end{cases} \quad (2)$$

де $\tilde{A}_k(s)$ – перетворення Фур’є символів псевдодиференціальних операторів $A_k(s)$, $k=1, \dots, n$;

$$\Delta(s) = \tilde{B}_0(s) + \tilde{B}_1(s) \exp\{t_1 \tilde{A}_1(s)\} + \dots + \tilde{B}_n(s) \exp\{t_1 \tilde{A}_1(s) + (t_2 - t_1) \tilde{A}_2(s) + \dots + (T - t_{n-1}) \tilde{A}_n(s)\} \neq 0.$$

Для функції $Q(s,t)$ (2) виконане обмеження:

$$Q(s,t) \leq c_k (1+|s|)^{p_k} \exp\{-h_k \cdot r_k(t) |s|^{p_k}\} \quad \text{при } k=1, \dots, n \quad (3)$$

з деякими додатніми c_k, r_k, h_k і p_k , за умови, що: $p_1 = \{t, (t_1 - t)\}$ при $t \in [0; t_1]$, $p_2 = \{(t - t_1), (t_2 - t)\}$ при $t \in [t_1; t_2]$ і так до $p_n = \{(t - t_{n-1}), (t_n - t)\}$ при $t \in [t_{n-1}; t_n]$.

Отримали висновок. Якщо виконане обмеження зверху $|\operatorname{Re} \tilde{A}_k(s)| \geq c_k |s|^{h_k} - r_k$, при $k=1, \dots, n$ і додатніх c_k, h_k , дійсних r_k , тоді існує параболічна крайова задача (1). Якщо для функцій $A_k(s)$, $k=1, \dots, n$ виконане обмеження (3), і крайова задача (1) коректна в просторі узагальнених функцій, то зазначена крайова задача буде параболічною і для будь-якої обмеженої функції φ існує нескінченно-диференційований за x розв’язок $u(x,t)$ для будь-якого $t \in (t_{k-1}; t_k)$. Також, якщо існує дійсна послідовність s_v , для якої $s_v \rightarrow \infty$ і $|\operatorname{Re} \tilde{A}_k(s_v)| \leq \text{const}$ при $k=1, \dots, n$, тоді не існує параболічної крайової задачі. Наведені дослідження ґрунтуються на результатах публікацій [9–11] і можуть бути використані для обґрунтування коректності багатьох розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У статті отримані умови коректності однорідних крайових задач, а також умови, які вказують на існування і на неможливість існування, відповідно, параболічної крайової задачі в просторі узагальнених функцій. Результати публікації доцільно застосувати для обґрунтування коректності розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей, які описують стан модельованих технічних, біотехнологічних і економічних систем. Це дасть можливість підвищити якість розв’язання основної оптимізаційної задачі підвищення ефективності функціонування складних систем.

Література

1. Стоян Ю.Г. Оптимизация технических систем с источниками физических полей / Ю.Г. Стоян, В.П. Путятин. – К. : Наук. думка, 1988. – С. 44–48.

2. Asrorov F. Finding of bounded solutions to linear impulsive systems / F. Asrorov, V. Sobchuk, O. Kurylko // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2019. – Vol. 6. No. 4 (102): Mathematics and Cybernetics - applied aspects. – P. 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.178635>
3. Зайцев Є.П. Математичне моделювання двічі нелінійної задачі теплопровідності трансверсально-ізотропного термочутливого циліндра під впливом зонального високотемпературного теплообміну / Зайцев Є.П. // *Вчені записки Таврійського Національного Університету імені В.І. Вернадського. Серія: «Технічні науки»*. – Київ, 2021. – Т. 32(71). № 2. Ч. 1. – С. 31–38. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.2-1/07>
4. Scoblo T.S. Features of the carbide phase degradation under heating and deformation / T.S. Scoblo, O.Y. Klochko, V.N. Romanchenko, E.L. Belkin // *Letters on Materials*. – 2021. – Vol. 11. No. 1. – P. 22–27. <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2021-1-22-27>
5. Vojtov V.A. Criteria for evaluation of tribus system practices and its communication with tribological characteristics / V.A. Vojtov, A.SH. Bekirov, A.V. Voitov // *Problems of Tribology*. – 2018. – Vol. 88. No. 2. – P. 35–42.
6. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector. / I. Tytarchuk, Y. Nehoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rybina. // *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – Pp. 246–255
7. Potyshniak O. Assessment of the effectiveness of the strategic management system of investment activities of companies / O. Potyshniak, L. Dobuliak, V. Filippov, Y. Malakhovskiy, O. Lozova // *Academy of Strategic Management Journal*. – 2019. – Vol. 18. Issue. 4. – P. 1–5.
8. Fedicheva K. Controlling, monitoring and diagnostics in identifying effective management practices of agricultural enterprises. / K. Fedicheva, O. Kochetkov, S. Honcharenko, R. Levkina, M. Bichevin. // *Agricultural and Resource Economics*. – 2021. – Vol. 7. Issue. 2. – Pp. 200–218. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.313636>
9. Макаров А.А. Многоточечная краевая задача для псевдодифференциальных уравнений в полислое / А.А. Макаров, Д.А. Левкин // *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: «Математика, прикладна математика і механіка»*. – Х. : ХНУ ім. В.Н. Каразіна, 2014. – № 1120. Вип. 69. – С. 64–74. <https://doi.org/10.26565/2221-5646-2014-1120-04>
10. Skoblo T.S. Influence of Stresses on Structural Changes in Gray Cast Iron / T.S. Skoblo, O.I. Sidashenko, O.V. Saichuk, O.Y. Klochko, D.A. Levkin // *Materials Science*. – 2020. – Vol. 56. Issue. 3. – P. 347–358.
11. Мегель Ю.Е. Математическое моделирование и оптимизация параметров действия лазерного луча на многослойные биоматериалы / Ю.Е. Мегель, В.П. Путятин, Д.А. Левкин, А.В. Левкин // *Вісник Національного технічного університету «ХПІ»*. Збірник наукових праць. Серія: «Механіко-технологічні системи та комплекси». – Х. : НТУ «ХПІ», 2017. – № 20(1242). – С. 60–64.

References

1. Stojan Ju.G. Optimizacija tehničkih sistem s istočnikami fizičkih polje / Ju.G. Stojan, V.P. Putjatin. – K. : Nauk. dumka, 1988. – S. 44–48.
2. Asrorov F. Finding of bounded solutions to linear impulsive systems / F. Asrorov, V. Sobchuk, O. Kurylko // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2019. – Vol. 6. No. 4 (102): Mathematics and Cybernetics - applied aspects. – P. 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.178635>
3. Zaitsev Ye.P. Matematyčne modeliuvannia dvichi nelineinoyi zadachi teploprovodnosti transversalno-izotropnoho termochutlyvoho tsylindra pid vplyvom zonalnoho vysokotemperaturnoho teploobminu / Zaitsev Ye.P. // *Vcheni zapysky Tavriiskoho Natsionalnoho Universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriya: «Tekhnichni nauky»*. – Kyiv, 2021. – T. 32(71). № 2. Ch. 1. – S. 31–38. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.2-1/07>
4. Scoblo T.S. Features of the carbide phase degradation under heating and deformation / T.S. Scoblo, O.Y. Klochko, V.N. Romanchenko, E.L. Belkin // *Letters on Materials*. – 2021. – Vol. 11. No. 1. – P. 22–27. <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2021-1-22-27>
5. Vojtov V.A. Criteria for evaluation of tribus system practices and its communication with tribological characteristics / V.A. Vojtov, A.SH. Bekirov, A.V. Voitov // *Problems of Tribology*. – 2018. – Vol. 88. No. 2. – P. 35–42.
6. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector. / I. Tytarchuk, Y. Nehoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rybina. // *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – Pp. 246–255.
7. Potyshniak O. Assessment of the effectiveness of the strategic management system of investment activities of companies / O. Potyshniak, L. Dobuliak, V. Filippov, Y. Malakhovskiy, O. Lozova // *Academy of Strategic Management Journal*. – 2019. – Vol. 18. Issue. 4. – P. 1–5.
8. Fedicheva K. Controlling, monitoring and diagnostics in identifying effective management practices of agricultural enterprises. / K. Fedicheva, O. Kochetkov, S. Honcharenko, R. Levkina, M. Bichevin. // *Agricultural and Resource Economics*. – 2021. – Vol. 7. Issue. 2. – Pp. 200–218. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.313636>
9. Makarov A.A. Mnogotochechnaja kraevaja zadacha dlja psevdodiferencial'nyh uravnenij v polisloe / A.A. Makarov, D.A. Levkin // *Visnik Harkivs'kogo nacional'nogo universitetu imeni V.N. Karazina. Serija: «Matematika, prikladna matematika i mehanika»*. – H. : HNU im. V.N. Karazina, 2014. – № 1120. Vip. 69. – S. 64–74. <https://doi.org/10.26565/2221-5646-2014-1120-04>
10. Skoblo T.S. Influence of Stresses on Structural Changes in Gray Cast Iron / T.S. Skoblo, O.I. Sidashenko, O.V. Saichuk, O.Y. Klochko, D.A. Levkin // *Materials Science*. – 2020. – Vol. 56. Issue. 3. – P. 347–358.
11. Megel' Ju.E. Matematyčeskoe modelirovanie i optimizacija parametrov dejstvija lazernogo lucha na mnogoslojnye biomaterialy / Ju.E. Megel', V.P. Putjatin, D.A. Levkin, A.V. Levkin // *Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu «HPİ»*. Zbimik naukovih prac'. Serija: «Mehaniko-tehnologični sistemi ta kompleksy». – H. : NTU «HPİ», 2017. – № 20(1242). – S. 60–64.