

ЛЕВКІН Д. А.

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-1980-4426>e-mail: dimalevkin23@gmail.com

ЖЕРНОВНИКОВА О. А.

Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

<https://orcid.org/0000-0002-5383-4493>e-mail: oazhemovnykova@gmail.com

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ГЕОМЕТРИЧНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

В статті досліджені питання розробки математичних моделей оптимізації параметрів термічної дії на технічну систему. Авторами поставлена задача пошуку оптимальних параметрів джерел збурення температурного поля у технічній системі за відповідними обмеженнями. Врахувавши технічні характеристики засобів, які забезпечують процес термічної дії на матеріал, та особливості технологічного процесу, задані відповідні обмеження на температурне поле та його компоненти. Перевірка обмежень на температурне поле вимагає здійснення багаторазового його розрахунку, що зменшує термічне пошкодження частин матеріалу. Для автоматизації функції мети можливо використати сіткові процесори, які завдяки застосуванню спеціалізованих функціональних блоків практично миттєво розв'язують величезну кількість крайових задач на комп'ютерах. Завдяки перебору розв'язків крайових задач це дозволить знайти оптимальні значення технічних параметрів, а отже, підвищити точність модельованого процесу.

Дослідження цієї статті відноситься до розділу математичного моделювання та оптимізації систем з розподіленими параметрами. Для математичного моделювання зазначених систем використовують крайові задачі диференціальних рівнянь з частинними похідними. Авторами наведені прикладні оптимізаційні математичні моделі контролю розподілу температурного поля та термонапружень в матеріалі, мінімізації його пошкоджених частин. Остання з них заснована на диференціальному критерії оцінки температури опромінення і може бути використана для оптимізації багатьох технічних, біотехнологічних і економічних систем. Детальний аналіз специфічних особливостей прикладних оптимізаційних математичних моделей дозволить збільшити точність розробки чисельних методів і програмно-апаратних засобів для розрахунку і оптимізації параметрів модельованих систем.

Ключові слова: математичні моделі, технічна система, сіткові процесори, диференціальні рівняння.

Dmytro LEVKIN

State Biotechnological University, Kharkiv

Oksana ZHERNOVNYKOVA

H.S. Skovoroda Kharkiv National Pedagogical University, Kharkiv

MATHEMATICAL MODELS' DEVELOPMENT OF APPLIED TASKS OF GEOMETRIC DESIGN OF TECHNICAL SYSTEMS

This article examines the issues of developing mathematical models for optimizing the parameters of the thermal action on the technical systems. The authors set the task of determining the optimal parameters of sources of temperature field disturbance in the technical system under the appropriate restrictions. Considering the technical characteristics of the means that ensure the process of thermal action on the material, and the peculiarities of the technological process, appropriate restrictions on the temperature field and its components are set. Checking the limits of the temperature field requires multiple calculations, which reduce thermal damage to parts of the material. To automate the objective function, it is possible to use grid processors, which, due to the use of specialized functional blocks, solve a huge number of boundary problems with computers almost instantly. Because to the selection of solutions of boundary value problems, this will allow to find optimal values of technical parameters, and therefore to increase the accuracy of the simulated process.

The research of this article refers to the section on mathematical modeling and optimization of systems with distributed parameters. For mathematical modeling of these systems, boundary value problems of differential equations with partial derivatives are used. The authors present applied optimization mathematical models for controlling the distribution of the temperature field and thermal stresses in the material, minimizing its damaged parts. The last them is based on the differential criterion for evaluating the temperature of irradiation and can be used to optimize many technical, biotechnological and economic systems. A detailed analysis of the specific features of applied optimization mathematical models will allow to increase the accuracy of the development of numerical methods and hardware and software tools for calculating and optimizing the parameters of simulated systems.

Keywords: mathematical models, technical system, grid processors, differential equations.

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Питанням підвищення якості технологічного процесу термічної обробки матеріалів присвячена значна кількість наукових праць, проте здебільшого вони мають більш частковий характер. Для збільшення точності оптимізації технологічного процесу потрібно запропонувати більш загальний підхід до національного використання ресурсів модельованих систем. Треба звернути увагу, що для моделювання їх стану часто використовують багатofакторні моделі спеціального виду, без узагальнення значень вхідних параметрів яких досить складно здійснити розрахунок функції мети. Врахувавши це, для доказу коректності розрахункових і прикладних оптимізаційних математичних моделей, автори пропонують використати спеціальні методи з теорії псевдодиференціальних рівнянь.

Для підвищення точності реалізації задач розрахунку і оптимізації параметрів модельованих технічних систем потрібно збільшити точність формалізації основної задачі пошуку оптимальних параметрів термічної дії на матеріал. Окрім цього, на думку авторів статті, потрібно реалізувати більшу кількість прикладних оптимізаційних математичних моделей, які відповідають за оптимізацію певної ділянки технологічного процесу.

Аналіз останніх досліджень

Важливим аспектам оптимізації та забезпечення контролю за використанням технічних ресурсів складних систем присвячені результати наукових досліджень [1–9]. Фундаментальна робота [1] містить загальну теорію розрахунку і оптимізації систем з розподіленими параметрами. В публікації [2] наведені методи для прогнозування зносостійкості деталей. Авторами статті [3] запропонований теоретико-фізичний підхід до інформаційного моніторингу технічного стану сільськогосподарської техніки, дано визначення основних понять надійності транспортних систем в специфічних умовах. В роботі [4] розроблені методологічні засади розв’язання проблеми забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем. Досліджені особливості побудови коректних крайових задач для диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами в статті [5]. Деякі аспекти вирішення проблеми забезпечення ефективного управління діяльністю сільськогосподарських підприємств в ринкових умовах наведені в публікаціях [6–8]. Відзначимо результати публікації [9], де розроблена антикризова стратегія управління підприємствами в умовах посилення конкуренції та глобалізації.

Формулювання цілей статті

Мета роботи – запропонувати прикладні оптимізаційні математичні моделі процесу термічної дії на матеріал.

Виклад основного матеріалу

Обмеження на характер розподілу температурного поля в області матеріалу:

$$G_i T(x, y, z, t, u, E, s(t), v(t), Q(x, y, z, t), S) \Big|_{\Omega^*} \leq T_i^*, \tag{1}$$

- де G_i – певний оператор;
 $T(x, y, z, t, z^*)$ – температурне поле;
 $(x, y, z) \in \Omega^*$ – область матеріалу;
 t_0 – початок термічної дії;
 t^* – кінець термічної дії;
 T_i^* – припустимі значення температурного поля;
 u – інтенсивність дії джерела;
 E – енергія дії;
 $s(t)$ – траєкторія руху джерела;
 $v(t)$ – швидкість руху джерела;
 $Q(x, y, z, t)$ – густина дії;
 S – геометричні розміри джерела.

Позначимо через $z^* = (x, y, z, t, u, E, s(t), v(t), Q(x, y, z, t), S)$ вектор параметрів термічної дії на матеріал.

Компоненти температурного поля вдовольняють обмеженням в межах їх припустимих значень. Врахувавши вказані обмеження, розглянемо деякі прикладні оптимізаційні математичні моделі процесу термічної дії на матеріал.

Математична модель 1. Потрібно мінімізувати максимальне значення температурного поля в межах області матеріалу:

$$\min_{z^* \in Z} \max_{\substack{(x_i, y_i, z_i) \in \Omega_i \\ i=1, N \\ t \in [t_0, t^*]}} T_i(x_i, y_i, z_i, t, z^*), \tag{2}$$

- де $T_i(x_i, y_i, z_i, t, z^*)$ – температурне поле в контрольованих точках області матеріалу;
 t – час термічної дії на матеріал, що коливається в межах від t_0 до t^* ;
 z^* – вектор параметрів термічної дії на матеріал.
 Інші позначення залишаються такими ж, як і в обмеженнях (1).

Математична модель 2. Необхідно мінімізувати число пошкоджених через термічну обробку частин матеріалу:

$$\sum_{i=1}^N T_i(x_i, y_i, z_i, t, z^*) \rightarrow \max_{\substack{(x_i, y_i, z_i) \in \Omega^* \\ t \in [t_0, t^*] \\ i=1, N}}, \tag{3}$$

$$\text{де } T_i = \begin{cases} 0, & \text{якщо } T_i > T^*, \\ 1, & \text{якщо } T_i \leq T^*; \end{cases}$$

T_i – значення температурного поля в області точок матеріалу;

T^* – припустиме значення температурного поля.

Математична модель 3. Необхідно забезпечити контроль за розподілом температурного поля:

$$\min_{z^* \in Z} \left| \max_{\substack{(x,y,z) \in N_1 \\ t \in [t_0, t^*]}} T(x,y,z,t,z^*) - \max_{\substack{(x,y,z) \in N_2 \\ t \in [t_0, t^*]}} T(x,y,z,t,z^*) \right|, \quad (4)$$

де N_1, N_2 – області матеріалу;

$T(x,y,z,t,z^*)$ – температурне поле;

t_0 і t^* – моменти часу t ;

z^* – вектор параметрів термічної дії.

Математична модель 4. Необхідно забезпечити контроль за розподілом термонапружень в матеріалі:

$$\min_{z^* \in Z} \left(\max_{\substack{(x,y,z) \in N_1 \\ t \in [t_0, t^*]}} T(x,y,z,t,z^*) - \min_{\substack{(x,y,z) \in N_2 \\ t \in [t_0, t^*]}} T(x,y,z,t,z^*) \right), \quad (5)$$

де $T(x,y,z,t,z^*)$ – температурне поле в областях N_1 і N_2 матеріалу.

Інші позначення такі ж самі, як в попередніх математичних моделях.

Математична модель 5. Необхідно мінімізувати ухилення температурного поля в матеріалі від свого припустимого значення:

$$\min_{z^* \in Z} \max_{\substack{(x,y,z) \in L \\ t \in [t_0, t^*]}} \left(\int_L (T(x,y,z,t,z^*) - T^*(x,y,z,t))^2 dL \right)^{1/2}, \quad (6)$$

де $T(x,y,z,t,z^*)$ – температурне поле;

(x,y,z) – точки на гладкій кривій L ;

$T^*(x,y,z,t)$ – припустиме значення температурного поля.

z^* – параметри термічної дії.

Для результатів цієї статті важлими є наукові здобутки, отримані в публікаціях [10–12], де розв'язані прикладні задачі оптимізації параметрів біотехнологічних систем і трибосистем..

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У статті наведені математичні моделі прикладних задач оптимізації параметрів технологічного процесу термічної дії на матеріал, а саме: математична модель мінімізації максимального значення температурного поля, мінімізації пошкоджених через термічну обробку частин матеріалу, контролю термонапружень та температурного поля в матеріалі. Збільшення точності реалізації вище згаданих математичних моделей дозволить зменшити ризики витрат підослідного матеріалу під час забезпечення технологічного процесу. Використовуючи результати здійснених досліджень для проектування складних систем, можливо підвищити функціональні можливості технічних засобів здійснення розрахунку, а також забезпечення автоматизації функції мети і її параметрів.

Література

1. Стоян Ю.Г. Оптимизация технических систем с источниками физических полей / Ю.Г. Стоян, В.П. Пуятин. – К. : Наук. думка, 1988. – С. 44–48.
2. Vojtov V.A. Assessment of the quality factor of tribosystems and relationship with tribological characteristics / V.A. Vojtov, A.V. Voitov // Problems of Tribology. – 2020. – Vol. 25. No. 4/98. – P. 20–26. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2020-98-4-20-26>
3. Аулін В.В. Теоретико-фізичний підхід до діагностичної інформації про технічний стан агрегатів мобільної сільськогосподарської техніки / В.В. Аулін, С.В. Лисенко, Д.В. Голуб, А.В. Гриньків, О.І. Мартиненко // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – Харків : ХНТУСГ, 2015. – Вип. 158. – С. 252–262.
4. Аулін В.В. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем / В.В. Аулін, Д.В. Голуб, А.В. Гриньків, С.В. Лисенко. – Кропивницький : ТОВ «КОД», 2017. – 369 с.
5. Fardigola L.V. Transformation Operators in the Problems of Controllability for the Degenerate Wave Equation with Variable Coefficients / L.V. Fardigola. // Ukrainian Mathematical Journal. – 2009. – Vol. 70. № 8. –

P. 1300–1318. <https://doi.org/10.1007/s11253-018-1570-4>

6. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector / I. Tytarchuk, Y. Nehoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rubina // *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – P. 246–255.

7. Levkina R. Management of innovative marketing techniques as an effective business tool / R. Levkina, A. Petrenko // *Agricultural and Resource Economics: International Scientific E-Journal*. – 2019. – Vol. 5. No. 1. – P. 37–47.

8. Замятіна Н.В. Місце контролінгу у системі управління сучасним підприємством / Н.В. Замятіна // *Економіка і суспільство*. – Мукачів, 2016. – Вип. 7. – С. 324–328.

9. Гринчишин Я.М. Стратегічний підхід до антикризового управління підприємством / Я.М. Гринчишин // *Вчені записки Таврійського Національного Університету імені В.І. Вернадського. Серія: Економіка і управління*. – Київ, 2021. – Т. 32(72). № 1. – С. 38–41. <https://doi.org/10.32838/2523-4803/71-1-6>

10. Левкін Д.А. Чисельні методи і математичні моделі оптимізації параметрів біотехнологічних процесів / Д.А. Левкін // *Вчені записки Таврійського Національного Університету імені В.І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. – Київ, 2022. – Т. 33(72). № 1. – С. 128–132. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2022.1/21>

11. Palii A.P. [Assessment of cow lactation and milk parameters when applying various milking equipment](#) / A.P. Palii, Yu.M. Handola, I.O. Shevchenko, A.O. Stotskyi, O.G. Stotskyi, A.I. Sereda, D.A. Levkin, L.G. Ulko, O.I. Shkromada, A.P. Paliy // *Ukrainian journal of Ecology*. – Vol. 10. Issue. 4. – P. 195–201. doi: 10_15421/2020_188

12. Kravtsov A. Development of a rheological model of stress relaxation in the structure of an oil film on the friction surface with fullerene additives / A. Kravtsov, A. Suska, A. Biekirov, D. Levkin // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2021. – Vol. 3. No. 7 (111): Applied mechanics. – P. 93–99. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235468>

References

1. Stoyan Yu.G. Optimizaciya tekhnicheskikh sistem s istochnikami fizicheskikh poley. / Yu.G. Stoyan, V.P. Putyatin. – Kyiv: Nauk. dumka, 1988. – Pp. 44–48.

2. Vojtov V.A. Assessment of the quality factor of tribosystems and relationship with tribological characteristics. / V.A. Vojtov, A.V. Voitov. // *Problems of Tribology*. – 2020. – Vol. 25. No. 4/98. – Pp. 20–26. <https://doi.org/10.31891/2079-1372-2020-98-4-20-26>

3. Aulin V.V. Teoretyko-fizychnyi pidkhd do diahnozychnoi informatsii pro tekhnichnyi stan agregativ mobilnoi silskogospodarskoi tekhniki. / V.V. Aulin, S.V. Lysenko, D.V. Holub, A.V. Hrynkiv, O.I. Martynenko. // *Visnyk Kharkivskogo natsionalnogo tekhnichnogo universytetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasylenka*. – Kharkiv: KhNTUSG, 2015. – Vyp. 158. – Pp. 252–262.

4. Aulin V.V. Metodolohichni i teoretychni osnovy zabezpechennia ta pidvyshchennia nadiimosti funktsionuvannia avtomobilnykh transportnykh system. / V.V. Aulin, D.V. Holub, A.V. Hrynkiv, S.V. Lysenko. – Kropyvnytskyi: TOV «KOD», 2017. – 369 p.

5. Fardigola L.V. Transformation Operators in the Problems of Controllability for the Degenerate Wave Equation with Variable Coefficients. / L.V. Fardigola. // *Ukrainian Mathematical Journal*. – 2009. – Vol. 70. No. 8. – Pp. 1300–1318. <https://doi.org/10.1007/s11253-018-1570-4>

6. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector. / I. Tytarchuk, Y. Negoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rybina. // *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – Pp. 246–255.

7. Levkina R. Management of innovative marketing techniques as an effective business tool. / R. Levkina, A. Petrenko. // *Agricultural and Resource Economics: International Scientific E-Journal*. – 2019. – Vol. 5. No. 1. – Pp. 37–47.

8. Zamiatina N.V. Mistse kontrolyngu u systemi upravlinnia suchasnym pidpriemstvom. / Zamiatina N.V. // *Ekonomika i suspilstvo*. – Mukachiv, 2016. – Vyp. 7. – Pp. 324–328.

9. Grynchyshyn Ya.M. Stratehichnyi pidkhd do antykrizovogo upravlinnia pidpriemstvom. / Grynchyshyn Ya.M. // *Vcheni zapysky Tavriiskogo Natsionalnogo Universytetu imeni V.I. Vernadskogo. Seriya: «Ekonomika i upravlinnia»*. – Kyiv, 2021. – Vol.32(72). No.1. – Pp. 38–41. <https://doi.org/10.32838/2523-4803/71-1-6>

10. Levkin D.A. Chyselni metody i matematychni modeli optymizatsii parametriv biotekhnolohichnykh protsesiv. / Levkin D.A. // *Vcheni zapysky Tavriiskogo Natsionalnogo Universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriya: «Tekhnichni nauky»*. – Kyiv, 2022. – Vol. 33(72). No. 1. Ch. 1. – Pp. 128–132. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2022.1/21>

11. Palii A.P. Assessment of cow lactation and milk parameters when applying various milking equipment. / A.P. Palii, Yu. M. Handola, I.O. Shevchenko, A.O. Stotskyi, O.G. Stotskyi, A.I. Sereda, D.A. Levkin, L.G. Ulko, O.I. Shkromada, A.P. Paliy. // *Ukrainian journal of Ecology*. – Vol. 10. Issue. 4. – Pp. 195–201. doi: 10_15421/2020_188

12. Kravtsov A. Development of a rheological model of stress relaxation in the structure of an oil film on the friction surface with fullerene additives. / A. Kravtsov, A. Suska, A. Biekirov, D. Levkin. // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2021. – Vol. 3. No. 7 (111): Applied mechanics. – Pp. 93–99. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235468>

Рецензія/Peer review : 21.06.2022 р.

Надрукована/Printed :02.08.2022 р.